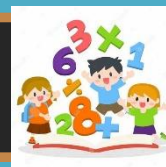


Les incontournables : Le calcul



Compétences évaluées dans les évaluations nationales :

CP : **COMPÉTENCE VISÉE** Être capable de calculer en ligne ou mentalement avec des nombres entiers

CE1/CM1

COMPÉTENCE VISÉE Être capable de calculer mentalement avec des nombres entiers

COMPÉTENCE VISÉE Être capable de calculer en ligne avec des nombres entiers

CM1 : COMPÉTENCE VISÉE Être capable de mémoriser des faits numériques et des procédures

Au départ, les élèves ont tendance à compter explicitement (sur leurs doigts ou mentalement), d'abord la totalité des items ($5 + 2 = 1, 2, 3, 4, 5, \dots 6, 7$). Un peu plus tard, une stratégie plus efficace se met en place, qui consiste à commencer par le plus grand nombre et à avancer du plus petit ($5 + 2 = 5, \dots 6, 7$). Avec la pratique, **l'élève acquiert une panoplie de stratégies** arithmétiques adaptées à chaque problème (compter, retrouver le résultat en mémoire, utiliser la dizaine, une symétrie, ...).
 « *Le développement des automatismes de calcul par des pratiques ritualisées qui en favorisent la mémorisation, libèrent l'esprit des élèves et facilitent la résolution de problèmes, sont recommandées dès les premières années de l'école primaire* ». **BO n°3 du 26 avril 2019**

Au cycle 1 : *BO n°3 du 26 avril 2019, Programme 2021, Conférence de Michel Fayol, Guide sur la construction du nombre*

- À leur arrivée en maternelle, les élèves distinguent en général les très petites quantités (un, deux ou trois), mais le sens qu'ils ont de la cardinalité est encore **intuitif**. Il faut partir de ces « pré-requis » naturels...
- Proposer quotidiennement des activités qui ont spécifiquement pour but la construction de l'aspect cardinal des nombres et ce, **dès la petite section** de maternelle. Des **jeux** (par groupes de deux ou trois) ou la **résolution de problèmes** dont l'énoncé est oralisé par le maître en s'appuyant sur un **support toujours concret et tangible**, sont proposés (pour passer de la **perception des quantités à la perception abstraite** : images mentales)
- **Stabiliser la connaissance des petits nombres jusqu'à trois** : usage cardinal, ordinal, décompositions - recompositions, reconnaissance des différentes représentations...
- Prendre conscience que **la progression de cette construction des nombres est lente et très variable** d'où une acquisition en 3 ans et ne pas cloisonner PS/MS/GS.

• Les enfants apprennent les noms des nombres un, deux et **trois en les associant à des quantités ;**

• Cette acquisition, **lente**, suit un **ordre strict** :

- en premier « un » (vers 21/2 : sachant un) ;
- puis 2 (vers 3 ou 31/2 : sachant deux) ;
- puis 3 (vers 31/2 ou 4 : sachant trois) ;

• Cette acquisition est mise en évidence par, d'une part « **Donne N** » (produire), d'autre part « **Combien y a-t-il sur une carte ?** » (dénombrer) ;

• Peu de temps après être devenus « sachant trois ou quatre », les enfants découvraient le **principe dit cardinal** et la fonction de **successeur** ($N, N+1, (N+1)+1, \dots$) ; rôle des

Trois niveaux de représentation et d'abstraction successifs pour une quantité donnée

- **Perception** : les éléments sont **présents** en vision, audition, tactilement ; ils peuvent être manipulés, transformés, ordonnés ;
- **Mentalement** : **Mentalement** (imagerie mentale) : en mémoire **immédiate** (les yeux fermés) puis en mémoire **différée** ou après recherche **en mémoire à long terme** : évoquer/se remémorer, planifier/anticiper, manipuler, transformer, ordonner ; visuo-spatial ; verbal ?
- **Codés** : en recourant à des **codes conventionnels** d'utilisation plus ou moins fréquente :
 - soit par **analogie** (doigts, dominos, barres, etc.) ;
 - soit par des **symboles abstraits** (noms de nombres ou chiffres arabes) ;



DEESCO 2023 AVRIL V3

26

La meilleure évaluation = « donne-moi N... »

= notion de cardinal plutôt que dénombrer.

L'ordre est à respecter selon les didacticiens...

Mentalement : jouer sur le sommeil (avant et après la sieste) / le jour J et le lendemain

- Prendre appui sur les **rituels** (en donnant du sens à l'activité mathématique en jeu, page 76 et suivantes du Guide cycle 1) et les **comptines numériques** (page 93 et suivantes + le [Mur de ressources](#) de la Mission Maternelle 77).

Les préconisations faites dans le cadre du [plan mathématiques](#) :

- Considérer les mathématiques comme une priorité d'enseignement, renforcer la formation.
- Se doter de ressources.
- Fonder l'enseignement sur les différentes étapes d'apprentissage, diversifier les approches dans leurs formes.
- Promouvoir la pratique mathématique en famille, au sein du périscolaire et de l'extrascolaire.

Aux cycle 2 et 3 :

Les grands principes du calcul et de son enseignement :

- 1) L'apprentissage du **concept de nombre**, du principe **d'itération**, des **compositions et décompositions** des nombres jusqu'à 10 et du sens des opérations sont des bases solides à mettre en place au cycle 1.
- 2) La **mémorisation** des résultats est un processus lent qui s'étale sur plusieurs années, des **réactivations** seront nécessaires d'où un **enseignement structuré et spiralaire** :
 - a. Exemple pour les tables : Travailler la table de 2 (révision des doubles) ensuite les tables de 4 et 8 (Montrer que la 8 ce sont les doubles de la 4), idem pour la 3 et la 6 conjointement et enfin, faire mémoriser des résultats difficiles : $6 \times 7 / 8 \times 8 / 7 \times 8...$
- 3) **L'apprentissage des faits numériques** ne peut être simplement renvoyé aux familles dans le cadre des « leçons » ; **il doit faire l'objet d'un travail en classe (apprentissage et entraînement).**
- 4) **L'enseignement** :
 - a. **Doit faire l'objet d'une pratique quotidienne moyenne d'au moins 15 minutes.** On privilégiera l'**alternance de séances d'entraînement longues** (30-45 min) permettant la **découverte** de nouvelles procédures et les **constructions des savoirs** et des **séances courtes** (15 min) permettant l'**entraînement** et l'**automatisation**.
 - b. **Les séances comprendront deux temps** :
 - **Un temps d'échauffement** (moins de 5 min) pour **réactiver** les savoirs et mettre en confiance les élèves. Des compétences apprises antérieurement ou nécessaires à une séance de découverte peuvent être remobilisées durant cette phase.
 - **Un temps d'entraînement** pour **mémoriser les nouveaux** faits numériques ou mobiliser des procédures élémentaires.
 - c. **Proposer trois types de questions** à l'élève, de la plus simple à la plus complexe :
 - répondre rapidement à une question du type « $6 \times 7 = ?$ »;
 - répondre à une question du type « Dans 42, combien de fois 6? »;
 - écrire une décomposition multiplicative d'un nombre du type $? \times ? = 30$;
 - d. **Les séances longues** comprendront également :
 - Un temps de **recherche** pour construire de nouveaux savoirs qui peut être **individuel** (suivi ou non d'un temps de travail en groupe) et peut nécessiter une recherche écrite dans un cahier ou un support dédié. Par la suite, un échange en groupe classe est conduit afin d'amener les élèves à verbaliser leurs procédures et à les expliquer, avec ou sans l'aide de l'enseignant.
 - e. **L'enseignant** : veille à **valoriser** les recherches et à être **bienveillant** quant à la place de l'erreur. Il aide à comparer les procédures, leur efficacité et amène les élèves à les hiérarchiser. Il est possible d'apporter une procédure plus efficace si nécessaire. Enfin, il sollicite, encourage et évalue (ou apporte des outils d'auto-évaluation) régulièrement.
 - f. Après l'**institutionnalisation**, une **trace écrite pertinente, simple et collective** est élaborée.
- 5) **Le calcul en ligne et le calcul mental** seront travaillés conjointement car le calcul en ligne s'avère un support de l'apprentissage du calcul mental du fait de la transcription des **procédures** en jeu, leur **verbalisation** et la comparaison de leur efficacité.
- 6) **Une différenciation à penser avec le calcul en ligne** :
 - a. peut permettre aux élèves à besoin, d'écrire des étapes de calculs intermédiaires qui seraient trop lourdes à garder en mémoire.
 - b. Inversement : peut permettre aux élèves performants en calcul mental d'effectuer des calculs plus complexes sans les poser.
- 7) Un travail **sur l'ordre de grandeur** est essentiel et doit être proposé tout au long de l'année notamment en tant que support de réflexion sur les résultats proposés par les élèves.

La construction des faits numériques relève dans un premier temps du calcul mental, mais la pratique du calcul mental s'appuie aussi sur **une bonne compréhension et une bonne connaissance de propriétés des nombres et des opérations** qui doivent être enseignées et formalisées.

Difficultés généralement rencontrées

Pistes de remédiation

Cycle 1

Calculs et concepts à maîtriser (décompositions, principe d'itération, surcomptage, compter à rebours...)

- Pratique quotidienne, explicite, structurée et progressive.
- Diversifier les approches (jeux, résolution de problèmes, rituels, comptines numériques (cf. Lien ci-dessous), défis...).
- Enseignement spiralaire.

Cycles 2/3 :

Calculer en ligne

• Les calculs dont les résultats sont supérieurs à 10 apparaissent plus complexes car les stratégies à mettre en œuvre pour les effectuer ne sont pas toujours maîtrisées

Rendre explicites les stratégies de comptage utilisées par les élèves ; enseigner explicitement les stratégies de calcul mental visées

- **Le comptage sur les doigts** : d'abord les deux collections à réunir sont matérialisées par les doigts, l'élève compte alors les doigts levés ; ensuite, les doigts servent à contrôler l'énumération du second terme (pour $5+2$, l'élève

<p>(ex. : surcomptage, connaissance et appui sur les répertoires additifs).</p> <ul style="list-style-type: none"> Le calcul de sommes dont l'un des nombres contient deux chiffres peut s'avérer moins aisé (18 + 4 et 19 + 2). Les élèves ne savent pas compter à rebours. Les élèves n'ont pas mémorisés les répertoires soustractifs. Le franchissement de la dizaine peut constituer un obstacle pour les élèves les plus fragiles (15 – 10 ; 19 – 2 et 11 – 2). Concernant la soustraction 15 – 10, le recours aux propriétés de la numération facilite le calcul. Retirer 10 à 15 c'est retirer 1 dizaine à 1 dizaine et 5 unités, il reste donc 5 unités soit 5. 	<p>dit d'abord « 5 », le premier terme de l'addition, puis « 6 », en levant un doigt, puis « 7 » en levant un autre doigt et s'arrête lorsqu'il reconnaît qu'il a 2 doigts levés, correspondant au second terme).</p> <ul style="list-style-type: none"> Le surcomptage verbal : l'enfant compte à haute voix, sans référence externe (doigts ou objets), en partant du plus grand nombre. Les stratégies de calcul s'appuyant sur : <ul style="list-style-type: none"> - l'utilisation des doubles (pour 6 + 7 : « 6 + 6 = 12, donc 6 + 7 = 13 ») ; - l'utilisation des compléments à 10 (pour 7 + 5 : « 7 + 3 = 10 et 5 = 3 + 2 donc 7 + 5 = 12 ») et le lien entre calcul et décomposition ; - l'utilisation d'un calcul équivalent : par exemple, pour ajouter 9 on peut ajouter 10 et retirer 1 (pour 6 + 9, on peut également effectuer : 6 + 10 = 16 et 16 – 1 = 15 donc 6 + 9 = 15). Expliquer certaines propriétés des opérations et des nombres : <ul style="list-style-type: none"> - 2 + 9, c'est pareil que 9 + 2 (commutativité) ; « 50 + 80 », c'est 5 dizaines + 8 dizaines, c'est 13 dizaines, c'est-à-dire 130 ». Utiliser des jeux mathématiques pour travailler le calcul dans des contextes différents. S'aider de traces écrites ou de supports comme une ligne numérique peut s'avérer nécessaire : par exemple, le résultat de l'addition 27 + 13 peut être obtenu en décomposant 13 en 10 + 3 et en ajoutant successivement 10, puis 3, à 27 (ou 3, puis 10)...
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Ressources :

Pour le cycle 1 :

- [Les comptines numériques au service des apprentissages mathématiques](#) : le calcul, la mémorisation des faits numériques, la résolution de problèmes, l'aspect ordinal..., La Mission Maternelle 77.
- Le guide maternelle sur La construction du nombre au cycle 1, Eduscol.**

Cf. Les étapes d'acquisition du nombre en maternelle, page 56 et suivantes.

Cf. La séquence « Composer, décomposer » page 80 et suivantes.

Cf. La séquence « Résoudre un problème d'ajout ou de retrait » page 97 et suivantes

Cycles 2-3 :

- Le guide [Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP](#), page 115 et suivantes, Eduscol.
- [Les mathématiques par les jeux](#), Eduscol, 2017
- [Oiseaux-compteurs](#), un jeu de cartes mathématiques au CP qui sera le support d'une expérimentation dirigée par Stanislas Dehaene, président du Conseil Scientifique de l'Éducation, Eduscol.
- Des jeux de plateau et de dés pour apprendre à se concentrer, coopérer et se questionner : [Equiplay, quadruplay, octoplay](#)
- Des boîtes de jeux : [Mathador Flash](#) (Réseau Canopé)
- Des jeux sur tablette ou ordinateur : - [L'attrape-nombres](#), [la course aux nombres](#) ;
- [calcul@TICE](#), proposé sur le site de l'académie de Lille et permettant de travailler, de manière progressive et structurée, la connaissance des nombres et des quantités, la mémorisation des tables, le calcul réfléchi autour de procédures identifiées et la résolution mentale de problèmes numériques ;
- [Primaths](#), une application de calcul mental proposée par l'académie de Dijon et qui permet un entraînement progressif, à partir d'une gamme d'exercices et d'évaluations paramétrables.
- [Visionner une capsule vidéo sur l'ajout de deux nombres inférieurs à dix](#), les fondamentaux de Canopé.
- [La fiche Eduscol CM1](#) : de nombreuses pistes pour aider à mémoriser les calculs

Lien vers les ressources [Calcul Mental du CP au CM2](#) de la Mission mathématiques 77

Exemples de situations cycle 1 :

Des transformations vers les opérations

Cet exemple est un prototype susceptible d'être réalisé par des situations et avec des matériels très divers

On place 1 jeton ou n jetons dans une boîte opaque. Cette insertion peut se faire en une fois (***) ou en plusieurs fois (* puis * puis *). Elle peut être réalisée visuellement, auditivement, tactilement... Pour l'enfant, ces situations ne sont pas de même niveau de difficulté.



L'enfant dispose de son propre matériel (les mêmes entités que l'enseignant(e) ou d'autres) et il faut d'abord s'assurer qu'il est capable de reconnaître (en sélectionnant une carte ou un domino, ou autres, parmi plusieurs qui lui sont présenté(s) et/ou de produire une quantité équivalente (avec ses doigts; avec des jetons...) d'abord sans utiliser le nom de nombre (ou un chiffre) ; produire est plus difficile que reconnaître ou choisir ;

Le recours au dénombrement, au comptage et aux chiffres se fait dans un second temps ;

DGESCO 2023 AVRIL V3

40

1) Faire mémoriser des quantités que l'on ne verra plus (court terme, moyen terme, long terme) / en 1 fois, 2 fois...

Produire avec leur matériel, la quantité qui a été placée dans la boîte

2) Introduire des transformations (ajout ou retrait)

Produire ce qu'il reste dans la boîte

(L'étape 1 : Situations très efficaces pour faire mémoriser les compositions, décompositions)

On ne travaille pas des transformations (résolution de problèmes) si on n'est pas certains que les enfants maîtrisent le cardinal choisi !!!

Des transformations vers les opérations

Une fois la réussite assurée à la production de la même quantité, on s'attache aux transformations, ajouts et retraits. On ajoute (ou retire) visiblement 1, 2, 3, 4 jetons sans que l'enfant puisse voir le résultat. On demande à l'enfant de reconnaître (sur cartes, dominos, ou parmi des mots) ou de produire lui-même le résultat avec ses propres jetons, ou doigts, ou autres.



Transformations observées ou imaginées (MT) ; Calcul mental ; situation présentées ou évoquées verbalement, etc.

Le passage aux symboles s'opère dans un second temps



DGESCO 2023 AVRIL V3

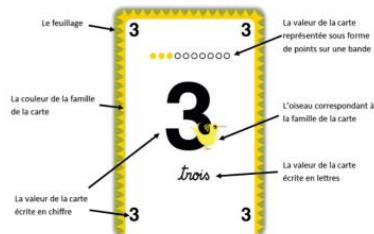
42

Le oiseau-compteurs CP :

Le matériel

Le jeu est constitué de 4 familles d'oiseaux de couleurs orange, bleu, violet, jaune.

Chaque famille est composée de 10 cartes numérotées de 1 à 10. Sur le recto de la carte, figurent plusieurs informations :



Dos des cartes

Les différents jeux proposés :

La course aux nombres travaille la suite numérique de 1 à 10.

La bataille travaille la comparaison des nombres et le tri des nombres de 1 à 10.

« Oiseau, vole ! » est un jeu individuel pour comparer les nombres et travailler les doubles.

« Oiseau, migre ! » permet de construire une suite numérique de 1 à 10.

« Oiseaux-querelle » est basé sur le principe de la comparaison des valeurs numériques des cartes.

« Oiseau, compte ! » est basé sur le calcul, principalement addition et soustraction.

« Oiseau, fais ton nid ! » prend en compte la composante géométrique des cartes matérialisée par les feuillages sur les bords des cartes, afin de construire des nids pour les oiseaux.

Le petit bridge aborde la comparaison des nombres et le tri des nombres de 1 à 10, le dénombrement des cartes, ce qui peut faire travailler le complément à dix.