Leçon n°6 : Distributivité

I) Développer et réduire une expression littérale

A) Définitions-rappels de 4e

➢ Pour **réduire** une somme, on regroupe les termes de la même famille puis on les ajoute ensemble.

Exemple : A = $12x^2 + 1 - 3x + 4x^2 + 5x - 2 + x^2$

A = $12x^2 + 4x^2 + 1x^2 \quad - 3x + 5x \quad + 1 - 2$

A = $17x^2 + 2x - 1$

⚠ On ne peut pas ajouter deux termes de « familles » différentes.

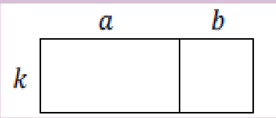
➢ L'**opposé** d'une expression littérale est **l'opposé de chacun de ses termes**.

Exemples :

- L'opposé de 3 est -3.
- L'opposé de x^2 est $-x^2$.
- L'opposé de $-5a$ est $5a$.
- L'opposé de $2x+6b$ s'écrit $-(2x+6b)$ et est égal à $-2x-6b$.
- L'opposé de $-7a+2y-10$ s'écrit $-(-7a+2y-10)$ et est égal à $7a-2y+10$.

B) Propriété de la « simple » distributivité

Développer une expression, **c'est transformer** un produit en somme (« défaire les paquets »).



On considère des nombres relatifs a, b et k, on a :

$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$

Exemple : B = $x\ (x - 3) - (4 - 3x)$

B = $x \times x - x \times 3) - 4 + 3x$

B = $x^2 - 3x - 4 + 3x$

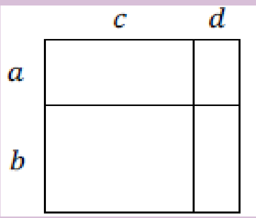
B = $x^2 - 3x + 3x - 4$

B = $x^2 - 4$

$\times$	x	- 3
x		

$\times$	4	- $3x$
- 1		

C) Propriété de la « double » distributivité



On considère des nombres relatifs a, b, c et d, on a :

$(a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$

Exemples : C = $(3 + 2x)(4 - x)$

C = $3 \times 4 + 3 \times (-x) + 2x \times 4 + 2x \times (-x)$

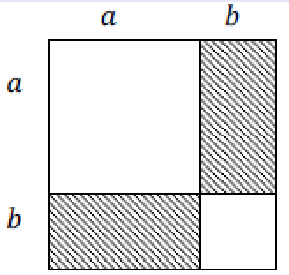
C = $12 - 3x + 8x - 2x^2$

C = $-2x^2 + 8x + 12$

$\times$	4	- x
3	12	- 3 x
+ 2 x	+ 8 x	- 2 x^2

On ajoute, on réduit et on obtient : **$-2x^2 + 8x + 12$**

D) Les 3 identités remarquables



On considère des nombres relatifs a et b, on a :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2\times a\times b + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2\times a\times b + b^2$$

$$(a+b)\times(a-b) = a^2 - b^2$$

***Exemple 1* :**

D = $(2x+4)^2$ a = $2x$ et b = 4

D = $(2x)^2 + 2\times 2x\times 4 + (4)^2$

D = $4x^2 + 16x + 16$

***Exemple 2* :**

E = $(x-6)^2$ a = x et b = 6

E = $(x)^2 - 2\times x\times 6 + (6)^2$

E = $x^2 - 12x + 36$

***Exemple 3* :**

F = $(3x-5)(3x+5)$ a = $3x$ et b = 5

F = $(3x)^2 - (5)^2$

F = $9x^2 - 25$

II) Factoriser une expression littérale

A) Exemples de factorisation

- $2L + 2\ell = 2\times(L+\ell)$: on a factorisé par 2
- $ax - 3x = x\times(a-3)$: on a factorisé par x
- $4x^2 - 5x = x\times(4x-5)$ car factoriser est l'inverse de développer
- $x(2x+1) + 3(2x+1) = (2x+1)\times(x+3)$ on a factorisé par $(2x+1)$

Factoriser une expression, **c'est transformer** une somme en produit (faire le plus grand nombre de paquets)

B) Vocabulaire, méthode

Vocabulaire : le facteur commun est le nombre par lequel on a factorisé.

Propriétés de la « simple » distributivité :

On considère des nombres relatifs a, b et k, on a :

$k\times a + k\times b = k\times(a+b)$ et $k\times a - k\times b = k\times(a-b)$

Méthode de factorisation avec facteur commun :

1- on repère le facteur commun en le soulignant
2- on réécrit le facteur commun
3- on recopie à la suite et entre parenthèses tout ce qui n'est pas souligné
4- on réduit si possible l'expression entre parenthèses.

***Exemples* :** On veut factoriser les expressions G, H et I ci-dessous :

$G = 6x + 18$

$G = \underline{6}\times x + \underline{6}\times 3$

$G = 6\times(x+3)$

$G = 6(x+3)$

$H = 7x^2 - 2x + xy$

$H = 7\times x\times x - 2\times x + x\times y$

$H = x\times(7\times x - 2 + y)$

$H = x(7x - 2 + y)$

$I = 3x(2x+12) - 8(2x+12)$

$I = 3x\times(2x+12) - 8\times(2x+12)$

$I = (2x+12)\times(3x-8)$

$I = (2x+12)(3x-8)$