

« [...] un problème mathématique devrait être difficile à résoudre pour nous séduire, mais pas complètement inaccessible, de peur qu'il se moque de nos efforts. Il devrait être pour nous un guide sur les chemins labyrinthiques des vérités cachées, et finalement un rappel de notre plaisir lorsque la solution est atteinte. »

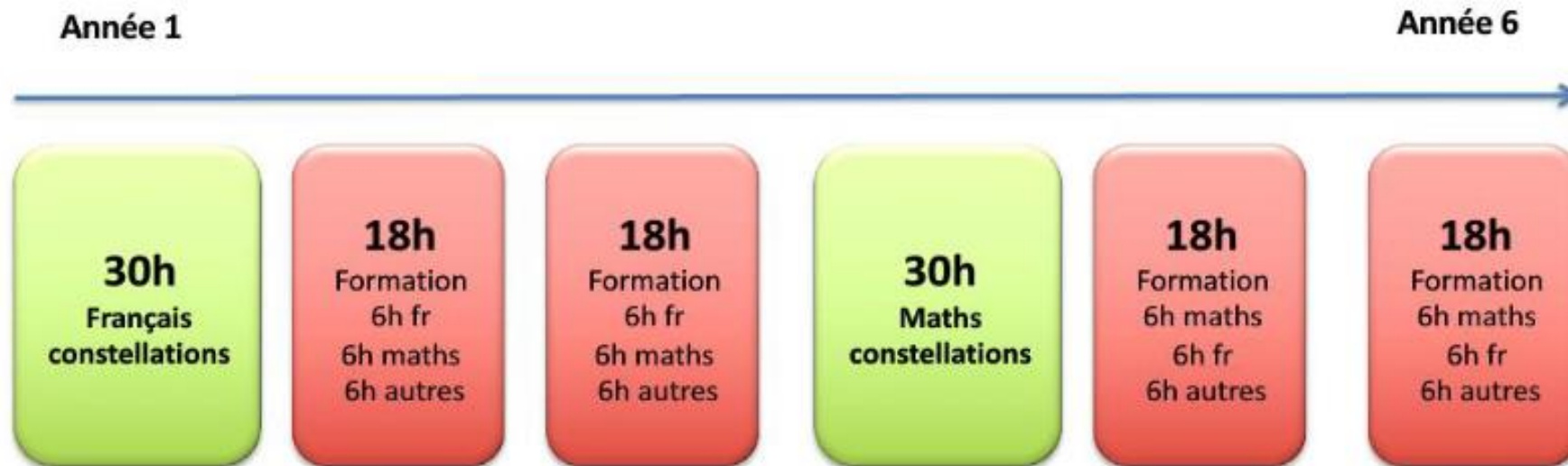


David HILBERT

# 1. COMMENT ?

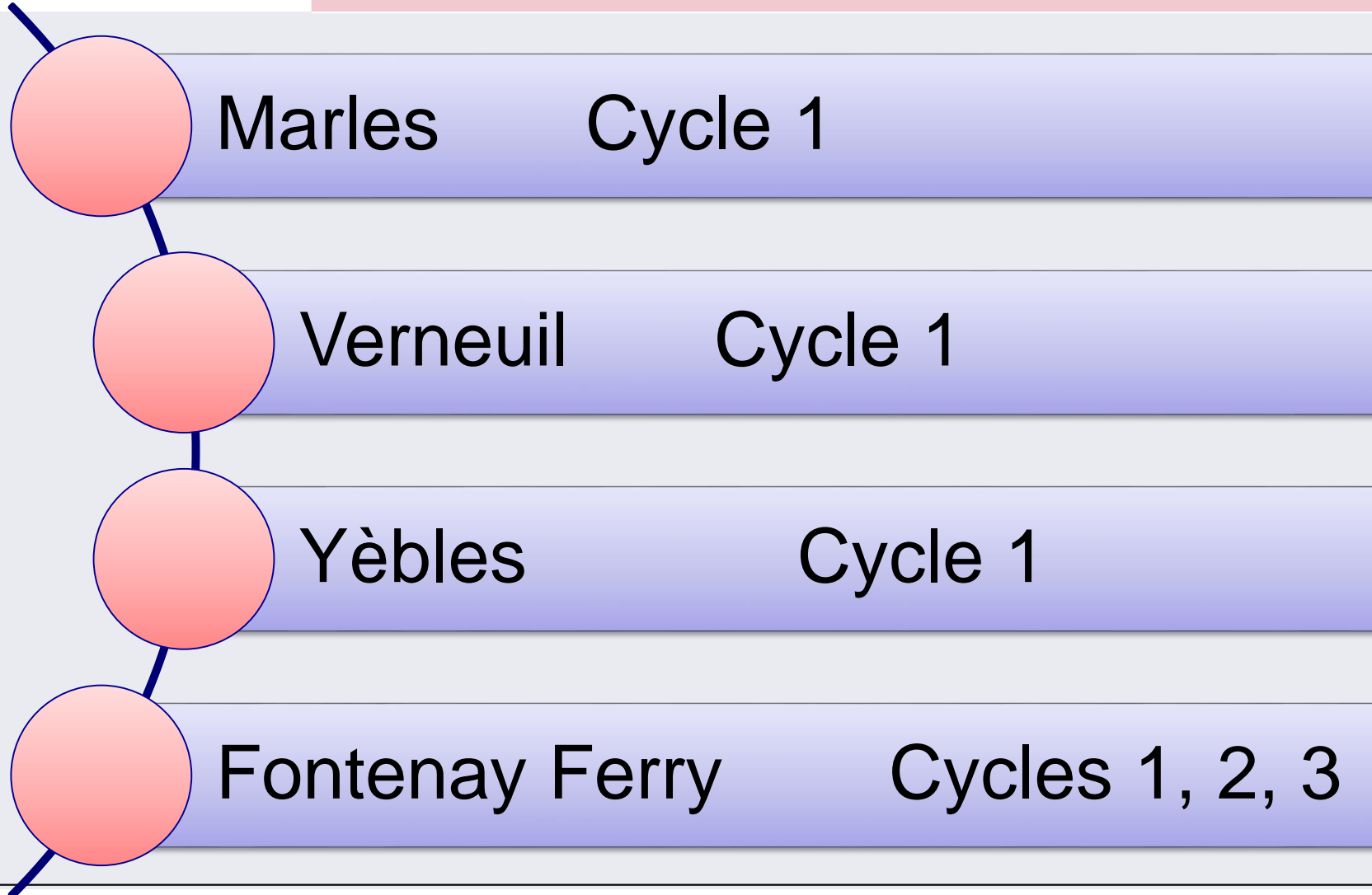
Former l'ensemble des enseignants d'une circonscription en Français et en Mathématiques sur 6 ans

Exemple de parcours d'un enseignant sur 6 ans:



30h accompagnées = 18h d'animation pédagogique + 4 demi-journées (12h)

# 1. Qui ?



# 1. Le plan de formation des GAM

|  |  |
|--|--|
| <b>3h</b><br>Formateur                                     | <b>Réunion de lancement: présentation des GAM et premiers apports didactiques</b>  |
| <b>3h</b>  | Co-observations + analyse le midi  |
| <b>C.2-3 : 3h</b><br><b>C.1 : 1h30</b><br><b>+1h30 (F)</b> | Travail en équipe sur les programmations, progressions, traces écrites communes avec schémas de référence<br><br>Idem + Apports théoriques en fonction des co-observations |
| <b>3h</b><br><b>Formateur</b>                              | Besoins spécifiques de chaque école (résolution de problèmes ou autre)   |
| <b>9h</b>  | Mener les séances en classe / Analyse en équipe  |

# 1. Brise-glace

---

*Qu'est-ce qui, d'après vous, pourrait faire que  
cette constellation ne réussisse pas ?*

Notez vos réponses sur les post-it (2-3) puis, classez-les en « catégories »...

# 1. Brise-glace

---

*Qu'est-ce qui, d'après vous, pourrait inverser ces éléments et en faire des réussites ?*

Reprenons quelques éléments ensemble...

# La résolution de problèmes



# La résolution de problèmes

## Conseils pour aider les élèves à résoudre des problèmes arithmétiques ?

- Nécessité de rencontrer régulièrement des problèmes à résoudre.
- Laisser plus de temps aux élèves pour résoudre seuls les problèmes.
- Les temps de mise en commun ne sont pas toujours nécessaires et ne doivent pas empiéter sur le temps de résolution.
- Nécessité de mener les problèmes à terme (même pour les élèves les plus en difficultés).
- Apprendre aux élèves à qualifier les résultats de leur recherche.
- Prioriser la résolution de problèmes élémentaires / basiques.
- Enrichir la mémoire des problèmes de chaque élève, pour permettre à l'élève de disposer davantage de schémas de résolution et donc d'être davantage en capacité à faire des analogies entre les problèmes rencontrés.
- Introduire des représentations sous forme de schémas bien adaptés (dessins, diagrammes, graphiques...) permettant la modélisation servant de référence aux élèves lorsqu'ils en ont besoin (non obligatoire si les élèves sont en réussite).
- Apprendre à relier les problèmes résolus par un enseignement explicite et consigner ces relations dans un cahier de références.

# La résolution de problèmes

## Typologie de Catherine Houdement

Vers une typologie des problèmes arithmétiques :

- *Les problèmes « pour apprendre » (basiques et complexes)*

# La résolution de problèmes

## Les problèmes « basiques »

Pour enrichir la mémoire des problèmes :

- Qui constituent **des éléments « simples » du raisonnement**
- Dont on vise la **résolution quasi immédiate**

Des problèmes liés à **une opération** : *2 données, trouver la troisième*

- sans information superflue
- avec une syntaxe simple
- un contexte facile à comprendre (a priori)

**Peu de problèmes de ce type dans les manuels** et surtout l'organisation n'est pas pensée.

 Outils théoriques qui les organisent : VERGNAUD

**Dans ces quatre énoncés, Il s'agit de chercher le nombre de tulipes dans un massif pour ces quatre énoncés.**

a) un massif de fleurs formé de 60 tulipes rouges et de 15 tulipes noires,

b) un massif de 60 rangées, toutes de 15 tulipes,

c) un massif de 60 fleurs, composé de tulipes et de 15 jonquilles,

d) 60 tulipes disposées en 15 massifs tous identiques.

# La résolution de problèmes

## **Points communs :**

- Même contexte
- Même syntaxe
- Mêmes nombres
- Même question

# La résolution de problèmes

## **Différences :**

- Les opérations nécessaires pour résoudre le problème.
- La possibilité de résoudre mentalement le problème.
- La représentation que nous nous faisons du problème.

# La résolution de problèmes

## Comment avez-vous procédé pour les résoudre?

- Vous avez construit des images mentales ou représentations : des fleurs, des tulipes, des jonquilles, du rouge, du noir, des massifs, des rangées
- Vous avez repéré des mots inducteurs: « et », « rangées », « toutes », « composé de... et de... », « tous identiques »
- Vous avez choisi l'opération

# La résolution de problèmes

**Et vous comment schématiseriez-vous ces différents problèmes ?**

**Dans ces quatre énoncés, Il s'agit de chercher le nombre de tulipes dans un massif pour ces quatre énoncés.**

- a) un massif de fleurs formé de 60 tulipes rouges et de 15 tulipes noires,
- b) un massif de 60 rangées, toutes de 15 tulipes,
- c) un massif de 60 fleurs, composé de tulipes et de 15 jonquilles,
- d) 60 tulipes disposées en 15 massifs tous identiques.



# La résolution de problèmes

## Les problèmes « complexes »

Enjeux pour l'élève : Construire des sous-problèmes basiques **calculables** en **connectant** des informations et qualifiant les résultats.

# La résolution de problèmes

## Les problèmes « complexes »

- Au cinéma Le Grand Rex, un adulte paye 6 euros sa place et un enfant 4.
- A la séance de l'après midi, il y avait 35 adultes et des enfants.
- A la séance du soir, il y avait 15 adultes et 20 enfants.
- La recette de la journée est de 444 euros.
  
- Combien y avait-il d'enfants à la séance de l'après midi?
  
- Un problème complexe : qui est un composé de problèmes basiques « cachés » ,à construire par l'élève

# La résolution de problèmes

## Les problèmes « complexes »

- **RESOUDRE DES PROBLEMES COMPLEXES** nécessite de :
- Connecter des informations pour construire des sous-problèmes calculables
- Savoir résoudre ces problèmes basiques
- **MAIS AUSSI qualifier les résultats intermédiaires :**
  - -Les donner en grandeur (144 euros, 16 enfants)
  - -Les replacer dans le contexte du problème (90 euros, prix qu'ont payé les adultes à la séance du soir)

# La résolution de problèmes

## Typologie de Catherine Houdement

Vers une typologie des problèmes arithmétiques :

- *Les problèmes « pour apprendre » (basiques et complexes)*
- *Les problèmes « pour chercher » (atypiques)*

# La résolution de problèmes

## **Les problèmes « atypiques »**

Enjeux pour l'élève : inventivité stratégique et flexibilité de raisonnement, persévérance et confiance en soi.

# La résolution de problèmes

## Les problèmes « atypiques »

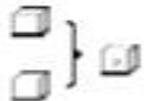
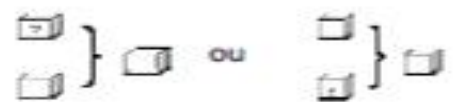

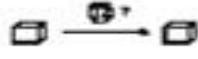



Lucas effectue un aller-retour entre son domicile et son travail en vélo. Il roule à 40km/heure à l'aller et roule à 20km/heure au retour. Quelle est la vitesse moyenne de son aller/retour?

Trouve tous les mélanges possibles de glaces à trois boules différentes, avec cinq parfums : citron, vanille, chocolat, fraise, pomme.

# La résolution de problèmes

## Typologie de Vergnaud

# Problèmes additifs et soustractifs

|  |                                |  |                     | Exemples   |
|--|--------------------------------|--|---------------------|--|
| <b>Composition de deux états</b><br>On considère les situations qui portent sur 3 grandeurs où 2 d'entre elles se composent pour donner la 3ème. | Recherche du composé           |    | Problèmes ternaires | <i>A midi, j'ai bu 2 verres d'eau et 1 verre de jus d'orange. Combien de verres ai-je bu en tout ?</i>                                       |
|  | Recherche d'1 partie           |    |                     | <i>Dans notre cour, nous avons 5 bancs. Pendant la récréation, 3 bancs sont occupés par des enfants. Combien de bancs sont vides ?</i>       |
| <b>Transformation d'un état</b><br>Un état initial subit une transformation pour aboutir à un état final.  | Recherche de l'état final      |    | Problèmes ternaires | <i>Tu avais 2 petites voitures. Je t'en donne encore une. Combien en as-tu maintenant ?</i>  |
|  | Recherche de la transformation |    |                     | <i>Pose 5 cubes sur la table. Que dois-tu faire pour en avoir 7 ?</i>  |
|  | Recherche de l'état initial    |  |                     | <i>J'ajoute 3 bonbons dans la boîte. Maintenant j'en ai 5. Combien la boîte contenait-elle déjà de bonbons ?</i>                             |
| <b>Comparaison d'états</b><br>On compare 2 états. Dans ce type de problème, on trouve presque toujours les expressions « de plus/de moins »      | Recherche de l'un des états    |  | Problèmes ternaires | <i>Alexis a 3 ans. Il a 1 an de plus (ou de moins) que sa sœur. Quel est l'âge de sa sœur ?</i>  |
|  | Recherche de la comparaison    |  |                     | <i>Sur une assiette, il y a 2 gâteaux. Sur une autre, il y en a 5. Combien y a-t-il de gâteaux de plus sur la 2<sup>ème</sup> assiette ?</i> |

# Problèmes multiplicatifs et de division

|                             |                             |   |                        |   |
|-----------------------------|-----------------------------|---|------------------------|---|
| Problèmes de multiplication | Configuration rectangulaire | Ces problèmes mettent en jeu un produit de mesures et sont scolairement identifiés comme supports à la construction du concept de multiplication. | Problèmes ternaires    | <i>Quel est le nombre de carreaux de chocolat que contient une tablette de 3 sur 4 ?</i>  |
|                             | Multiplication              | Ces problèmes relèvent de l'addition répétée.<br>On cherche le nombre total d'éléments  |                        | <i>Il y a 4 élèves. La maîtresse distribue 3 jetons à chaque élève. Combien distribue-t-elle de jetons en tout?</i>                         |
| Problèmes de division       | Division quotient           | On calcule le nombre de paquets identiques que l'on peut faire dans une collection en connaissant la valeur d'un paquet.                          | Problèmes quaternaires | <i>La maîtresse a 12 jetons. Elle les distribue à un groupe d'élèves. Chaque élève reçoit 3 jetons. Combien y a-t-il d'élèves ?</i>         |
|                             | Division partition          | On calcule la valeur d'un paquet connaissant le nombre de paquets identiques que l'on peut faire dans une collection.                             |                        | <i>La maîtresse a 12 jetons. Elle les distribue à 4 élèves. Chaque élève a le même nombre de jetons. Combien de jetons a chaque élève ?</i> |

# La résolution de problèmes

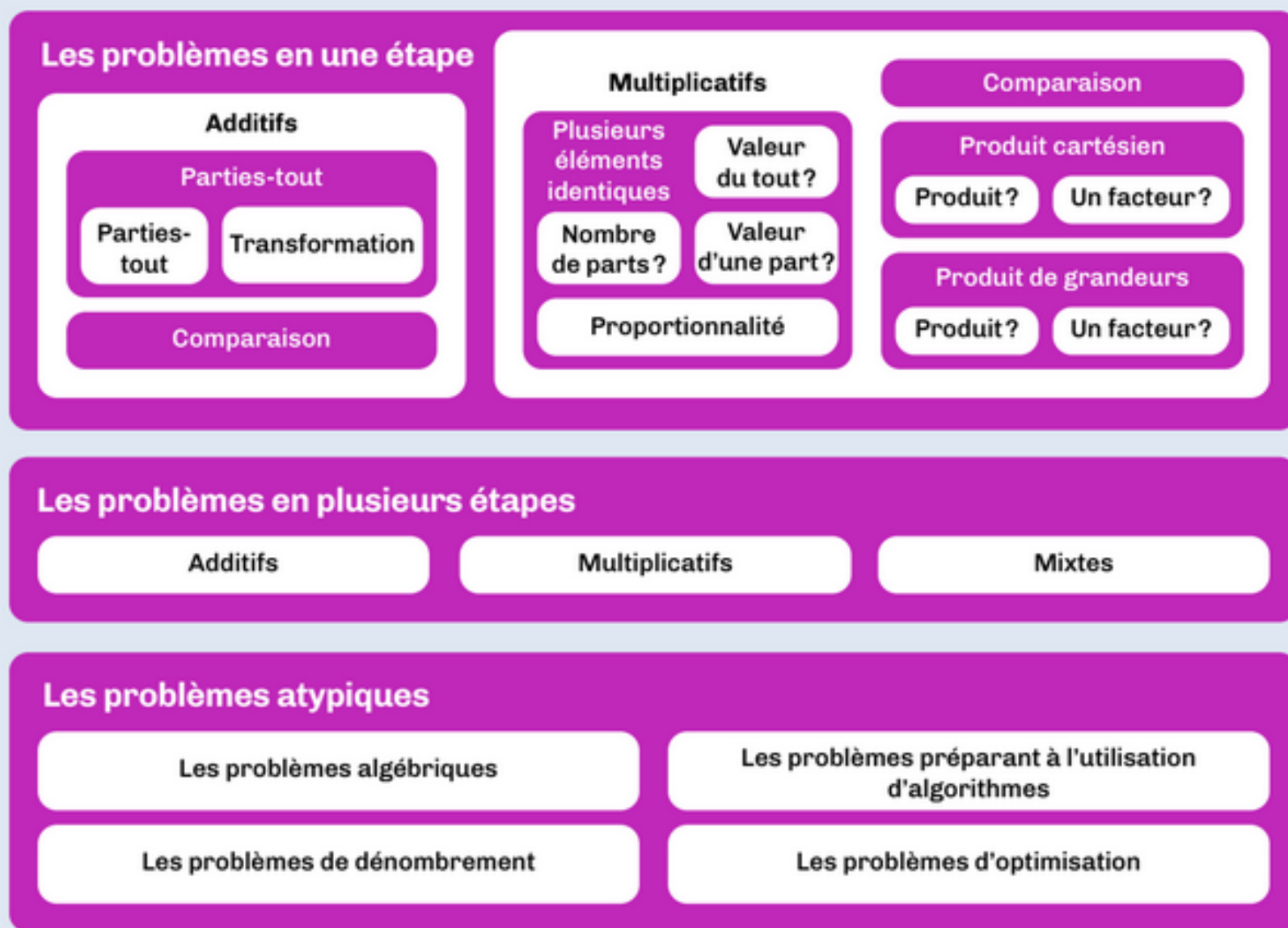
## Attention !

La typologie Vergnaud de problèmes (avec repérage de la place de l'inconnue) sont des outils **POUR L'ENSEIGNANT** :

- Pour construire des séries de problèmes ressemblant (au sens ci-dessus),
- Pour ne pas évaluer les élèves sur des types de problèmes que l'enseignant n'aurait pas fait travailler.

Il en est de même des schémas Vergnaud associés à ces problèmes. Ces schémas ne sont pas proposés pour faire l'objet d'un enseignement.

# La résolution de problèmes



Le cœur de l'activité de résolution de problèmes au cours moyen est l'apprentissage de la résolution de problèmes en plusieurs étapes.

Figure 1. Une classification des problèmes que les élèves doivent apprendre à résoudre au cours moyen.

# La résolution de problèmes

|  |                                |  | Exemples   |
|--|--------------------------------|--|--|
| <b>Composition de deux états</b><br>On considère les situations qui portent sur 3 grandeurs où 2 d'entre elles se composent pour donner la 3ème. | Recherche du composé           |  | Problèmes ternaires<br>A midi, j'ai bu 2 verres d'eau et 1 verre de jus d'orange. Combien de verres ai-je bu en tout ?<br><br>Dans notre cour, nous avons 5 bancs. Pendant la récréation, 3 bancs sont occupés par des enfants. Combien de bancs sont vides ?                                      |
|  | Recherche d'1 partie           |  |  |
| <b>Transformation d'un état</b><br>Un état initial subit une transformation pour aboutir à un état final.  | Recherche de l'état final      |  | Problèmes ternaires<br>Tu avais 2 petites voitures. Je t'en donne encore une. Combien en as-tu maintenant ?<br><br>Pose 5 cubes sur la table. Que dois-tu faire pour en avoir 7 ?<br><br>J'ajoute 3 bonbons dans la boîte. Maintenant j'en ai 5. Combien la boîte contenait-elle déjà de bonbons ? |
|  | Recherche de la transformation |  |  |
|  | Recherche de l'état initial    |  |  |
| <b>Comparaison d'états</b><br>On compare 2 états. Dans ce type de problème, on trouve presque toujours les expressions « de plus/de moins »      | Recherche de l'un des états    |  | Problèmes ternaires<br>Alexis a 3 ans. Il a 1 an de plus (ou de moins) que sa sœur. Quel est l'âge de sa sœur ?<br><br>Sur une assiette, il y a 2 gâteaux. Sur une autre, il y en a 5. Combien y a-t-il de gâteaux de plus sur la 2 <sup>ème</sup> assiette ?                                      |
|  | Recherche de la comparaison    |  |  |



Figure 1. Une classification des problèmes que les élèves doivent apprendre à résoudre au cours moyen.

# La résolution de problèmes

|                             |                             |   |                        |  |
|-----------------------------|-----------------------------|---|------------------------|--|
| Problèmes de multiplication | Configuration rectangulaire | Ces problèmes mettent en jeu un produit de mesures et sont scolairement identifiés comme supports à la construction du concept de multiplication. | Problèmes ternaires    | Quel est le nombre de carreaux de chocolat que contient une tablette de 3 sur 4 ?  |
|                             | Multiplication              | Ces problèmes relèvent de l'addition réitérée. On cherche le nombre total d'éléments  |                        | Il y a 4 élèves. La maîtresse distribue 3 jetons à chaque élève. Combien distribue-t-elle de jetons en tout?                         |
| Problèmes de division       | Division quotient           | On calcule le nombre de paquets identiques que l'on peut faire dans une collection en connaissant la valeur d'un paquet.                          | Problèmes quaternaires | La maîtresse a 12 jetons. Elle les distribue à un groupe d'élèves. Chaque élève reçoit 3 jetons. Combien y a-t-il d'élèves ?         |
|                             | Division partition          | On calcule la valeur d'un paquet connaissant le nombre de paquets identiques que l'on peut faire dans une collection.                             |                        | La maîtresse a 12 jetons. Elle les distribue à 4 élèves. Chaque élève a le même nombre de jetons. Combien de jetons a chaque élève ? |



# La résolution de problèmes

C'est à vous!

Dans la boulangerie il y a 42 pains : des pains longs et des pains ronds. Il y a 35 pains longs.  
Combien y a-t-il de pains ronds?

# La résolution de problèmes

Dans la vitrine, Yann installe 35 soldats de plomb. Dans le coffre à jouets, il en trouve d'autres. Il les range dans la vitrine. Maintenant il compte 50 soldats de plomb.

Combien de soldats Yann a-t-il trouvés dans le coffre à jouets?

# La résolution de problèmes

Pour aider son ami, l'écureuil a pris 17 noisettes dans sa réserve. « Il m'en reste encore 41 », dit-il.

Combien de noisettes avait-il dans sa réserve?

# La résolution de problèmes

Chaque jour, le lion de Zouzi mange 7 kilogrammes de viande.

Quelle quantité de viande son dompteur doit-il prévoir pour 6 jours?

# La résolution de problèmes

Lors d'une promenade en forêt, 5 enfants ont ramassé ensemble 35 kilogrammes de châtaignes. Chaque enfant a ramassé la même quantité.

Quelle quantité de châtaignes chacun a-t-il ramassée?

# La résolution de problèmes

Célia est arrivée à l'école avec 67 billes et a joué 2 parties. A la première partie, elle a perdu 13 billes. A la seconde, elle a gagné 18 billes.

Combien Célia a-t-elle gagné ou perdu de billes après ces 2 parties?

# La résolution de problèmes

Pour son anniversaire Stéphanie prépare une boisson avec du sucre et des oranges.  
Pour 7 oranges il faut 12 morceaux de sucre. Elle utilise 35 oranges.

Combien lui faut-il de morceaux de sucre ?