Leçon n°19 : Sections planes – Repérage dans l'espace

I) Repérage

A) Dans un pavé droit

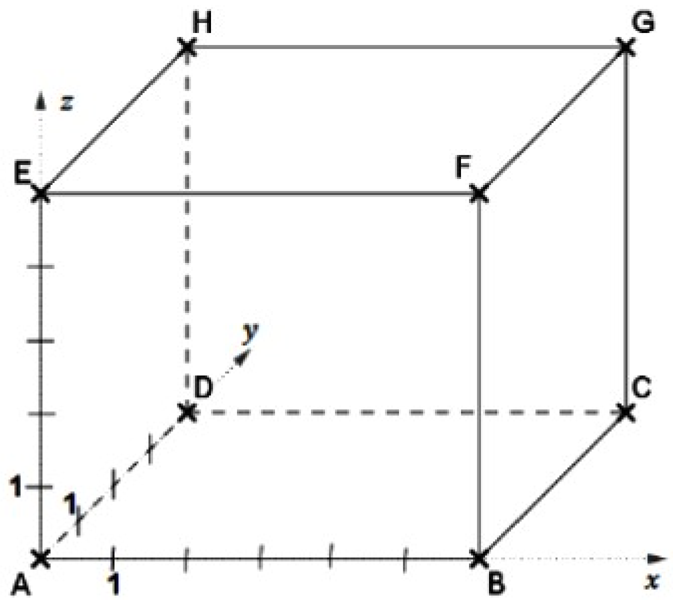
Définition : Dans un pavé droit, un repère est formé par trois arêtes ayant un sommet commun, appelé origine du repère.

Propriété et définition : Tout point d'un pavé droit est repéré par **trois coordonnées** : l'**abscisse**, l'**ordonnée** et l'**altitude**.

Exemple :

Axe des **ALTITUDES**

Axe des **ORDONNÉES**



Axe des **ABSCISSES**

ABCDEFGH est un pavé droit.

Le repère formé par les arêtes [AB], [AD] et [AE] a pour origine le point A.

Les coordonnées du point A sont 0 ; 0 ; 0. On note A(0 ; 0 ; 0)

Ainsi les coordonnées des sommets du pavé droit sont :

A (0 ;0 ;0) B (6 ;0 ;0) C (6 ;4 ;0) D(0 ;4 ;0)

E (0 ;0 ;5) F (6 ;0 ;5) G (6 ;4 ;5) et H (0 ;4 ;5)

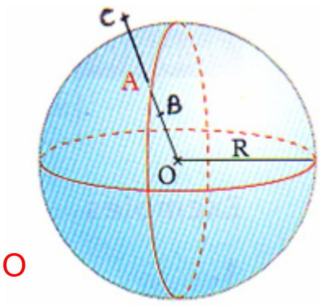
Le milieu I de l'arête [BC] a pour coordonnées I(6 ;2 ;0)
Le milieu J de l'arête [HG] a pour coordonnées J(3 ;4 ;5)
Placer le point P (0 ; 3 ; 5). Le point P est situé sur l'arête [EH]

B) Coordonnées géographiques sur une sphère

Définition :
• La sphère S de centre O et de rayon R est l'ensemble des points M tels que OM = R
Une sphère est « vide ». Exemples : Une bulle, une balle de ping-pong.

• La boule B de centre O et de rayon R est l'ensemble des points M tels que OM≤R
Une boule est « pleine ». Exemples : Une bille en vert, un dragibus …

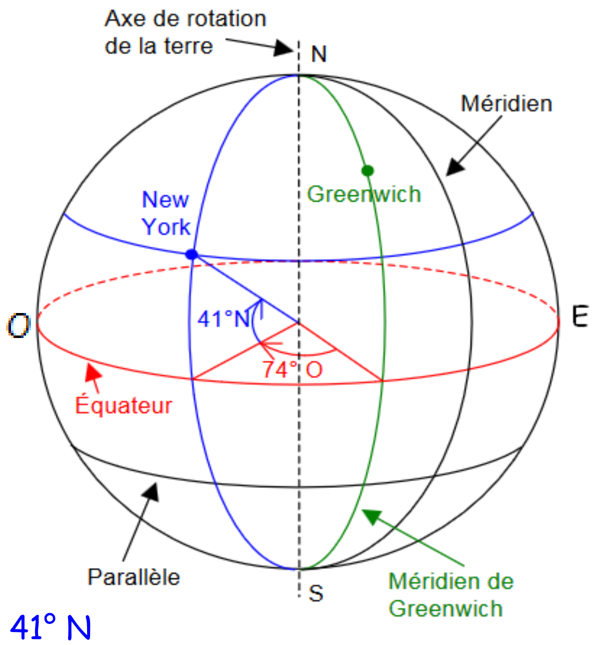
Exemple :



• Le point B appartient à la boule de centre O et de rayon R.
De plus B est à l'intérieur de la boule et donc la sphère.

• Le point A appartient à la sphère de centre O et de rayon R.
Il est **SUR** la surface de la sphère. Il appartient donc aussi la boule.

• Le point C n'appartient ni à la boule ni à la sphère car sa distance au point O est plus grande que le rayon.



On assimilera la terre à une sphère de 6 400 km de rayon et de centre O.

Les points N et S représentent respectivement le pôle ….Nord et le pôle ..Sud….

Le demi-cercle de diamètre [NS] qui passe par G s'appelle Méridien de Grennwich…………

On repère un point sur la Terre par la donnée de :

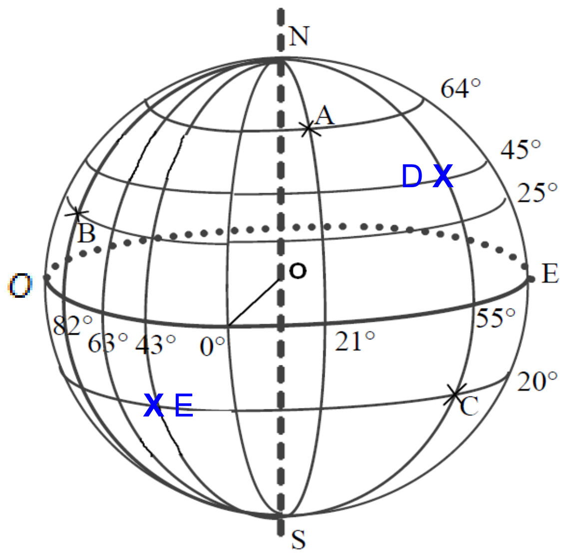
- Sa ..longitude………… : c'est l'angle en degrés avec le Méridien de Greenwich suivi de la lettre O (………………) ou E (………………) :
- Sa ……latitude……………… : c'est l'angle en degrés entre le parallèle du point et l'équateur, suivi de la lettre N (………………) ou S (………………).

La longitude pour **New York** est 74° O……et sa latitude est …41° N

Les coordonnées de **New York** sous la forme (longitude ; latitude) c'est-à-dire **(** 74° O…. **,** 41° N… **)**

Pour info, les coordonnées approximatives de Balbigny sont (4° E ; 45° N)

Exemple :



1) Quelles sont les coordonnées des points A, B et C ?

A (..21° O…… ; 64° N….)

B (..82° O…… ; ..25° N….)

C (..82° E….. ; 20° S…..)

2) Place le point D (55° E ; 45° N)
et le point E (43° O ; 20° S) sur la sphère.

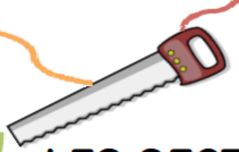
II) Section plane de solides

A) Définition

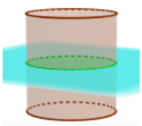
Un solide est coupé par un plan. La surface obtenue s'appelle la **section plane** du solide.

B) Propriétés

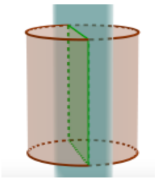
LES SECTIONS



Les cylindres

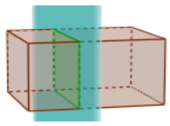


Plan parallèle à la base
La section est un Disque de même rayon que la base........

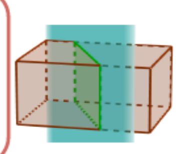


Plan parallèle à l'axe
La section est un
.......Rectangle dont une dimension est la hauteur du cylindre

Les pavés droits

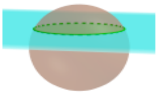


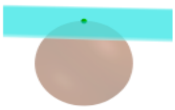
Plan parallèle à une face
La section est un Rectangle de mêmes dimensions que la face



Plan parallèle à une arrête
La section est un
Rectangle

Les boules

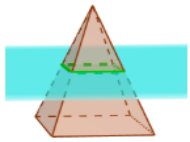


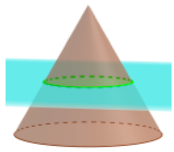


Plan parallèle à un grand cercle
La section peut être

- Un disque plus petit
- Le grand disque.......
- Le point.......................
- Pas d'intersection

Les pyramides
Les cônes

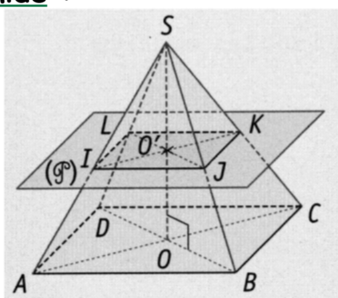




Plan parallèle à la base
La section est
Une réduction de la base...........
....

C) Cas particulier des sctions de pyramides et de cônes

La pyramide :

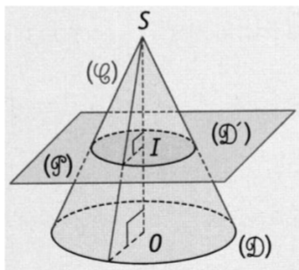


Le carré IJKL est une réduction de carré ABCD

Le solide SIJKL est une pyramide régulière, ...réduction... de la pyramide SABCD.

Le **rapport de réduction** est par exemple :
$\frac{SI}{SA}$ ou $\frac{SO'}{SO}$ ou $\frac{IJ}{AB}$ et on le note en général k

Le cône :



Le disque (𝒟') est une ...réduction... du disque (𝒟).

Le solide de sommet S qui a pour base le disque (𝒟')

est un cône de révolution réduction du cône entier.

Le **rapport de réduction** est:

$$\frac{SI}{SO} = k$$

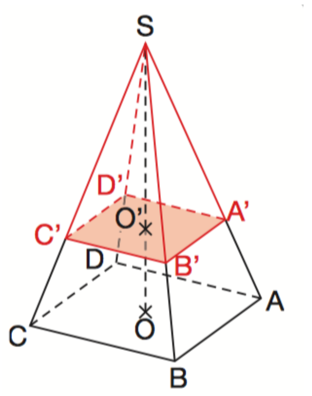
Propriété - Rappel :
Pour trouver le coefficient de réduction, noté k, on utililse la formule

$$k = \frac{longueur\ d'arrivée}{longueur\ de\ départ}$$

III) Volumes : Effets d'un agrandissement ou d'une réduction

Propriété : Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k

- Les longueurs sont multipliées par k.
- Les aires sont multipliées par k^2 .
- Les volumes sont multipliés par k^3 .



Exemple : SABCD est une pyramide régulière de sommet S dont la base est le carré ABCD de côté 6 cm.
Sa hauteur est SO = 12 cm. O' est le point de [SO] tel que SO' = 9 cm.
Le plan passant par O' et parallèle à la base coupe la pyramide selon le carré A'B'C'D'.

1) Déterminer la nature de la section et donner ses dimensions.

1 - On identifie la nature de la section :

On sait que la section est une réduction de la base de la pyramide : c'est donc un carré de côté plus petit que 6 cm.

2 – On calcule le coefficient de réduction :

On connaît deux longueurs qui se correspondent : SO et SO'.
La longueur de départ dans la grande pyramide) est SO = 12cm.
La longueur d'arrivée dans la petite pyramide est SO' = 9.

On a donc $k = \dfrac{SO'}{SO} = \dfrac{9}{12} = \dfrac{3\times3}{3\times4} = \dfrac{3}{4}$

3 - On multiplie la longueur de départ par le coefficient de réduction

$A'B' = k \times AB = \dfrac{3}{4} \times 6 = 4{,}5$

La section est donc un carré de côté 4,5 cm.

2) Calculer le volume de la grande pyramide SABCD. En déduire le volume de la pyramide SA'B'C'D'.

$Volume_{\ ABCD} = \dfrac{1}{3} \times Aire_{\ ABCD} \times hauteur$

$Volume_{\ ABCD} = \dfrac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 12$

$Volume_{\ ABCD} = 144\ cm^3$

Le volume de la grande pyramide SABCD est de $144\ cm^3$.
Pour avoir le volume de la pyramide réduite il suffit de multiplier ce résultat par le rapport de réduction au cube.

$Vréduit = k^3 \times Volume_{\ ABCD}$

$Vréduit = \left(\dfrac{3}{4}\right)^3 \times 144\ cm^3$

$Vréduit = 60{,}75\ cm^3$

Le volume de la petite pyramide SA'B'C'D 'est donc de $60{,}75\ cm^3$.