



ACADÉMIE DE CRÉTEIL

*Liberté
Égalité
Fraternité*

Direction des services départementaux
de l'éducation nationale
de la Seine-et-Marne
Circonscription de Chaumes-en-Brie



**ACADÉMIE
DE CRÉTEIL**

*Liberté
Égalité
Fraternité*

Direction des services départementaux
de l'éducation nationale
de la Seine-et-Marne
Circonscription de Chaumes-en-Brie



LES FRACTIONS

Cycle 3

Objectifs de la formation :

- ❖ Faire un point sur la progressivité (au regard des programmes 2025)
- ❖ Pour chaque étape de l'apprentissage :
 - ❖ Relever les points de vigilance
 - ❖ Apporter des éléments de mises en œuvre en lien avec ce tétraptique :

⇒ MANIPULER – REPRESENTER - ABSTRAIRE

VERBALISER



Sommaire

Introducti
on

Progressi
on

Fractions
unitaires

Fractions
simples

Fractions
opérateur
s

Fractions
décimale
s

Constats :

TIMSS et évaluations 6^{ème}

TIMSS CM1 2023 : En 2023, le score de la France en mathématiques (484) se situe sous la moyenne, tant des 22 pays de l'Union européenne (524) que des 29 pays de l'OCDE (respectivement 525).

Une recherche est donc menée depuis 2015

Elle interroge le lien entre :

- L'année de début d'enseignement / Réussite
- Stratégies d'enseignement / Réussite

Trois zones géographiques étudiées : Amérique du Nord, Europe de l'ouest et
Asie

Martinez, S. & Roditi, E. (2017). Programmes scolaires et apprentissage de la notion de fraction à l'école élémentaire. Quelques enseignements tirés de TIMSS. *Éducation & Formations*, 94, 23-40.

Une recherche menée depuis 2015

↘ **Tableau 3** Corrélation entre la précocité de l'enseignement des fractions et la performance au test

Pays ou province	Début de l'enseignement (année)	Performance moyenne
Angleterre	2	55 %
Corée du Sud	2 - -	73 %
Floride	3	69 %
France	4	37 %
Hong Kong SAR	3	83 %
Irlande du Nord	2	65 %
Ontario	2	45 %
Québec	1	57 %
République d'Irlande	3	65 %
Singapour	2	83 %
Taipei chinois	2	72 %

Éducation & formations n° 94 © DEPP

Commencer plus tard peut être un appui et c'est le choix effectué pour le programme 2025.

Toutefois, ce n'est pas le seul indicateur (Hong-Kong / Ontario) et il est nécessaire de réfléchir également aux stratégies d'enseignement favorables.

Constats :

Une recherche menée depuis 2015

- *Quelles stratégies d'enseignement favoriser ?*

C'est ce que nous allons voir aujourd'hui...

1. Un peu d'histoire...

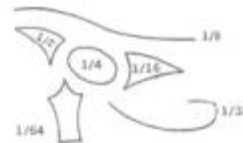
Un concept ancien

- Traces en Mésopotamie en 2500 avant notre ère
- En Égypte avec ces symboles :

Dans la numération égyptienne, le *heqat*, que l'on notera *h*, était l'unité de mesure de capacité des céréales. Les sous-unités étaient les suivantes :

$$\frac{1}{2} h \quad \frac{1}{4} h \quad \frac{1}{8} h \quad \frac{1}{10} h \quad \frac{1}{32} h \quad \frac{1}{64} h$$

Ces six fractions unaires, c'est-à-dire de numérateur égal à 1 utilisées comme mesures de capacité, étaient représentées par les six parties différentes de l'œil d'Horus.



Jemshid al Kashi

- La notation fractionnaire actuelle est plus récente, elle est d'origine indienne et arabe.
- Arrive en Europe au Moyen Age sous la nomination de « nombres rompus ».
- Etymologie *fractio* en latin signifie l'action de briser.

CHIFFRES	VALEURS
	$\frac{1}{120}$
	$\frac{1}{60}$
	$\frac{1}{30}$
	$\frac{1}{10}$
	$\frac{1}{5}$

Un concept ancien

=> Au XIV^{ème} siècle, le mathématicien français Nicole Oresme (1325 ; 1382) empreinte la notation des fractions avec barre due aux arabes dans son ouvrage sur les calculs et les exposants fractionnaires « *Algorismus proportionum* ».

C'est dans ce même ouvrage, que sont définis pour la première fois les termes « **numérateur** » et « **dénominateur** ».

=> En 1579, un autre français, François Viète (1540 ; 1603), incite l'usage des fractions décimales devant les fractions sexagésimales :

« *En mathématiques les soixantièmes et les soixantaines doivent être d'un usage rare ou nul. Au contraire les millièmes et les mille, les centièmes et les centaines, les dixièmes et les dizaines doivent être d'un usage fréquent ou constant.* »

Pourtant l'usage des fractions sexagésimales sera maintenu en astronomie durant le XVI^{ème} siècle.

=> Avec les fractions décimales, le belge Simon Stevin (1548 ; 1620) donnera naissance aux **nombres décimaux** dont l'écriture en ligne sera plus commode pour les calculs.

Un concept ancien

Les fractions décimales sont apparues plus tardivement (Xe siècle) et en Europe (XVIe siècle) :

- Christoff Rudolff (1499-1545), dans son *Exempel Büchlin* de 1530. La barre est utilisée pour séparer la partie entière de la partie fractionnaire. Mais son travail n'est très apprécié et l'usage des fractions décimales reste très marginal.
- Le mathématicien Stévin (1548-1620), *La Disme*, ainsi que l'écriture à virgule comme outil au service du calcul.

Un concept ancien

D'autres écritures du décimal 27,536

- 1427 Al-kasi :
27|536 ou 2|7|5'3''6''' ou 27536'''
- 1579 Viète : $27^{\underline{536}}$
- 1585 Stévin 27①5①3②6③
- 1616 Kepler 27(536
- 1720 Reynaud 27.536^{III}

En résumé :

- Les fractions, utiles pour la mesure et le calcul, ont mis longtemps à acquérir un statut de nombre à part entière
- Les décimaux facilitent les comparaisons et les calculs, ils sont apparus après les fractions et se sont imposés tardivement en Europe



Si les élèves ont compris les fractions décimales, le passage aux décimaux sera facile => expliciter que c'est une autre écriture qui facilite le calcul + des passages de l'un à l'autre régulièrement.

Stratégies d'enseignement

Aujourd'hui

Septembre 2025

Découverte
des fractions
unitaires puis
des fractions
simples

De la fraction
simple à la
fraction
décimale

Introduction
de l'écriture à
virgule

Les nombres
décimaux
(comparer, ranger,
encadrer,
calculer...)

Manipuler



Représenter



Abstraire

VERBALISER

Quelques définitions... à relier :

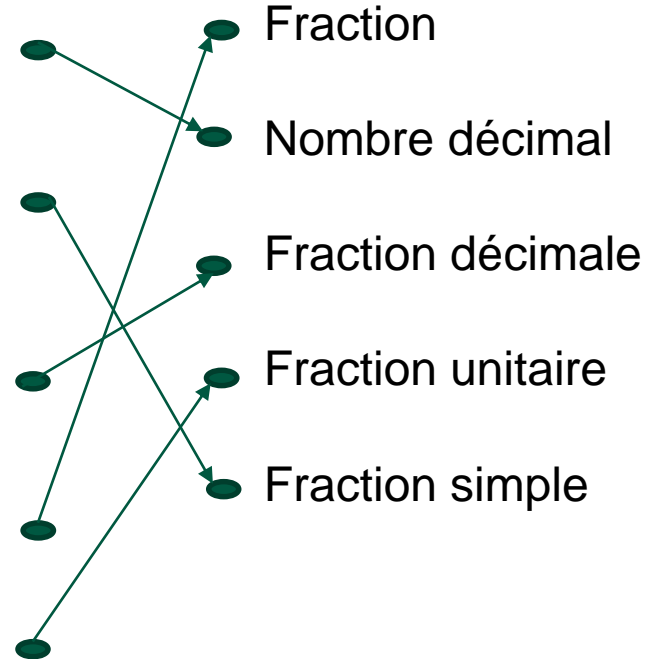
Un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale

Lorsque le partage se fait en un petit nombre de parts et que l'on prend un petit nombre de parts

Lorsque le partage se fait en un nombre de parts égal à une puissance de 10

Lorsque l'on partage un entier en un nombre de parts égales et qu'on prend un nombre entier de ces parts

Une fraction dont le numérateur est égal à 1



3. LES FRACTIONS

Quiz fractions	1 ^e réponse		2 ^e réponse	
	Vrai	Faux	Vrai	Faux
Une fraction est toujours inférieure à 1				
Un nombre entier a au moins une écriture fractionnaire				
Une fraction peut s'encadrer entre deux entiers				
Une fraction décimale est toujours inférieure à 10				
Une fraction unitaire est égale à 1				
Représenter une fraction c'est colorier une part dans un disque				

Progressivité des fractions :

CE1

- Fraction d'un tout : situations de partage
- $< à 1$

CE2

- Fraction comme outil de mesure
- $< à 1$ ($\frac{4}{3}$ mais $1u + \frac{1}{3}$)

CM1-CM2

- Partir de l'outil de mesure
- Revoir fractions d'un tout ($> à 1$)
- Fractions décimales
- Nombres décimaux

Progressivité sur les fractions :

CE1	CE2	CM1	CM2	6ème
Période 2 : Les fractions d'un tout (donc < ou égales à 1) + lexique	Réinvestissent pour établir des égalités ($\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$) Période 3 : les fractions comme outils de mesure pour les longueurs (< à 1)	Fractions > à 1 Statut d'opérateur multiplicatif (fractions unitaires) Dénominateur < ou = à 20 et décimales (10 et 100)	Idem Dénominateur < ou = à 60 et décimales (10, 100 et 1000)	Le sens du quotient
Savoir interpréter, représenter, lire et écrire des fractions				
Comparer des fractions Appui sur la manipulation et verbalisation		Idem (plus complexe)		
Additionner et soustraire Appui sur la manipulation et verbalisation		Idem + Résoudre des problèmes additifs avec des fractions Appui sur la manipulation et verbalisation		Idem + Multiplier une fraction par un entier
Encadrer, ordonner				
Placer une fraction sur une demi-droite graduée Repérer un point sur une demi-droite graduée				
			Calculer (Comprendre ce que signifie $3 \times \frac{1}{5} (= \frac{3}{5})$)	Calculer (idem + division avec le sens quotient)

LES FRACTIONS

Les étapes de la progression en cycle 3 :

1) Les fractions simples

- Résoudre des nouveaux problèmes pour lesquels les nb entiers ne suffisent pas => mesurer
- Comprendre les **fractions unitaires** : « qu'est-ce que un tiers ? Un huitième?... »
- La notion d'unité encore fragile => manipulation !!

Repérage sur une **demi-droite** graduée et diverses représentations

L'écriture fractionnaire :

- !! C'est une rupture par rapport aux écritures maîtrisées (position)
- D'où la maîtrise essentielle de ce que signifie « un tiers » ou « un quart »...

Les fractions simples comme opérateurs :

Déterminer des fractions d'une quantité ou d'une mesure pour renforcer le sens des fractions et la notion de partage (appui sur le calcul mental) « Deux tiers de 12 œufs ? »
« Trois quarts de 100€ »

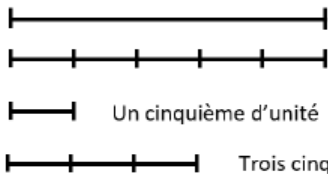
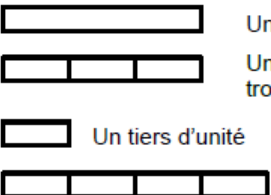
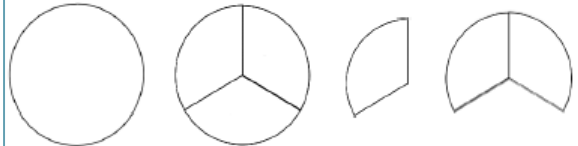
Fractions et nombres décimaux au cycle 3

Pour que les élèves comprennent pleinement les données numériques exprimées avec des fractions ou sous forme décimale, et puissent mobiliser ces nombres dans la résolution de problèmes, leur première approche de ces notions est essentielle. Elle doit d'abord s'appuyer sur des activités dans lesquelles le nombre entier montre ses limites : les activités de calcul, décrochées ou en situation, viennent ensuite appuyer cette construction qui se fait sur toute la durée du cycle 3.

Des représentations variées

Qu'utilisez-vous en classe ?

Dans vos manuels ?

AVEC DES MOTS	AVEC DES SCHÉMAS	FRACTION
<p>Trois cinquièmes</p> <p>On partage l'unité en cinq parts égales et on prend trois parts. On obtient une quantité égale à trois cinquièmes de l'unité. Cette quantité est plus petite que l'unité.</p>	<p><i>L'unité est la longueur d'un segment.</i></p>  <p>Une unité</p> <p>Une unité partagée en cinq parts égales</p> <p>Un cinquième d'unité</p> <p>Trois cinquièmes d'unité</p>	$\frac{3}{5}$
<p>Quatre tiers</p> <p>On partage l'unité en trois parts égales et on prend quatre parts : on obtient une quantité égale à quatre tiers de l'unité. Cette quantité est plus grande que l'unité.</p>	<p><i>L'unité est la longueur d'une bande (ou son aire).</i></p>  <p>Une unité</p> <p>Une unité partagée en trois parts égales</p> <p>Un tiers d'unité</p> <p>Quatre tiers d'unité</p>	$\frac{4}{3}$
<p>Deux tiers</p> <p>On partage l'unité en trois parts égales et on prend deux parts : on obtient une quantité égale à deux tiers de l'unité. Cette quantité est plus petite que l'unité.</p>	<p><i>L'unité est l'aire d'un disque.</i></p>  <p>Une unité</p> <p>Une unité partagée en trois parts</p> <p>Un tiers d'unité</p> <p>Deux tiers d'unité</p>	$\frac{2}{3}$

LES FRACTIONS

1) Les fractions simples :

- Résoudre des nouveaux problèmes pour lesquels les nombres entiers ne suffisent pas et où le fractionnement de l'unité répond à un besoin
- Comprendre la notion de fraction / le « demi » et moitié / le « quart »

Activité 1 :

- Vous disposez d'une bande de papier (étalon) bleue (groupe 1) ou verte (groupe 2)
- Des segments sur une feuille.
- Vous allez choisir un segment, le mesurer avec votre bande unité et écrire un message à l'autre groupe pour qu'il retrouve le segment choisi.

LES FRACTIONS

Activité 1 :

Feuille n°1 : à conserver par le groupe émetteur

Prénoms des élèves du groupe : _____ Numéro du groupe : _____

Couleur de la bande unité (entourer): BLEUE - VERTE

Segment mystère choisi : _____ Groupe récepteur : _____

Feuille 2 : Le groupe émetteur la complète puis la transmet au groupe récepteur

Numéro du groupe émetteur : _____ Récepteur : _____ N

Message qui permettra de faire deviner le segment mystère à mes camarades : M

Segment mystère correspondant au message : _____ S

Remarques : R

Est-ce correct ? _____ E

LES FRACTIONS UNITAIRES

Correction de l'activité

Pré-requis de CE2 :

« *Connaître et utiliser les expressions « moitiés, doubles, tiers, quart... » (La moitié c'est quand il me faut 2 fois cette quantité pour faire une unité...) cf, séance préalable*

« *Connaître et utiliser les relations entre 5, 10, 25, 50... invite à explorer différentes égalités (4 x 15 c'est comme 2 x 30) »*

« *La fraction comme partie d'un tout / La fraction comme outil de mesure » (2025)*

Objectifs de la séance 1 :

- Comprendre les limites des nombres entiers et la nécessité d'autres nombres
- Comprendre les notions de « demi » et « quart »

LES FRACTIONS UNITAIRES

Nom de l'émetteur : Laure.

Message : Mon segment mesure 2 bandes unités + une demi bande.

Voici des exemples de messages

Nom de l'émetteur : Victoire

Message : J'ai pris la bande-unité, j'ai trouvé la moitié. J'ai replié pour trouver le car de la bande. Ensuite j'ai pris la moitié je l'ai posé sur le segment sa doit faire 3 moitié et un car.

Nom de l'émetteur : L'ainab

Message : Mon segment mesure 2 bandes + un mini morceau.

Nom du récepteur : Laure.

Segment de la feuille n°3 correspondant au message : ⑥

Remarques : Je n'avais pas compris le mini morceau.

Annexe 1a

GRADUATIONS (PROBLÈMES 1 À 3) PHASE 1 – MATÉRIEL POUR UN BINÔME

Agrandir à 141 %

Problème 1

Prénom.....



Sur cette ligne, on a placé les nombres 0 et 4.
Place exactement 6, 8 et 12.

Problème 2

Prénom.....



Quel nombre faut-il écrire pour chaque nouveau trait ?

Problème 3

Prénom.....



Pour cette question, donne d'abord la réponse sans utiliser d'instrument.
Quel nombre peut être placé au-dessus du nouveau trait ?
Maintenant il est possible d'utiliser la bande de papier.
Trouve la bonne réponse.

Séance préalable
proposée par
Ermel.
Fiche séance dans le
dossier partagé.

Une **fraction** permet de mesurer une partie d'un tout.

Dans une fraction, il y a :

un numérateur = le nombre de parts que l'on prend en compte

un dénominateur = le nombre de parts égales en tout



Dans ce rond :

- Il y a 6 parts coloriées, donc le **numérateur** est **6**
- Il y a 9 parts en tout, donc le **dénominateur** est **9**

La fraction s'écrit :

$\frac{6}{9}$

← le numérateur est toujours en haut

← le dénominateur est toujours en bas

Et elle se lit : **six** neuvièmes.

Maîtresse Luncole

Exemples de traces écrites à analyser

LES FRACTIONS

2 ← **Numérateur** **LA PORTION**
Le nombre de morceaux que j'ai

6 ← **Dénominateur** **LE TOUT/L'ENTIER**
Le nombre total de morceaux

$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

L'anneau de la fraction

« **En dire MOINS pour que les élèves comprennent PLUS ?** »

Le vocabulaire ne devrait pas précéder le concept...

Exemples d'institutionnalisations permettant de construire sa trace écrite

3 Institutionnalisation

Les fractions permettent de mesurer la longueur d'un segment quand celle-ci n'est pas un nombre entier.

Quand on plie la bande en quatre, on obtient le **quart** de l'unité. C'est le quart de 1, c'est *un quart*.

Cette partie représente la fraction $\frac{1}{4}$, on dit « *un quart* ».

« Pourquoi y a-t-il un « 4 » écrit dans $\frac{1}{4}$? »

« Parce que un quart, c'est quand il faut 4 pour faire 1. »

Rappel de la situation de référence +
Enjeu des fractions => pour combler la limite des
nombres entiers

Accès, CM1

6 Institutionnalisation

Quand on plie la bande en deux, on obtient la moitié de l'unité. C'est la moitié de 1, c'est *un demi*.

Cette partie représente la fraction $\frac{1}{2}$, on dit « *un demi* ».

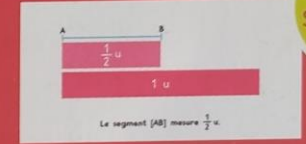
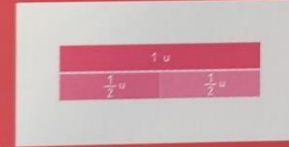
Demander « Pourquoi y a-t-il un 2 écrit dans $\frac{1}{2}$? »

Faire comprendre que « *un demi, c'est quand il faut 2 pour faire 1.* »

Faire observer la bande 1 qu'on avait pliée en deux et écrire

$$\frac{1}{2}u + \frac{1}{2}u = 1u \quad \text{et} \quad 2 \times \frac{1}{2}u = 1u$$

Vidéoprojeter les schémas de l'animation **Séquence 6**.



Le segment [AB] mesure $\frac{1}{2}u$.

Séquence
6

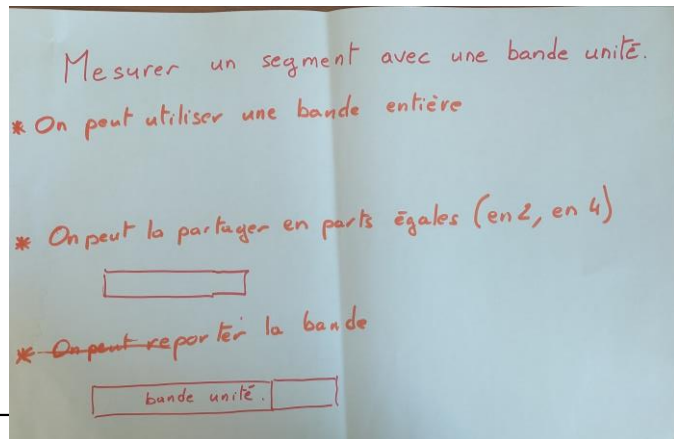
Du vocabulaire élève
au vocabulaire mathématique

La trace écrite

Construction d'une trace écrite collective

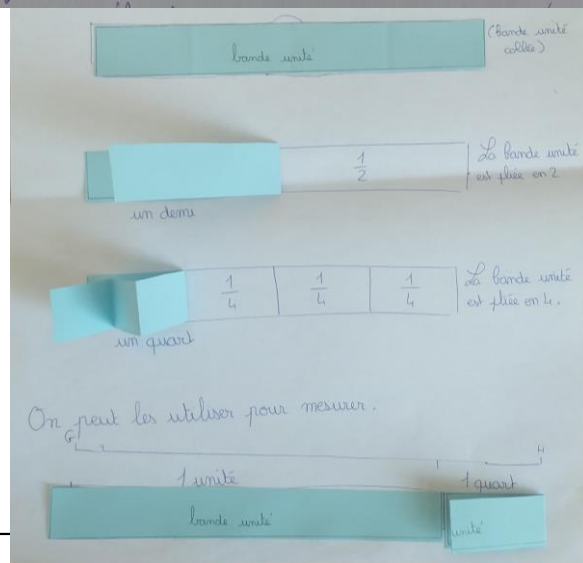
Quels éléments sont indispensables ?

- L'enjeu de la situation
- Le vécu de la situation
- Le vocabulaire à retenir
- Les procédures



Pour mesurer un segment, que l'on ne peut pas mesurer avec uniquement des nombres entiers, nous utilisons des fractions.

Les fractions sont des nouveaux nombres.



LES FRACTIONS unitaires

Point étape : Que retenir de cette première partie sur les fractions unitaires
=> pourquoi ? Comment ?

- Manipulation (temps long) = images mentales
- Mesurer / Tracer / Reporter
- Verbalisation « *Un tiers, c'est quand il en faut 3 pour faire une unité* (ou 1) » (préparée en amont : que doivent-ils retenir ?)
- Trace écrite en lien avec l'institutionnalisation

2- DES FRACTIONS UNITAIRES AUX FRACTIONS SIMPLES

La séquence 1 :

Situation de référence : la mesure d'un segment (< et > à l'unité)

Séance préalable : Utiliser les nombres entiers comme mesures de longueurs pour graduer une droite

Séance 1 : Comprendre la nécessité des nombres non entiers / les notions de « demi » et « quart » (Le segment mystère)

Séance 2 : Les notions de « demi »; « quart » et « huitième »

Séance 3 : La notion de « tiers », « cinquième » avec le guide-âne

Séance 4 : Entraînement

Séance 5 : Comprendre qu'une unité peut être fractionnée de plusieurs façons (les bandes)

Séance 6 : Travailler sur les égalités de fractions (manipulation de matériel)

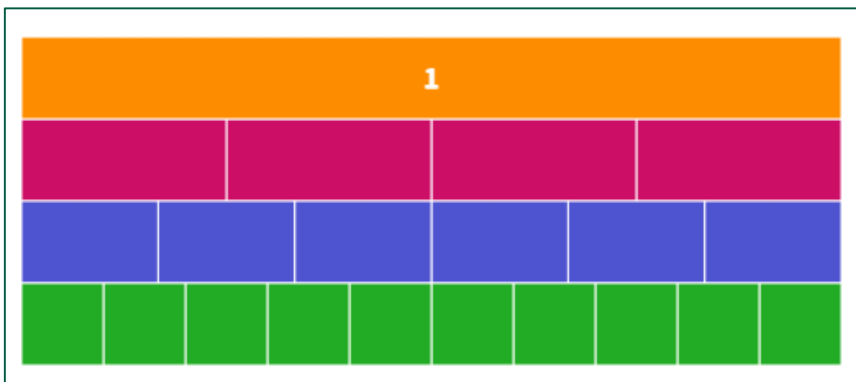
Séance 7 : Ordonner plusieurs bandes en les mesurant séparément, comprendre des égalités type $\frac{3}{2} = 1u + \frac{1}{2} \dots$

Séance 8 : Comprendre qu'une unité peut être fractionnée de plusieurs façons, niveau 2 (œufs)

Séance 9 : Comprendre qu'une même part peut désigner des fractions différentes (en fonction de l'unité)

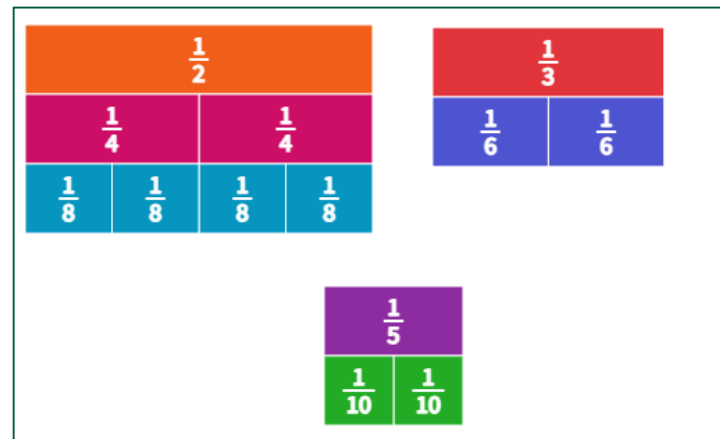
Séances d'entraînement puis séance de réinvestissent en résolution de problèmes (pizzas)

LES FRACTIONS SIMPLES



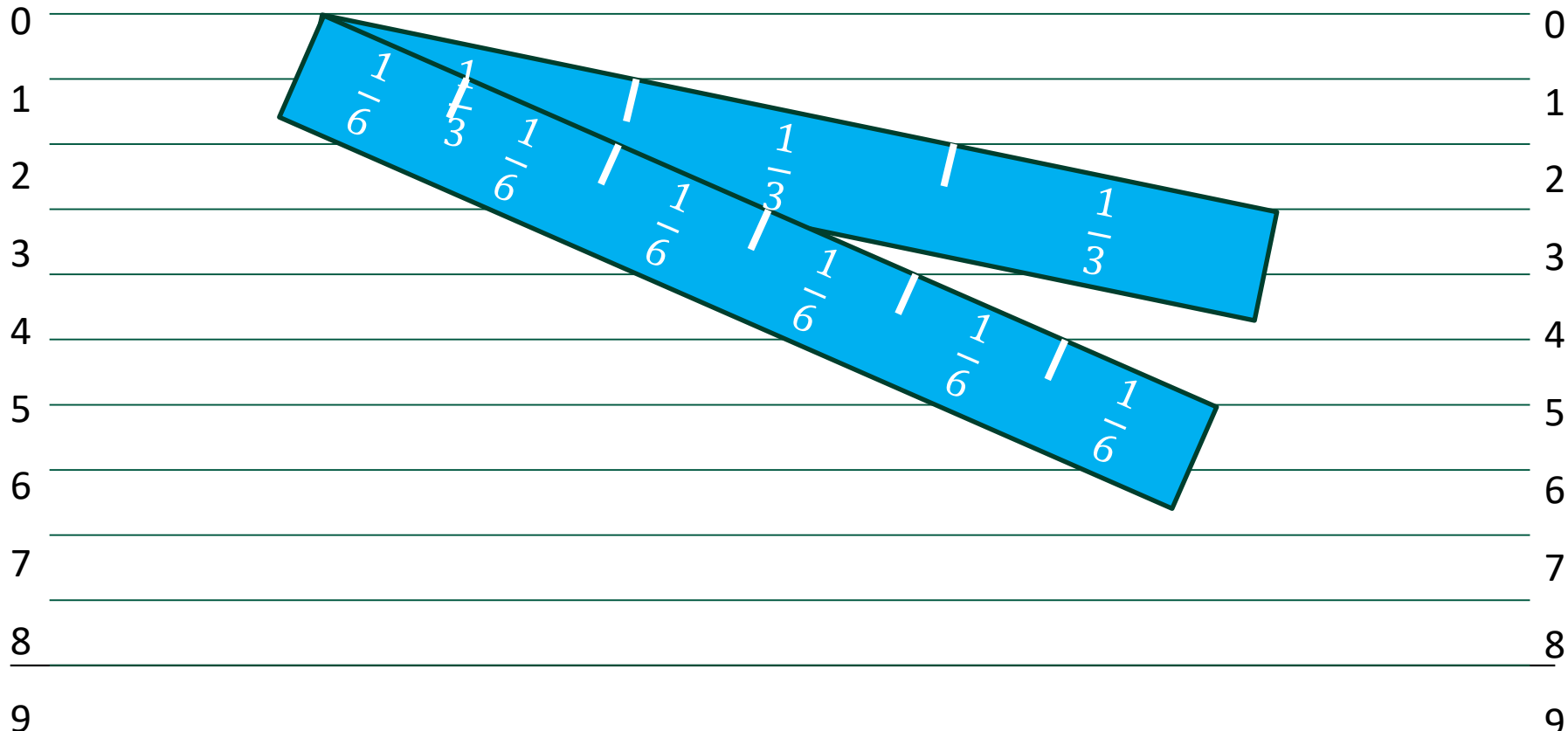
Faire chercher les fractions correspondantes avec appui sur la verbalisation

« C'est $\frac{1}{2}$ car il en faut deux pour avoir 1 »



Trouver toutes les possibilités de faire $\frac{3}{4}$ ou $1 + \frac{1}{3}$

Le guide-âne (version adaptée)



Focus sur...

La verbalisation comme levier de la réussite :

Lors de notre situation de recherche vécue :

- On va retenir les **notations** ($1/2$, $1/4$...) et la **verbalisation** suivante :
: « ***1/2, c'est quand il en faut 2 pour obtenir une unité*** »

« ***Trois quarts, et bien c'est trois ... quarts!*** » ($3 \times 1/4$)
 - On commence donc par les **fractions unitaires** (cf. Eduscol)
-

Focus sur...

Des difficultés résolues ou empêchées...

1) Les fractions supérieures ou inférieures à 1 : on fait apprendre le théorème « Une fraction est supérieure à 1 si... »

Une fraction est plus grande que 1 lorsque son **numérateur** est **plus grand** que son **dénominateur**.

$$\frac{7}{4} > 1$$

numérateur > dénominateur

$$7 > 4$$

Quel sens pour les élèves ?

Focus sur...

Des difficultés résolues ou empêchées...

Cela est inutile si le travail sur le sens de la fraction unitaire est compris :

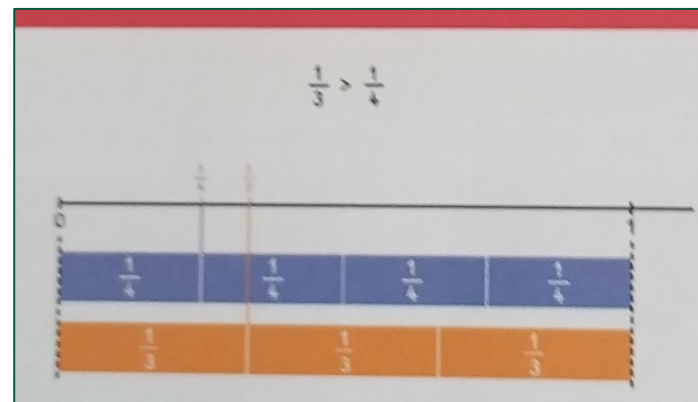
« *Je sais que $3/5 < 1$, puisque ce sont des cinquièmes et qu'il m'en faut 5 pour avoir 1* »...

« *Je sais que $7/5 > 1$ puisqu'avec 5 cinquièmes, j'obtiens 1 et il me reste $2/5$* »...

Focus sur...

Des difficultés résolues ou empêchées...

- $\frac{2}{5}$ est inférieur à 1 puisque des cinquièmes, il en faut 5 pour faire 1. Alors que, dans $\frac{2}{5}$, il n'y a que 2 cinquièmes.
- $\frac{5}{5}$ est égal à 1 puisque « des cinquièmes, il en faut 5 pour faire 1 et ici on a 5 cinquièmes ».
- $\frac{7}{5}$ est supérieur à 1 puisque des cinquièmes, il en faut 5 pour faire 1. Alors que, dans $\frac{7}{5}$, il y a 7 cinquièmes.
- $\frac{1}{4}$ est inférieur à $\frac{3}{4}$ car $\frac{1}{4}$ représente une part de l'unité coupée en 4 et $\frac{3}{4}$ représente trois parts de l'unité coupée en 4.
- $\frac{1}{4}$ est inférieur à $\frac{1}{3}$ car $\frac{1}{4}$ représente une part de l'unité coupée en 4 alors que $\frac{1}{3}$ représente une part de l'unité coupée en 3.



Accès, CM2

Focus sur...

Des difficultés résolues ou empêchées...

2) La somme de fractions de même dénominateur :

On sait que 3 fleurs et 7 fleurs, ça fait (3 + 7 fleurs) donc 3 huitièmes plus 7 huitièmes, ça fait aussi (3 + 7 huitièmes)...

Par contre, on ne peut pas faire 3 fleurs et 7 fusées = 10 fleursées, donc on ne peut pas faire 3 huitièmes plus 7 onzièmes !

► Pour additionner des fractions de même dénominateur
J'additionne les **numérateurs** et je conserve le **dénominateur**.

EXEMPLE $\frac{5}{3} + \frac{2}{3} = \frac{7}{3}$

Trace écrite à questionner

Retz.

2- Des fractions unitaires aux fractions simples

Point étape : Que retenir de cette première partie sur les fractions unitaires ?

- Une manipulation qui évolue et qui varie (disques, bandes...)
=> pour chercher (passive) => pour valider (active)
- Des activités à prioriser : Mesurer / Tracer / Reporter
- La verbalisation « *Trois tiers, c'est 3 fois 1/3* » (préparée en amont : que doivent-ils retenir ?)

(Trace écrite)

PAUSE 5'



LES RESSOURCES :

<https://polypad.amplify.com/p>

<https://micetf.fr/graduations/>

<https://tice68.site.ac-strasbourg.fr/wp2/?p=2752>

<https://apps.mathlearningcenter.org/number-line/>


<https://monecole.fr/outil-droite-graduee>

Analyse d'exercices de manuels :

3 Mise en commun

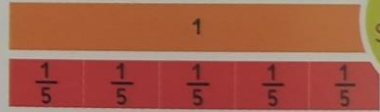
1. Combien de réglettes rouges faut-il pour obtenir une unité

Faire manipuler au tableau puis verbaliser : « Il faut 5 fois la réglette rouge pour faire 1u, la réglette rouge est donc un cinquième »

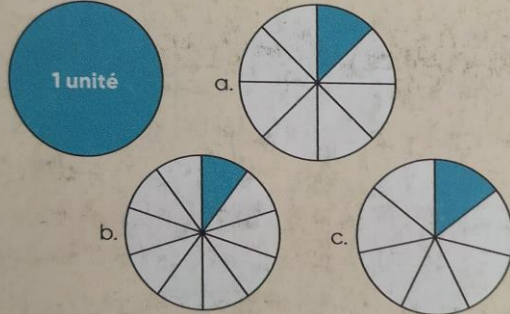


Donner la définition suivante :
« Un cinquième, c'est quand il en faut 5 pour avoir 1. »

Vidéoprojeter l'animation **Séquence 7**.



4 ★ Dans chaque cas, écris la fraction représentée par la partie colorée.



Exercice « procédural » : on en revient à s'intéresser au partage et non au sens de la fraction unitaire.

Exercice « ouvert » : on cherche toutes les possibilités de partager une unité. On donne du sens à la fraction unitaire : $1/5$, c'est quand il en faut 5 pour avoir 1.

Analyse d'exercices de manuels :

Exercice « procédural » OU exercice « ouvert » ?

4/8 ou 1/2 ?

14 ★★★ Dans quelles bandes la partie colorée représente-t-elle $\frac{1}{2}$?

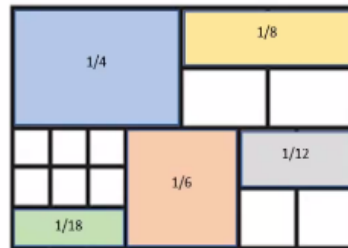
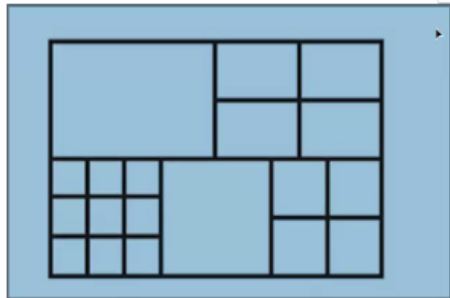
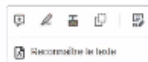
a b c d e f

1 Ecris les fractions qui correspondent aux dessins.

Analyse d'exercices de manuels :

Des exercices trop peu présents...

Coloriez : $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{18}$



Une tablette de chocolat a la forme d'un rectangle. Un quart de cette tablette est représenté ci-dessous.



Dessine la tablette de chocolat complète sur la grille.

LES FRACTIONS SIMPLES

Point étape: Que retenir des activités à proposer aux élèves ?

- Manipulation diverses : bandes, segments, disques
- Favoriser la recherche de différentes réponses => échanger / raisonner
- Verbalisation pour donner du sens

« *Trois quarts, c'est trois fois un quarts* »

3- LES FRACTIONS comme opérateurs

Voici un des attendus de fin de CM1 et CM2 :

« *L'élève sait déterminer une fraction d'une quantité ou d'une grandeur dans le cas d'une fraction unitaire, c'est-à-dire dont le numérateur est égal à 1.* » CM1

Comment le comprenez-vous ?

Comment le travaillez-vous ?

Problème 2
Lilou a mangé $\frac{2}{6}$ d'une tablette de chocolat.
Lina en a mangé $\frac{3}{6}$.
Quelle fraction de la tablette ont-elles mangée à elles deux ?

Problème 4
Tom a acheté un sachet de 12 sucettes.
Il en donne $\frac{1}{4}$ à son frère.
Combien de sucettes lui reste-t-il ?

LES FRACTIONS comme opérateurs


2) Les fractions simples : les différentes fractions d'une unité





- Résoudre des problèmes avec des fractions
- Travailler les fractions comme opérateur

Atelier 2 : Découvrir et manipuler le matériel de présentation

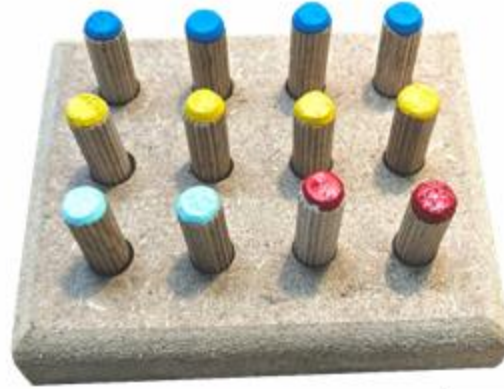
Fiche : type 1

3
4




-  $\frac{1}{3}$ des plots sont bleus.
-  $\frac{1}{3}$ des plots sont jaunes.
-  $\frac{1}{6}$ des plots sont verts.
-  $\frac{1}{6}$ des plots sont verts.





recto



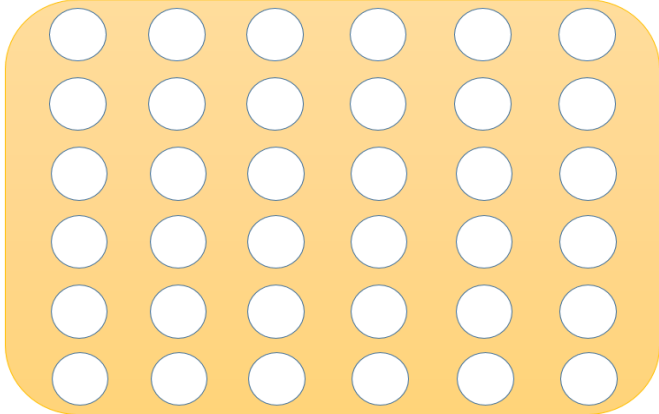
Verso

3
4



-  $\frac{1}{3}$ de 12 = 4
-  $\frac{1}{3}$ de 12 = 4
-  $\frac{1}{6}$ de 12 = 2
-  $\frac{1}{6}$ de 12 = 2

LES FRACTIONS comme opérateurs



Remplir une boîte à œufs
avec :

- $\frac{1}{3}$ de jetons jaunes
- $\frac{1}{6}$ de jetons verts
- $\frac{1}{2}$ de jetons rouges

Que va-t-on retenir de cette manipulation avec les élèves ?

Matériel en version imprimable

Il sait justifier sa réponse oralement en produisant une phrase comme : « *Pour trouver un tiers de douze œufs, je partage en trois parts égales, comme douze c'est trois fois quatre, cela fait quatre œufs.* », « *Un quart c'est la moitié de la moitié, la moitié de dix mètres, c'est cinq mètres et la moitié de cinq mètres, c'est deux mètres et demi.* ».

Si besoin, il peut prendre appui sur un schéma pour associer la situation au calcul d'une division :

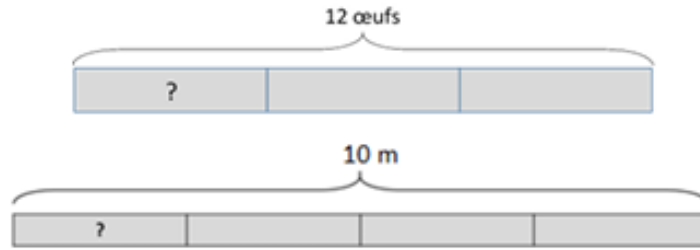


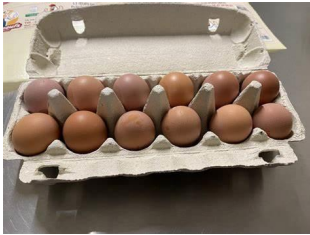
Schéma possible en deuxième étape lorsque la manipulation a permis la mémorisation d'images mentales et le partage de procédures.
=>Lien explicite avec le travail en **calcul mental** : $12 = 3 \times ?$

LES FRACTIONS comme opérateurs

3) Les fractions opérateurs :

- Résoudre des problèmes avec des fractions
- Travailler les fractions comme opérateur

Atelier 3 : Résolution d'un problème sur les fractions



Lylou a utilisé $\frac{1}{3}$ de la boîte d'œufs et

Inès a pris $\frac{1}{4}$ de ce qu'il reste.

Combien d'œufs reste-il ?

- 1) Résoudre le problème seul
- 2) À deux, réfléchir aux difficultés que peuvent rencontrer les élèves ?

LES FRACTIONS comme opérateurs

2) Les fractions opérateurs :

- Résoudre des problèmes avec des fractions
- Travailler les fractions comme opérateur

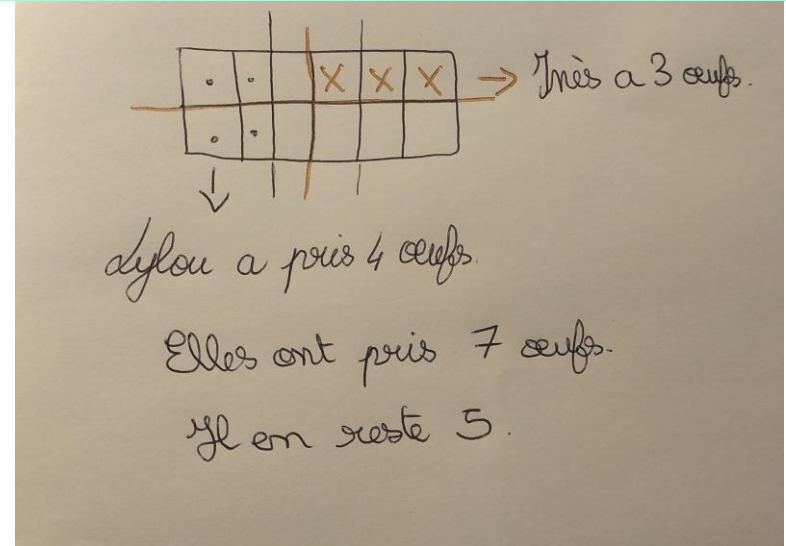


Lylou a utilisé $\frac{1}{3}$ de la boîte d'œufs et

Inès a pris $\frac{1}{4}$ de ce qu'il reste.

Combien d'œufs reste-il ?

Analyse d'une difficulté d'élève : ne prend pas en compte le reste




Matériel pour pallier cette difficulté

Fiche : type 2

2 types de verso

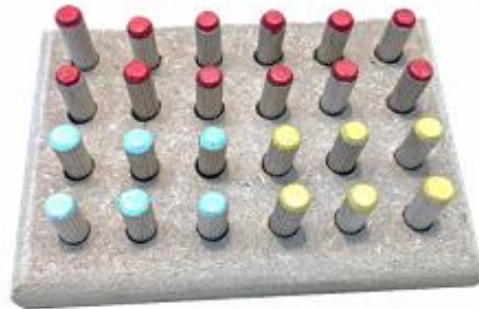
recto



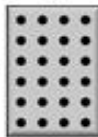
$\frac{1}{4}$ des plots sont jaunes.
Placez-les.

$\frac{1}{3}$ des trous restants sont occupés par des plots verts.

Les autres plots sont rouges.
Combien y a-t-il de plots rouges ?



verso type 1




$\frac{1}{4}$ de 24 = 6 plots jaunes.
 $24 - 6 = 18$ Il reste 18 places.

$\frac{1}{3}$ de 18 = 6 plots verts

$18 - 6 = 12$ Il y a 12 plots rouges.

verso type 2



24

RESTE

$\frac{1}{4}$

6

18

$\frac{1}{3}$

6

12

Résoudre des problèmes de fractions

Découverte Les noix

Léo a 12 noix, il en mange $\frac{1}{6}$.

Lili a 15 noix, elle en mange $\frac{1}{3}$.

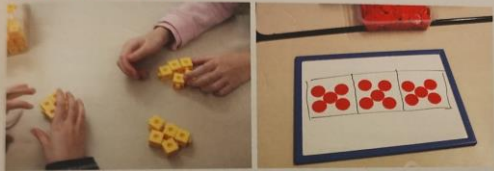
Aïcha a 6 noix, elle en mange $\frac{1}{2}$.

Tom a 16 noix, il en mange $\frac{1}{4}$.

Qui a mangé le plus de noix ?


Autre exemple avec Accès, CM1

Différenciation



- Les élèves ont la possibilité de s'aider de la manipulation du matériel (jetons ou cubes) pour résoudre le problème.

Mise en commun

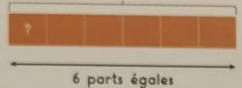


Dans cette classe à trois niveaux, les élèves de CM1 sont réunis au coin maths pour valider la solution.

La validation par le matériel permet de faire le lien avec la représentation sous forme de schémas en barres proposée dans l'animation **Atelier 11**.

Léo a 12 noix, il en mange $\frac{1}{6}$.

12 noix

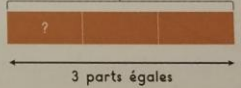


6 parts égales

Léo partage les noix en 6 parts égales. On cherche la valeur d'une part. Une part ($\frac{1}{6}$ des noix) vaut $12 : 6 = 2$. Léo a mangé 2 noix.

Lili a 15 noix, elle en mange $\frac{1}{3}$.

15 noix

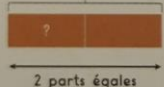


3 parts égales

Lili partage les noix en 3 parts égales. On cherche la valeur d'une part. Une part ($\frac{1}{3}$ des noix) vaut $15 : 3 = 5$. Lili a mangé 5 noix.

Aïcha a 6 noix, elle en mange $\frac{1}{2}$.

6 noix

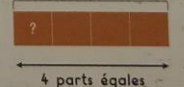


2 parts égales

Aïcha partage les noix en 2 parts égales. On cherche la valeur d'une part. Une part ($\frac{1}{2}$ des noix) vaut $6 : 2 = 3$. Aïcha a mangé 3 noix.

Tom a 16 noix, il en mange $\frac{1}{4}$.

16 noix



4 parts égales

Tom partage les noix en 4 parts égales. On cherche la valeur d'une part. Une part ($\frac{1}{4}$ des noix) vaut $16 : 4 = 4$. Tom a mangé 4 noix.

Avec 5 noix, c'est Lili qui en a mangé le plus.

1^{ère} étape : manipuler pour chercher

2^{ème} étape : représenter (aide possible du schéma en barres)

+ manipulation pour valider

3^{ème} étape : abstraire (plus de manipulation mais schéma possible)

LES FRACTIONS opérateurs et la résolution de problèmes

Point étape: Que retenir ?

- Lien très fort avec le calcul mental
- Une manipulation qui évolue : pour chercher / pour valider
- La progressivité des problèmes (avec une retour à la manipulation à chaque étape)
- Verbalisation pour donner du sens

« *1/3 de 12 œufs* : je partage 12 œufs en 3 (division) OU je cherche combien de fois 3 dans 12 (multiplication à trous). »

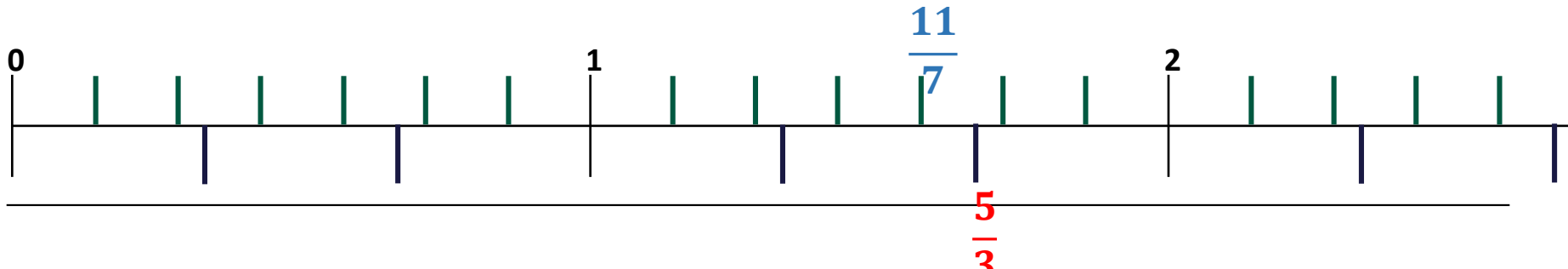
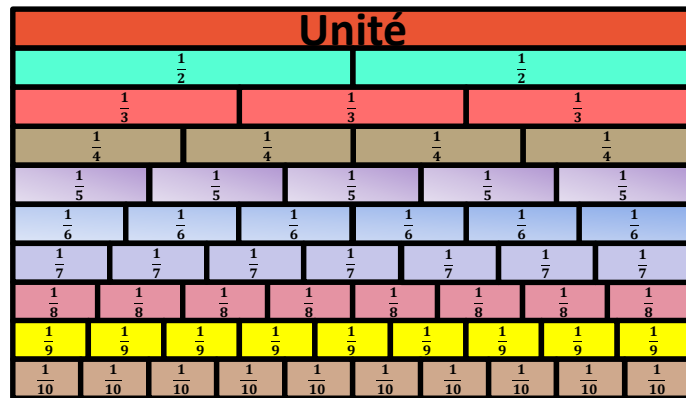
LES FRACTIONS simples : comparer

Peut-on demander à des élèves de CM1 de comparer : $\frac{5}{3}$ et $\frac{11}{7}$?

Comment feriez-vous ? Vous avez 2 minutes...

Quel matériel pourrait-on apporter aux élèves pour réussir ?

Comparer $\frac{5}{3}$ et $\frac{11}{7}$



LES FRACTIONS

Les étapes de la progression en cycle 3 :

2) De la fraction simple à la fraction décimale

Travailler le **lien** entre les différentes unités de numération : $10/100 = 1/10$ (MANIPULATION)

Deux des **différentes écritures** sont mises en avant :

- $61 + \frac{67}{100}$ (Partie entière et partie décimale)
- $61 + \frac{6}{10} + \frac{7}{100}$ (Prépare l'écriture à virgule)

- **Comparaison** de fractions décimales en appui sur la demi-droite graduée et le travail mené sur les fractions simples.

- Travailler les relations $10/10 = 1$ unité, *1 dixième est dix fois plus petit...*
- Donner du « dixième » et « centième » **sens aux mots**
- **Activités mentales régulières** : « *Donne une autre écriture de 60 dixièmes* »...

Calculs avec des fractions décimales

Travail de longue durée car cela permet de renforcer :

- La compréhension du lien entre les unités, dixièmes...
- Le sens donné aux procédures qui seront également utilisées pour les nombres décimaux



Exercices procéduraux...

4 - LES FRACTIONS DECIMALES

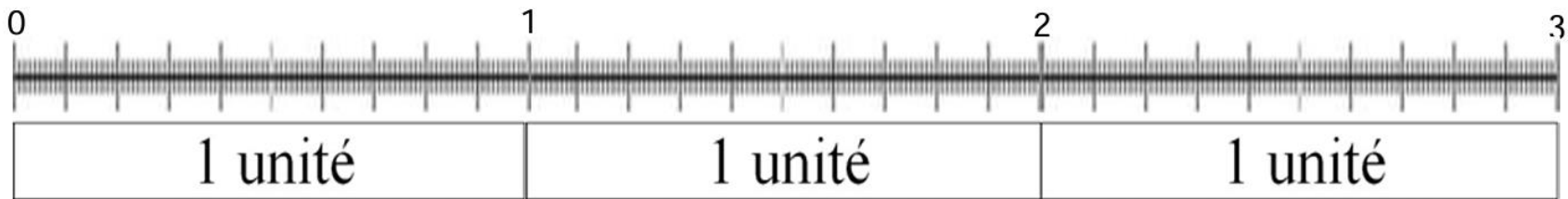
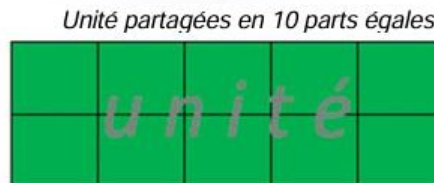
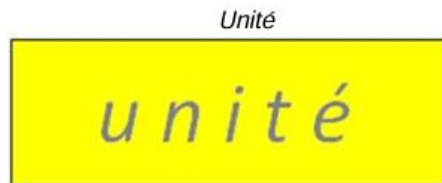
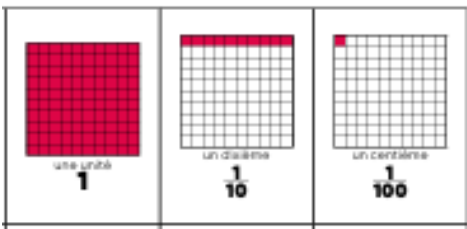
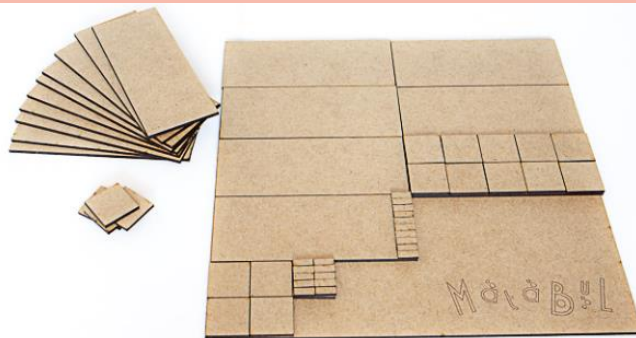
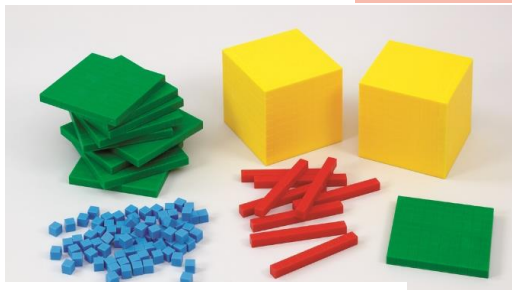
Situation de référence :

Comment abordez-vous les fractions décimales ?

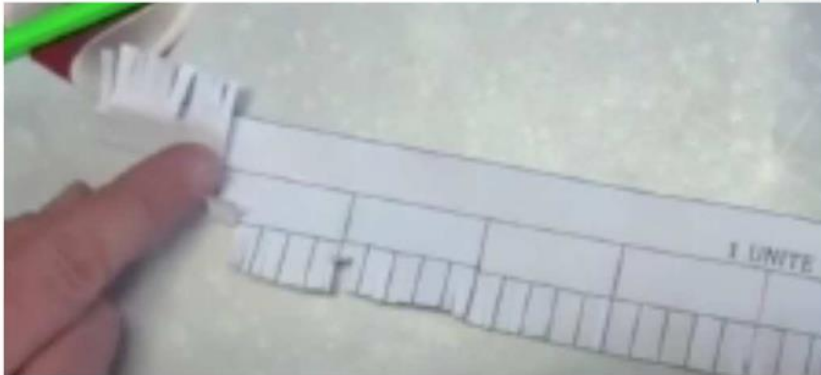
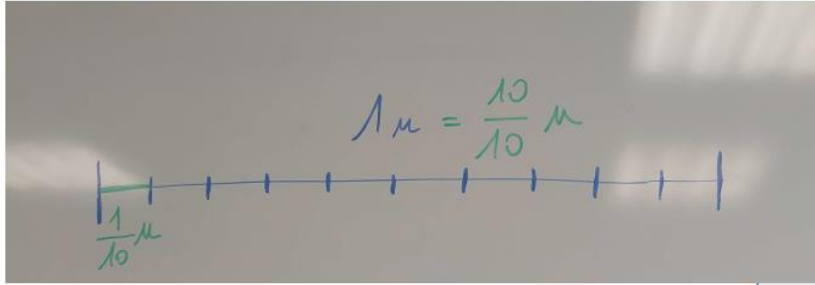
Pourquoi ?

Quel matériel ?

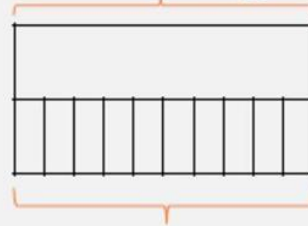
Exemple de représentations des fractions décimales



Le peigne des décimaux : un outil pour chaque élève...



$$1 \text{ dixième} = \frac{1}{10}$$



$$\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$$

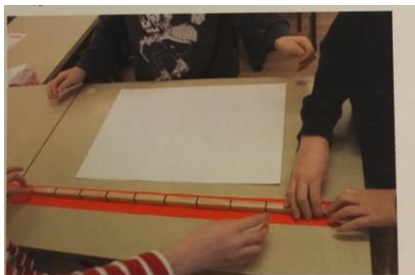
$$10 \text{ centièmes} = \frac{10}{100}$$

LES FRACTIONS DECIMALES

Situation de référence : Utiliser des fractions décimales pour mesurer des longueurs

Objectifs: Se rendre compte de l'utilité de fractionner en dixièmes puis en centièmes

Décomposer et recomposer des fractions de dénominateur 10 puis 100 (séance 2)



« Un centième, c'est dix fois plus petit qu'un dixième car il en faut 10 pour faire UN dixième »



Fractions et nombres décimaux au cycle 3
Annexe 2 : De la fraction simple à la fraction décimale

RAPPEL
Le travail sur les fractions simples conduit à rencontrer des fractions ayant un dénominateur égal à 10. Il s'agit de l'introduction des **Fractions décimales**, définies comme des fractions particulières correspondant à un partage de l'unité en 10, 100, 1 000, etc. À ce stade, la **fraction décimale rend compte d'un partage**, elle n'est pas conçue par les élèves comme un quotient.

Exemples de productions d'élèves

maître bande mesure de la baguette $\frac{13}{10}$

$$\frac{13}{10} = \frac{10}{10} + \frac{3}{10} = 1 + \frac{3}{10}$$

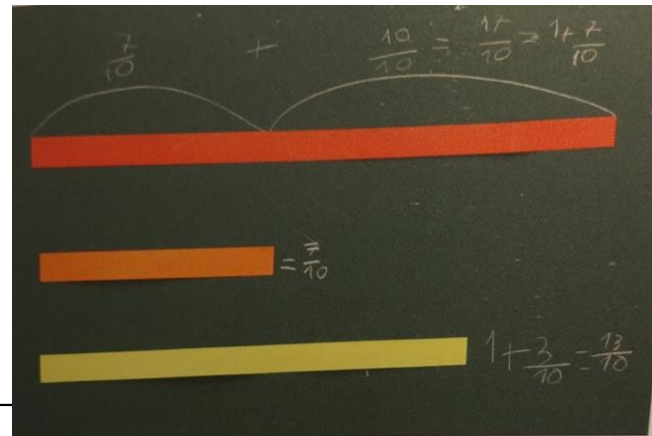
Maître bande mesure $\frac{8}{10}$ de la baguette.

schéma

$$\frac{8}{10} = 0 + \frac{8}{10}$$

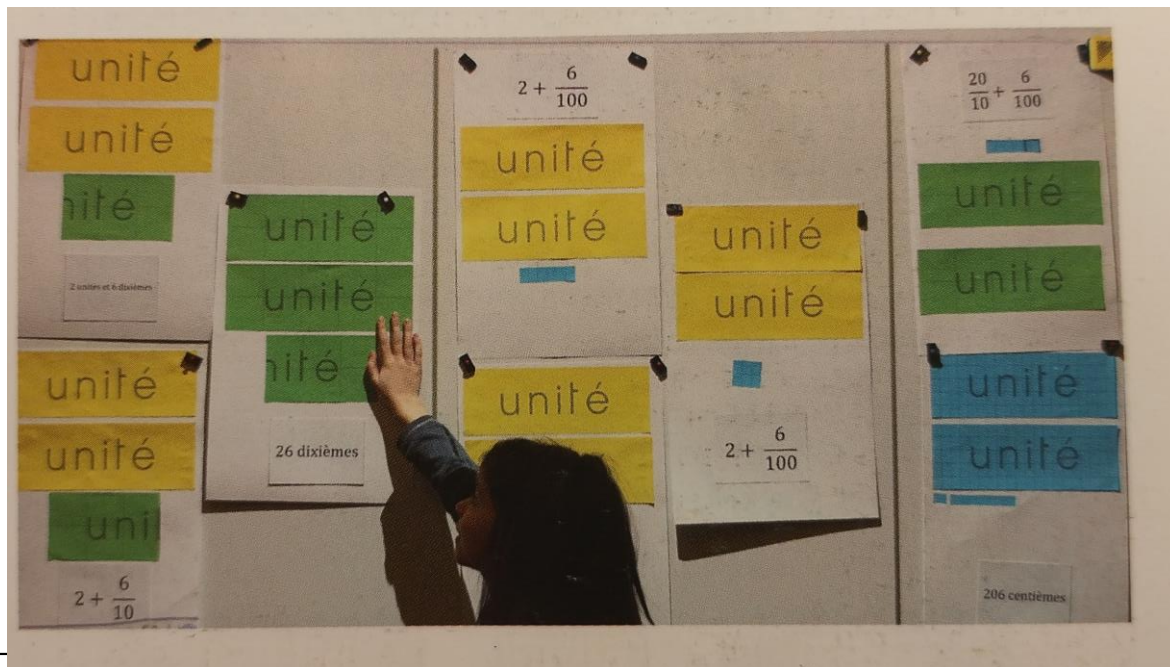
Nous avons mesuré une baguette plus $\frac{2}{10}$ ou $\frac{12}{10}$

Les élèves réalisent l'affichage qui restera présent dans la salle de classe :



LES FRACTIONS DECIMALES

Puis, travailler sur la connaissance des diverses désignations des fractions décimales



Exemples de cartes

206 centièmes

2 unités et 6 centièmes

26 dixièmes

$$\frac{20}{10} + \frac{6}{100}$$

$$2 + \frac{6}{100}$$

$$\frac{26}{100}$$



Fractions et nombres décimaux au cycle 3
 Annexe 2 : De la fraction simple
 à la fraction décimale

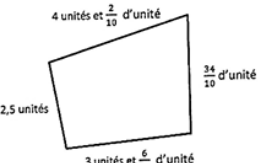
RAPPEL
 « Le travail sur les fractions simples conduit à rencontrer des fractions ayant un dénominateur égal à 10. Il s'agit de l'introduction des **Fractions décimales**, dites aussi des fractions particulières correspondant à un partage de l'unité en 10, 100, 1 000, etc. À ce stade, la **fraction décimale** rend compte d'un partage, elle n'est pas conçue par les élèves comme un quotient. »

LES FRACTIONS DECIMALES

Exemples de traces écrites :

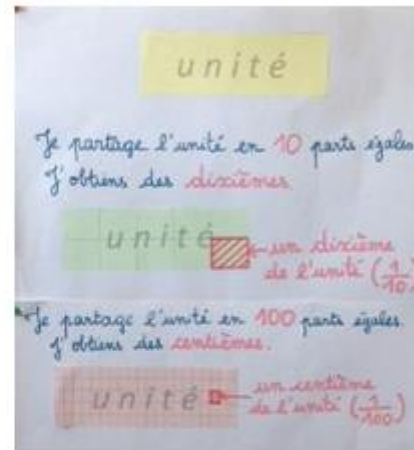
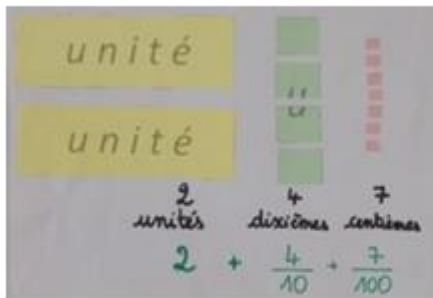
Exemple de production erronée

Calcule le périmètre de cette figure



$4 + 2 + 3 = 9$ unités
 $\frac{2}{10} + \frac{6}{10} + \frac{34}{10} + \frac{5}{10} = \frac{42}{10}$
 9,42

Exemples d'affiches dans la salle de classe :



Remarques

Cette activité permet de travailler

- des équivalences telles que $\frac{100}{100} = \frac{10}{10} = 1$ ou $\frac{20}{10} = 2$, etc. ;
- elle (re)donne du sens à des écritures telles que $\frac{206}{100} = 2$ unités et 6 centièmes = $\frac{20}{10} + \frac{6}{100}$;
- elle crée une image mentale des nombres et du rapport 10 entre les différentes unités ;
- elle facilite les comparaisons (2 unités < 26 dixièmes < 3 unités ; $\frac{26}{100} < 1$...) ;
- elle peut être complexifiée en ajoutant des millièmes (cf. situation 3 de l'annexe 3).

Pourquoi différentes écritures d'un nombre ?

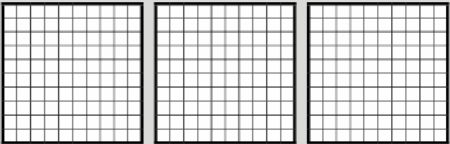
Cela favorise :

- La compréhension des nombres
- La compréhension des unités de grandeurs
- L'appropriation du système décimal
- Les activités de comparaison, de rangement, de calculs... sur les nombres et/fractions.

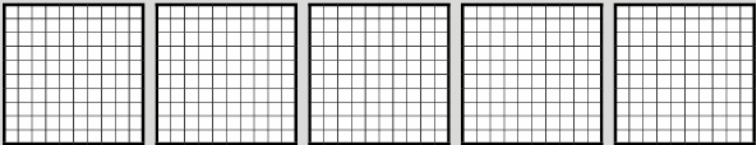


LES FRACTIONS DECIMALES

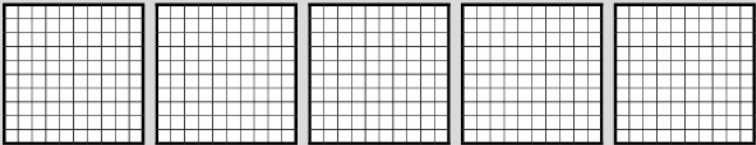
Assurer une automatisation en proposant de multiples situations :






 d. $\frac{14}{10}$

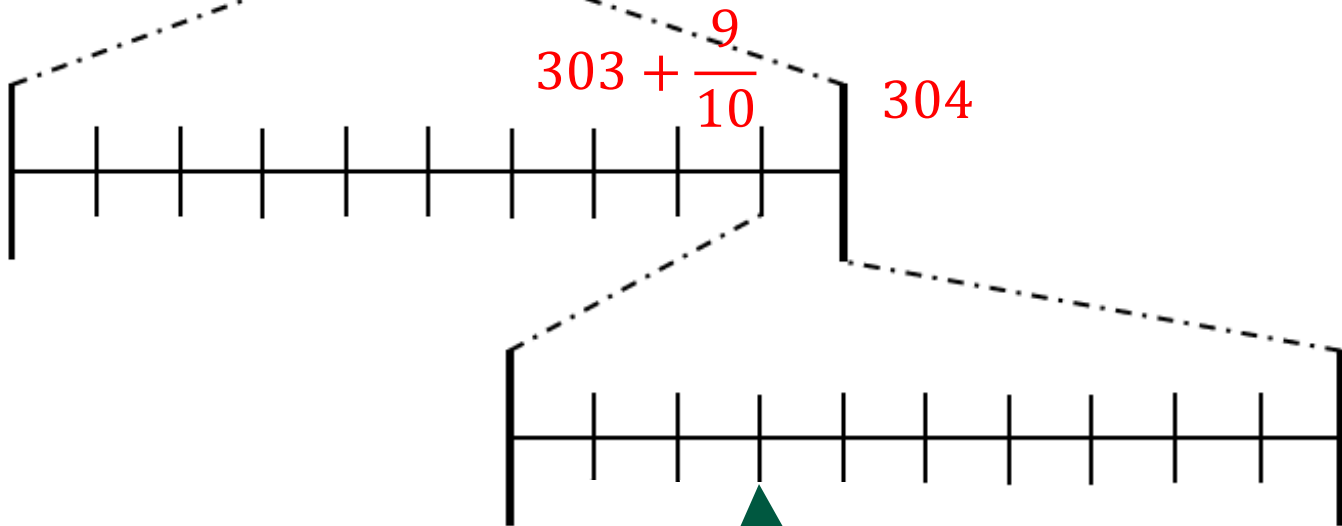
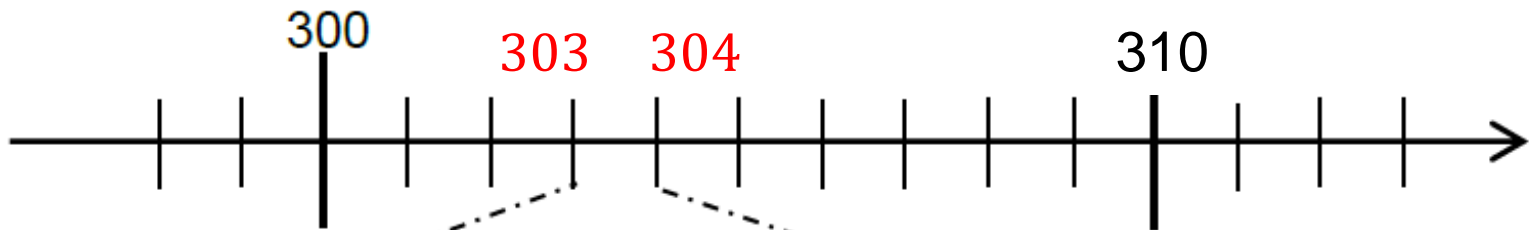


 e. $\frac{305}{100}$



 f. $4 + \frac{7}{10} + \frac{9}{100}$

	 une unité 1	 un dixième $\frac{1}{10}$	 un centième $\frac{1}{100}$
$\frac{306}{100}$			
$\frac{45}{100}$			
$\frac{200}{100}$			
$\frac{780}{100}$			



$$303 + \frac{9}{10} + \frac{3}{100}$$

LES FRACTIONS DECIMALES

Le travail sur les relations entre les différentes unités de numération permet de faire le lien entre différentes écriture d'un même nombre décimal :

$$\frac{6157}{100} = \frac{6100}{100} + \frac{57}{100} = \boxed{61 + \frac{57}{100}} = \frac{6100}{100} + \frac{50}{100} + \frac{7}{100} = 61 + \frac{50}{100} + \frac{7}{100} = \boxed{61 + \frac{5}{10} + \frac{7}{100}}$$

Cette écriture correspond à la décomposition du nombre décimal en la somme de sa **partie entière** (ici 61) et de sa **partie décimale** (ici 57 centièmes). Cette décomposition s'avérera efficace pour conduire des calculs mentaux ou en ligne, comparer des nombres, produire des encadrements, repérer un point sur un droite graduée, etc.

Cette écriture prépare l'introduction de l'écriture à virgule des nombres décimaux.

LES FRACTIONS DECIMALES

Quelques activités régulières et variées : APPUI sur la manipulation.

- « Donne une autre écriture de 60 dixièmes »,
- « Combien y a-t-il d'unités dans 70 dixièmes ? »,
- « Quel est le nombre d'unités dans 4 dizaines et 40 dixièmes ? »,
- « Y a-t-il un nombre entier compris entre $\frac{328}{100}$ et 43 dixièmes ? »,
- « Combien y a-t-il de dixièmes dans 3 unités et 5 dixièmes » ?,
- « Encadre $\frac{536}{100}$ entre deux nombres entiers qui se suivent »
- « Compare $3 + \frac{7}{10}$ et 35 dixièmes »,
- « Compare $\frac{512}{100}$ et 5 unités 12 dixièmes », ...



Fractions et nombres décimaux au cycle 3
Annexe 2 : De la fraction simple
à la fraction décimale

RAPPEL

« Le travail sur les fractions simples conduit à rencontrer des fractions ayant un dénominateur égal à 10. Il prépare l'introduction des **fractions décimales**, définies comme des fractions particulières correspondant à un partage de l'unité en 10, 100, 1 000, etc. À ce stade, la **fraction décimale rend compte d'un partage**, elle n'est pas conçue par les élèves comme un quotient. »

D'autres exemples de questions « flash » dans ce document.

LES FRACTIONS DECIMALES

Point étape: Que retenir sur les stratégies d'enseignement des FD ?

- Manipulation (différentes représentations)
- Travailler sur les différentes écritures
- Appui sur la verbalisation
- Automatisation (questions flash)
- Montrer les continuités avec les entiers (système de position et le rapport 10)

Reprise du Quizz ... et correction

Quiz fractions	1 ^e réponse		2 ^e réponse	
	Vrai	Faux	Vrai	Faux
Une fraction est toujours inférieure à 1				
Un nombre entier a au moins une écriture fractionnaire				
Une fraction peut s'encadrer entre deux entiers				
Une fraction décimale est toujours inférieure à 10				
Une fraction unitaire est égale à 1				
Représenter une fraction c'est colorier une part dans un disque				



**ACADÉMIE
DE CRÉTEIL**

*Liberté
Égalité
Fraternité*

Direction des services départementaux
de l'éducation nationale
de la Seine-et-Marne
Circonscription de Chaumes-en-Brie

MERCI DE VOTRE ATTENTION

ET VIVE LES FRACTIONS !!!

Suite au prochain épisode...