Leçon n°15 : Fonctions linéaires et affines

I) Fonction linéaire

A) Définition

Les fonctions linéaires de la forme $f : x \rightarrow \; a\,x$ ou $f(x) = \; a\,x$ sont des fonctions qui à un nombre x fait correspondre le nombre $a \times x$.
Elles représentent des situations de proportionnalité.
a est appelé le coefficient.

Exemple : La fonction linéaire de coefficient 2 qui au qui à un nombre x fait correspondre son double. On la note $h(x) = \mathbf{2}\,x$.

x	- 1,7	$-\frac{1}{3}$	0	2,5
$h(x)$	-3,4	$-\frac{2}{3}$	0	5

$\boxed{\times 2}$

h (-1,7) = 2 × (-1,7)
= -3,4

B) Représentation graphique

Définition : La représentation graphique d'une fonction linéaire $x \rightarrow a\,x$ est constituée de tous les points de coordonnées $(x\,;\,a\,x)$.

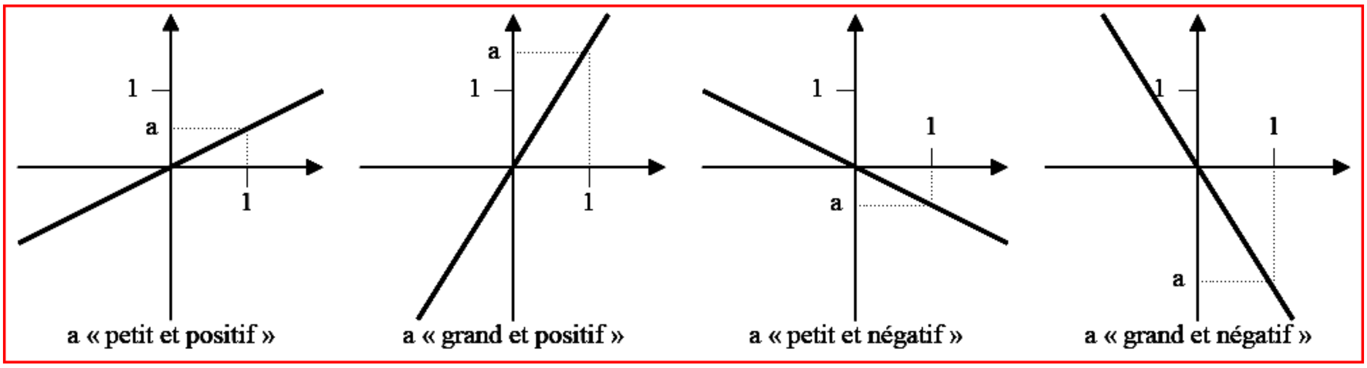
Propriété :
La représentation graphique d'une fonction linéaire est une **droite passant par l'origine du repère**.

A écrire à chaque fois que l'on fait une représentation graphique d'une fonction linéaire

La représentation graphique d'une fonction linéaire $f : x \mapsto a.x$ est une droite qui passe par 2 points faciles à trouver :

- L'origine du repère (…… ; ……)
- Le point de coordonnées (…… ; ……)

Le coefficient directeur « a » indique l'……………………………… de la droite :



Exemples : Représenter graphiquement les fonctions $f : x \mapsto 2\,x$ et $g : x \mapsto -3\,x$.

La représentation graphique de la fonction linéaire $f(x) = 2\,x$ est la droite (d_1).

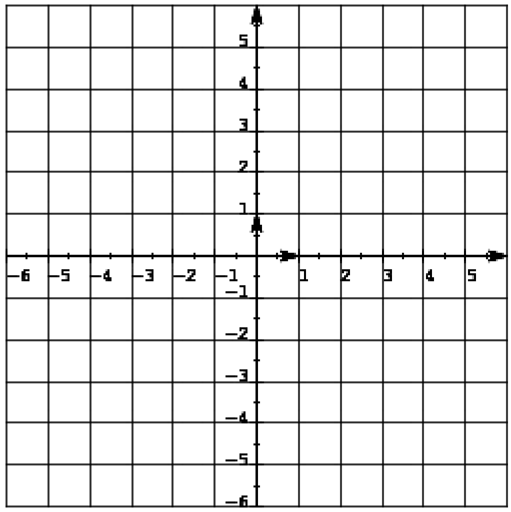
Tableau de valeurs :

x		
y		

La représentation graphique de la fonction linéaire $g(x) = -3\,x$ est la droite (d_2)

Tableau de valeurs :

x		
y		



II) Fonction affine

A) Définition

Définition: Soit a et b deux nombres.

Les fonctions affines de la forme $f : x \mapsto \;\; ax + b$ ou $f(x) = \; ax + b$ sont des fonctions qui à un nombre x fait correspondre le nombre $ax + b$.

Exemple: Soit f la fonction définie par $f : x \mapsto 2\,x - 3$.

Calculer l'image de 5 : ……………………………………………………………………………

Cas particuliers :
- Si $b = 0$, $f(x) =$ ……… qui est une fonction …………………………… .
- Si $a = 0$, $f(x) =$ ……… qui est une fonction …………………………… .

B) Représentation graphique

Propriété: Soit a et b deux nombres.

La représentation graphique de la fonction affine $f : x \mapsto a\,x + b$ est une …………………… (d) .

Méthode de construction: Pour construire la représentation graphique d'une fonction affine qui est une ………………………, il suffit de choisir deux valeurs et de calculer leurs ………………………… par cette fonction.

Exemples : Représenter graphiquement les fonctions $f : x \mapsto 2\,x - 3$ et $g : x \mapsto -x + 4$.

La représentation graphique de la fonction linéaire $f(x) = 2x - 3$ est la droite (d_3).

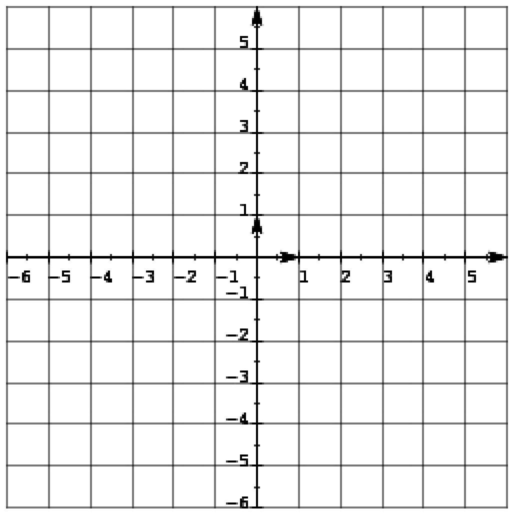
Tableau de valeurs :

x		
y		

La représentation graphique de la fonction linéaire $g(x) = -x + 4$ est la droite (d_4)

Tableau de valeurs :

x		
y		



III) Calcul d'une image ou d'un antécédent

Remarque : f est une fonction linéaire de coefficient a,
on a $f(0) = 0 \times a = 0$ et $f(1) = 1 \times a = a$.

L'image de 0 est 0 et l'image de 1 est a.

Modèle de rédaction du calcul de l'image d'un nombre :

$h(x) = 3{,}5\,x + 4$ $h(8) = 3{,}5 \times 8 + 4 = 32$	$h : x \rightarrow 3{,}5\,x + 4$ $h : 8 \rightarrow 3{,}5 \times 8 + 4 = 32$	Au minimum : $3{,}5 \times 8 + 4 = 32$

L'image de 8 par la fonction h est 32

Modèle de rédaction pour le calcul de l'antécédent :

Soit x un antécédent de 25
On a : $h(x) = 25$
$3{,}5\,x + 4 = 25$
$3{,}5\,x = 21$
$x = \dfrac{21}{3{,}5}$
$x = 6$

Au minimum :
$25 - 4 = 21$
$21 \div 3{,}5 = 6$

L'antécédent de 25 par la fonction h est 6.

Propriété :
Par une fonction affine (de coefficient non nul), un nombre admet un unique antécédent.