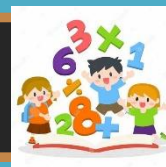


Les incontournables : Résoudre des problèmes



Compétences évaluées dans les évaluations nationales :

CP : **COMPÉTENCE VISÉE** Être capable de résoudre des problèmes relevant de structures additives (addition/ soustraction).

CE1/CM1

COMPÉTENCE VISÉE Être capable de résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul.

Au cycle 1 : BO n°3 du 26 avril 2019, Programme 2021, Conférence de Michel Fayol, Guide sur la construction du nombre

- À leur arrivée en maternelle, les élèves distinguent en général les très petites quantités (un, deux ou trois), mais le sens qu'ils ont de la cardinalité est encore **intuitif**. Il faut partir de ces « pré-requis » naturels...
- Proposer quotidiennement des activités qui ont spécifiquement pour but la construction de l'aspect cardinal des nombres et ce, **dès la petite section** de maternelle. Des **jeux** (par groupes de deux ou trois) ou la **résolution de petits problèmes** dont l'énoncé est oralisé par le maître en s'appuyant sur un **support toujours concret et tangible**, sont proposés (pour passer de la **perception des quantités à la perception abstraite** : images mentales)
- Proposer des problèmes **additifs, soustractifs, de partage, de réunion** sur de petites quantités en MS GS.
- Dès que les enfants sont prêts (fin de MS ou GS), proposer des problèmes complexes de **deux étapes**.
- S'assurer de la **progressivité du rôle de la manipulation** : pour comprendre la situation => pour se construire des images mentales (lien avec le schéma en barres) => pour anticiper et valider. La manipulation des objets doit être progressivement empêchée afin de laisser place à l'anticipation et ainsi construire l'abstraction.
- **L'écrit** aura un rôle essentiel pour schématiser, représenter les situations proposées.
- Travailler sur les **notions** « plus, moins, autant, combien... »
- Proposer des situations dans lesquelles le résultat n'est pas d'emblée disponible ! => le nombre doit apparaître **comme utile** pour résoudre des problèmes.

Les préconisations faites dans le cadre du **plan mathématiques** :

- considérer les mathématiques comme une priorité d'enseignement, renforcer la formation.
- se doter de ressources.
- fonder l'enseignement sur les différentes étapes d'apprentissage, diversifier les approches dans leurs formes.
- promouvoir la pratique mathématique en famille, au sein du périscolaire et de l'extrascolaire.

Au cycle 2 et 3 :

Les grands principes de la RDP et de son enseignement :

- 1) La RDP permet de travailler : (cf. Guide RDP au cours Moyen, Eduscol)
 - a. les connaissances mathématiques des élèves : ils doivent en effet identifier les nombres en jeu dans l'énoncé et leur nature
 - b. la mémoire de problèmes similaires préalablement résolus : les enfants comme les adultes s'appuient largement sur leur mémoire pour résoudre des problèmes. L'évocation en mémoire de problèmes pouvant aider à la résolution d'un nouveau
 - c. des compétences et des aptitudes diverses : la confiance qu'ont les élèves en leur capacité à traiter les problèmes, l'engagement dont ils font preuve pour chercher, la capacité à lire et comprendre, l'aptitude à collaborer, à organiser et structurer sa pensée.
- 2) Travailler en parallèle la décomposition et la recombinaison des nombres, les compléments à 10, la comparaison de deux sous collections à la collection d'origine, la recherche de compléments, les déplacements sur la bande numérique...
- 3) Développer les **6 compétences mathématiques** : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer et communiquer.
- 4) Consacrer un **temps régulier** à l'enseignement de la résolution de problèmes (mais pas d'une « typologie des problèmes »).
- 5) Constituer un **répertoire de modèles** de résolution auxquels se référer :
 - a. Consacrer un temps régulier aux problèmes basiques (choisir des « exemples-types » à partir desquels se décline une banque de problèmes analogues).
 - b. Constituer un répertoire de modèles de résolution auxquels se référer => outil sur le cycle.
- 6) Représenter à l'aide de **schémas** (notamment les « schémas en barre », voir guide CP) pour préparer la modélisation.
- 7) Proposer de façon équilibrée, les **différentes catégories de problèmes** :

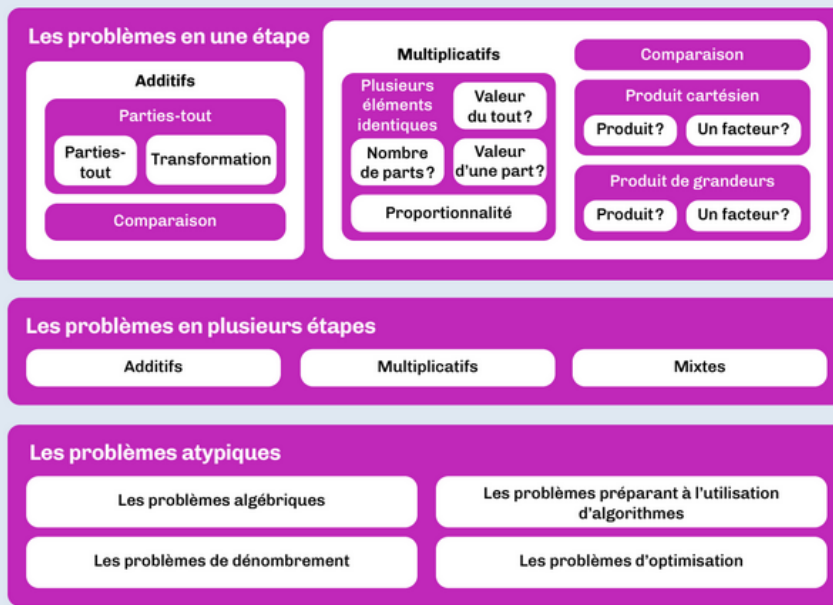


Figure 1. Une classification des problèmes que les élèves doivent apprendre à résoudre au cours moyen.

Les différentes catégories de problèmes du Guide Eduscol « La résolution de problèmes au cours moyen »

Problèmes additifs et soustractifs

				Exemples
Composition de deux états On considère les situations qui portent sur 3 grandeurs où 2 d'entre elles se composent pour donner la 3ème.	Recherche du composé		Problèmes ternaires	A midi, j'ai bu 2 verres d'eau et 1 verre de jus d'orange. Combien de verres ai-je bu en tout ?
	Recherche d'1 partie			Dans notre cour, nous avons 5 bancs. Pendant la récréation, 3 bancs sont occupés par des enfants. Combien de bancs sont vides ?
Transformation d'un état Un état initial subit une transformation pour aboutir à un état final.	Recherche de l'état final		Problèmes ternaires	Tu avais 2 petites voitures. Je t'en donne encore une. Combien en as-tu maintenant ?
	Recherche de la transformation			Pose 5 cubes sur la table. Que dois-tu faire pour en avoir 7 ?
	Recherche de l'état initial			J'ajoute 3 bonbons dans la boîte. Maintenant j'en ai 5. Combien la boîte contenait-elle déjà de bonbons ?
Comparaison d'états On compare 2 états. Dans ce type de problème, on trouve presque toujours les expressions « de plus/de moins »	Recherche de l'un des états		Problèmes ternaires	Alexis a 3 ans. Il a 1 an de plus (ou de moins) que sa sœur. Quel est l'âge de sa sœur ?
	Recherche de la comparaison			Sur une assiette, il y a 2 gâteaux. Sur une autre, il y en a 5. Combien y a-t-il de gâteaux de plus sur la 2ème assiette ?

Problèmes multiplicatifs et de division

Problèmes de multiplication	Configuration rectangulaire	Ces problèmes mettent en jeu un produit de mesures et sont scolairement identifiés comme supports à la construction du concept de multiplication.	Problèmes ternaires	Quel est le nombre de carreaux de chocolat que contient une tablette de 3 sur 4 ?
	Multiplication	Ces problèmes relèvent de l'addition répétée. On cherche le nombre total d'éléments		Il y a 4 élèves. La maîtresse distribue 3 jetons à chaque élève. Combien distribue-t-elle de jetons en tout ?
Problèmes de division	Division quotient	On calcule le nombre de paquets identiques que l'on peut faire dans une collection en connaissant la valeur d'un paquet.	Problèmes quaternaires	La maîtresse a 12 jetons. Elle les distribue à un groupe d'élèves. Chaque élève reçoit 3 jetons. Combien y a-t-il d'élèves ?
	Division partition	On calcule la valeur d'un paquet connaissant le nombre de paquets identiques que l'on peut faire dans une collection.		La maîtresse a 12 jetons. Elle les distribue à 4 élèves. Chaque élève a le même nombre de jetons. Combien de jetons a chaque élève ?

- 8) Proposer des **problèmes complexes** (composés de sous-problèmes basiques, à deux étapes) dès la GS et faire des allers-retours constants entre problèmes basiques et problèmes complexes.
Enjeux pour l'élève : Construire des sous-problèmes basiques **calculables** en **connectant** des informations et qualifiant les résultats
- 9) Proposer des **problèmes atypiques** dès le cycle 1.
Enjeux pour l'élève : inventivité stratégique et flexibilité de raisonnement, persévérance et confiance en soi.
- 10) Penser à varier le caractère déplaçable ou non des objets constituant les collections.
- 11) Permettre aux élèves de **verbaliser** ce qu'ils ont fait.
- 12) La **mémorisation** des problèmes est un processus lent qui s'étale sur plusieurs années, des **réactivations** seront nécessaires d'où un **enseignement structuré et spiralaire**.
- 13) **Cet enseignement doit faire l'objet d'une pratique quotidienne moyenne d'au moins 15 minutes.** On privilégiera l'**alternance de séances d'entraînement longues** (30-45 min) permettant la **découverte** de nouveaux problèmes et des **séances courtes** (15 min) permettant l'**entraînement** et l'**automatisation**.
- 14) **Travailler la compréhension des énoncés** :
 - a. Selon les élèves, vivre la situation, la mimer, la dessiner, la schématiser ; travailler aussi la « prise de notes » à partir d'un énoncé oral.
 - b. Proposer des situations qui font sens (vie courante, découverte du monde...)
- 15) **Un point sur le triptyque « manipuler-verbaliser-abstraire »** :
 - c. Passer d'une manipulation pour agir, constater, à une manipulation pour vérifier, valider une réponse.
 - d. Passer de la manipulation d'objets à la manipulation d'images plus ou moins figuratives, puis de matériel décontextualisé (cubes emboîtables notamment).
 - e. Représenter à l'aide de schémas (notamment schéma en barres, cf. guide CP). Résoudre à l'aide de schémas pour préparer la modélisation.
 - f. Favoriser la **verbalisation** en posant des questions pour passer :
 - de la manipulation passive à la manipulation active : « À quoi réfléchis-tu ? » ; « Où en es-tu ? » « Que dois-tu faire pour ... ? » ;
 - de la manipulation active à la formulation, à l'explicitation des procédures : « Comment as-tu fait ? » ; « Peux-tu me dire ce qui va se passer si ... ? » ; « Crois-tu qu'il va se passer si ... ? » ;
 - de la manipulation active à la validation des solutions proposées : « Peux-tu dire quelle solution tu as trouvée ? » ; « Peux-tu vérifier ? » ;
 - de la formulation et de l'explicitation des procédures à la validation des solutions proposées : « Comment fais-tu ? » ; « Peux-tu me donner un exemple ? » ; « Comment peux-tu en être certain ? »
- 16) **Les rôles de l'enseignant** : proposer des problèmes très fréquemment, inviter les élèves à se questionner, expliciter les références (problème de référence / affichages), assurer la répétition...

17) Après l'institutionnalisation, une trace écrite pertinente, simple et collective est élaborée.

Difficultés généralement rencontrées

Pistes de remédiation



• L'élève a une mauvaise maîtrise des algorithmes de calcul.



- Travailler, en appui sur la manipulation, la décomposition et la recomposition des nombres, les compléments à 10, la comparaison de deux sous collections à la collection d'origine, la recherche de compléments, déplacement sur la bande numérique...) :
 - penser à varier le caractère déplaçable ou non des objets constituant les collections ;
 - entraîner l'élève à estimer des quantités de façon approximative, puis à vérifier ;
 - lui permettre de verbaliser ce qu'il a fait ;
- Utiliser des jeux.
- Privilégier le calcul en ligne basé sur la décomposition recomposition des valeurs numériques.
- Proposer l'usage du tableau de numération, le matériel.

• L'élève a des difficultés de **compréhension** des noms de nombres ou des autres mots de l'énoncé (un œuf chacune, chaque élève, en plus, en moins, ajouter, retirer, retrancher, etc.).



- Mimer le problème ou le faire vivre aux élèves en utilisant le matériel approprié à la situation.
- Clarifier le contexte et les références culturelles de l'énoncé (découverte du monde, vie courante : le sens et l'expérience des contextes de la vie d'enfant) :
 - proposer des situations de résolution de problèmes qui font sens, qui intègrent des variables telles que la taille des collections, la nature des objets dont on parle et leur organisation spatiale faire varier le contexte d'un problème initial en y intégrant de nouvelles grandeurs (prix, longueurs, masses) peut permettre de faire apparaître la permanence et la solidité d'une procédure.
- Travailler le sens des expressions suivantes en les associant à des énoncés de problèmes pouvant parfois être discordants avec les intuitions des élèves : «de plus que», «fois plus que».
- Travailler la compréhension des questions ; celles-ci peuvent être positionnées en début d'énoncé pour permettre aux élèves de se concentrer sur un objectif précis.
- Questionner les élèves pour les amener à verbaliser à voix haute les étapes de leur raisonnement : Qu'est-ce que l'on cherche? Qu'est-ce que l'on sait déjà? Quelle est la nature de ce que l'on cherche?

• L'élève a des difficultés à modéliser la situation (déterminer les opérations mathématiques à effectuer pour résoudre le problème).



- Manque de représentation concrète de la situation.
- Difficulté à déterminer s'il faut additionner ou soustraire.
- Utilisation de procédures ne s'appuyant pas sur le sens du problème mais uniquement sur les nombres en jeu. Par exemple, s'il y a trois nombres dans l'énoncé, l'élève les additionne. (Problème 1 : $6+1+3$)
- **Utiliser différentes modalités de présentation d'un problème :**
 - faire un schéma ou un croquis correspondant à l'énoncé d'un problème verbal, car ils constituent des moyens de différenciation pour aider les élèves à se représenter le problème puis à le résoudre.
 - recourir à la représentation chronologique du problème (situation initiale, transformation (+,-), situation finale).
 - recourir aux objets concrets ou au mime (un jeu de rôles).
 - favoriser les échanges verbaux qui permettent d'explicitier les caractéristiques du problème et les stratégies de résolution possibles.

• L'élève a des difficultés de contrôle cognitif (« inhibition »)



- Il doit apprendre à réfléchir pour contrôler ses impulsions : ce n'est pas parce que l'énoncé utilise le mot « gagnés » qu'il faut nécessairement additionner.
- Proposer une variété de problèmes avec des situations additives ou soustractives.

<ul style="list-style-type: none"> • Les problèmes de comparaison sont généralement plus difficiles à résoudre • Il est plus difficile de trouver, pour un problème donné, l'une des quantités que le tout. • Il est plus difficile de trouver, pour un problème donné, la quantité initiale. 	<ul style="list-style-type: none"> • Proposer une variété de problèmes avec des situations additives ou soustractives. • Proposer et expliciter les outils de référence (problème de référence) • Insister davantage sur la recherche de ces éléments (rechercher un équilibre dans les propositions effectuées en analysant le manuel si besoin) => une des deux quantités / l'état initial... • Utiliser la ligne numérique (graduée de 1 à 100, de la gauche vers la droite) pour montrer comment les opérations correspondent à des déplacements sur la ligne numérique. • Inciter les élèves à faire des analogies entre les problèmes basiques rencontrés et un modèle déjà travaillé en classe. Ce dernier peut avoir fait l'objet d'une modélisation sous la forme d'un schéma en barres.
<ul style="list-style-type: none"> • Les difficultés à résoudre des problèmes à plusieurs étapes 	<ul style="list-style-type: none"> • Éviter de réduire la résolution de problèmes au fait de «trouver LA bonne opération» en renforçant la centration des élèves sur la compréhension du sens de l'énoncé et sur la capacité à modéliser. • S'appuyer sur les connaissances développées en résolvant des problèmes à une étape pour apprendre à connecter les informations pour construire le (les) sous-problème(s) basique(s) : on demande donc aux élèves de faire apparaître les étapes intermédiaires

Ressources :

Pour le cycle 1 :

- [Les comptines numériques au service des apprentissages mathématiques](#) : le calcul, la mémorisation des faits numériques, la résolution de problèmes, l'aspect ordinal..., La Mission Maternelle 77.
- [Le guide maternelle sur La construction du nombre au cycle 1](#), Eduscol.

Cf. *Les étapes d'acquisition du nombre* en maternelle, page 56 et suivantes.

Cf. La séquence « *Composer, décomposer* » page 80 et suivantes.

Cf. La séquence « Résoudre un problème d'ajout ou de retrait » page 97 et suivantes

Cycles 2-3 :

- Le guide « **Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP** », Eduscol.

- «Modélisation par le schéma en barres» aux pages 94-96

- «Quelques difficultés fréquentes autour du calcul» aux pages 69-72

* Guide «**Résolution de problèmes**» - **Cours moyen**, Eduscol.

- page 45 : Comprendre un énoncé « sollicite dans un temps bref, et souvent simultanément, des connaissances et des mécanismes cognitifs nombreux et de natures différentes »

- «Les problèmes en plusieurs étapes» aux pages 29-30

- [Différence et somme imposées, APMEP](#) :

- le jeu de la différence imposée : placer 10 pions numérotés de 1 à 10 autour d'un cercle de telle façon que la différence entre deux nombres consécutifs soit toujours 2 ou 3 ;

- le jeu de la somme imposée : placer 6 pions numérotés de 1 à 6 autour d'un cercle de telle façon que la somme de trois nombres consécutifs soit toujours 10 ou 11.

- [Revue de l'IREM](#)

• Canopé, les fondamentaux, pour apprendre, de façon ludique, les notions fondamentales :

- [le nombre 10](#) (télécharger la capsule vidéo et la fiche pédagogique) ;

- [décomposer les nombres de 1 à 9](#) (télécharger la capsule vidéo et la fiche pédagogique).

Exemples de situations cycle 1 :

Des transformations vers les opérations

Cet exemple est un prototype susceptible d'être réalisé par des situations et avec des matériels très divers

On place 1 jeton ou n jetons dans une boîte opaque. Cette insertion peut se faire en une fois (***) ou en plusieurs fois (* puis * puis *). Elle peut être réalisée visuellement, auditivement, tactilement... Pour l'enfant, ces situations ne sont pas de même niveau de difficulté.



L'enfant dispose de son propre matériel (les mêmes entités que l'enseignant(e) ou d'autres) et il faut d'abord s'assurer qu'il est capable de reconnaître (en sélectionnant une carte ou un domino, ou autres, parmi plusieurs qui lui sont présenté(s) et/ou de produire une quantité équivalente (avec ses doigts; avec des jetons...) d'abord sans utiliser le nom de nombre (ou un chiffre) ; produire est plus difficile que reconnaître ou choisir ;

Le recours au dénombrement, au comptage et aux chiffres se fait dans un second temps ;

DGESCO 2023 AVRIL V3

40

1) **Faire mémoriser** des quantités que l'on ne verra plus (court terme, moyen terme, long terme) / en 1 fois, 2 fois...

Produire avec leur matériel, la quantité qui a été placée dans la boîte

2) Introduire des transformations (ajout ou retrait)

Produire ce qu'il reste dans la boîte

(L'étape 1 : Situations très efficaces pour faire mémoriser les compositions, décompositions)

On ne travaille pas des transformations (résolution de problèmes) si on n'est pas certains que les enfants maîtrisent le cardinal choisi !!!

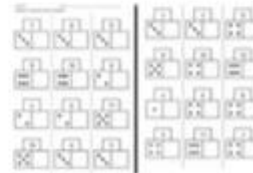
Des transformations vers les opérations

Une fois la réussite assurée à la production de la même quantité, on s'attache aux transformations, ajouts et retraits. On ajoute (ou retire) visiblement 1, 2, 3, 4 jetons sans que l'enfant puisse voir le résultat. On demande à l'enfant de reconnaître (sur cartes, dominos, ou parmi des mots) ou de produire lui-même le résultat avec ses propres jetons, ou doigts, ou autres.



Transformations observées ou imaginées (MT) ; Calcul mental ; situation présentées ou évoquées verbalement, etc.

Le passage aux symboles s'opère dans un second temps



DGESCO 2023 AVRIL V3

42