Leçon n°6 : Distributivité

I) Développer et réduire une expression littérale

A) Définitions-rappels de 4e

Rappels utiles

x signifie $1x$
$x + x = 2x$
$x \times x = x^2$

$2x + 5 = \oslash$
$2x + 5x^2 = \oslash$
$2x + 5x = 7x$

$2x \times 5 = 10x$
$2x \times 5x = 10x^2$

➢ Pour **réduire** une somme, on regroupe les termes de la même famille puis on les ajoute ensemble.

Exemple :
A = $12x^2 + 1 - 3x + 4x^2 + 5x - 2 + x^2$
A = $12x^2 + 4x^2 + 1x^2 - 3x + 5x + 1 - 2$
A = $17x^2 + 2x - 1$

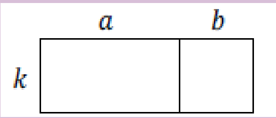
On ne peut pas ajouter deux termes de « familles » différentes.

➢ L'**opposé** d'une expression littérale est **l'opposé de chacun de ses termes**.

Exemples :
- L'opposé de 3 est -3.
- L'opposé de x^2 est $-x^2$.
- L'opposé de $-5a$ est $5a$.
- L'opposé de $2x+6b$ s'écrit $-\ 2x+6b$ et est égal à $-2x-6b$.
- L'opposé de $-7a+2y-10$ s'écrit $-(-7a+2y-10)$ et est égal à $7a-2y+10$.

B) Propriété de la « simple » distributivité

Développer une expression, **c'est transformer** un produit en somme (« défaire les paquets »).



On considère des nombres relatifs a, b et k, on a :

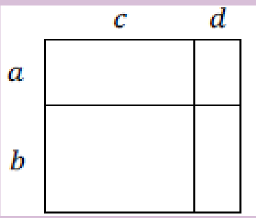
$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$

Exemple :
B = $x\ (x - 3) - (4 - 3x)$
B = $x \times x - x \times 3) - 4 + 3x$
B = $x^2 - 3x - 4 + 3x$
B = $x^2 - 3x + 3x - 4$
B = $x^2 - 4$

$\times$	x	- 3
x		

$\times$	4	- $3x$
- 1		

C) Propriété de la « double » distributivité



On considère des nombres relatifs a, b, c et d, on a :

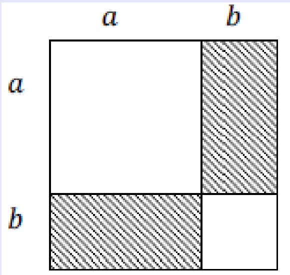
$(a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$

Exemples :
C = $(3 + 2x)(4 - x)$
C = $3 \times 4 + 3 \times (-x) + 2x \times 4 + 2x \times (-x)$
C = $12 - 3x + 8x - 2x^2$
C = $-2x^2 + 8x + 12$

$\times$	4	$-x$
3	12	$-3x$
$+2x$	$+8x$	$-2x^2$

On ajoute, on réduit et on obtient :
$-2x^2 + 8x + 12$

D) Les 3 identités remarquables



On considère des nombres relatifs a et b, on a :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2\times a\times b + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 + 2\times a\times b - b^2$$

$$(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$$

Exemple 1 :

D = $(2x + 4)^2$ a = $2x$ et b = 4

D = $(2x)^2 + 2\times 2x\times 4 + (4)^2$

D = $4x^2 + 16x + 16$

Exemple 2 :

E = $(x - 6)^2$ a = x et b = 6

E = $(x)^2 - 2\times x\times 6 + (6)^2$

E = $x^2 - 12x + 36$

Exemple 3 :

F = $(3x - 5)(3x + 5)$ a = $3x$ et b = 5

F = $(3x)^2 - (5)^2$

F = $9x^2 - 25$

II) Factoriser une expression littérale

A) Définitions, rappels

Factoriser une expression, **c'est transformer** une somme en produit (faire le plus grand nombre de paquets)

Propriétés de la « simple » distributivité :

On considère des nombres relatifs a, b et k, on a :

$$\mathbf{k}\times a + \mathbf{k}\times b = \mathbf{k} \times (a + b) \quad \text{et} \quad \mathbf{k}\times a - \mathbf{k}\times b = \mathbf{k} \times (a - b)$$

Exemples : On veut factoriser G = $6x + 18$

G = $6x + 18$

G = $6 \times x + 6 \times 3$

G = $6 \times (x + 3)$

G = $6(x + 3)$

On veut factoriser H = $7x^2 - 2x + 5xy$

H = $7x^2 - 2x + xy$

H = $7 \times x \times x - 2 \times x + x \times y$

H = $x \times (7 \times x - 2 + y)$

H = $x(7x - 2 + y)$

B) Factoriser une expression de la forme $a^2 - b^2$

On considère des nombres relatifs a et b, on a :

$$a^2 - b^2 = (a + b) \times (a - b)$$

Exemple : $\mathrm{I} = 49x^2 - 64$ $(a)^2 = 49x^2$ et $(b)^2 = 64$

$\mathrm{I} = (7x)^2 - 8^2$ a = $7x$ et b = 8

$\mathrm{I} = (7x - 8)(7x + 8)$