P3-3: Deuxième loi de Newton

Je m'entraine 1

Reprendre les équations de trajectoire de l'exercice sur le skieur.

On reprend les deux équations qui régissent le mouvement du skieur :
Selon l'axe Ox (ce que l'on mesurerait si on se plaçait sous le skieur pendant son saut : **x(t) = 12,9 t**
Selon l'axe Oy (ce que l'on mesurerait si on se plaçait face au tremplin) : **y(t) = -4,9 t² + 15,3 t**

1. **Déterminer la date à laquelle le skieur atteint le sommet de sa trajectoire.**
   (***indice :*** *lorsqu'il atteint le sommet de sa trajectoire, sa vitesse $v_y(t)$ est égale à 0 voir cours P3-1).*

Au sommet de sa trajectoire, la vitesse du skieur est nulle selon l'axe Oy.
Pour déterminer la vitesse, on dérive l'équation de trajectoire :

$$v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt} = -9{,}8\,t + 15{,}3 = 0$$

$$d'où\; t = \frac{-15{,}3}{-9{,}8} \approx 1{,}6\ s$$

Le skieur atteint le sommet de sa trajectoire à la date t=1,6s

2. **Quelle est la hauteur maximale atteinte par le skieur ?**

On détermine la hauteur du skieur à la date t = 1,6 s. Pour se faire, on utilise l'équation de position y(t).

$$y(t = 1{,}6) = \; -4{,}9\,(1{,}6)^2 + 15{,}3\,(1{,}6) = 11{,}9\,m$$

Au sommet de sa trajectoire, le skieur se trouve à 12,9 m par rapport au tremplin.

Remarque : *Ce n'est pas tout à fait ce que l'on voit sur l'image car je ne disposais pas des valeurs initiales exactes (angle du tremplin et vitesse du skieur).*

3. **A quelle date le skieur atterrit-il ? (on suppose que la piste est à la même hauteur que le sommet du tremplin)**
   (***indice :*** *Il faut déterminer à quelle date la hauteur du skieur est égale à 0).*

On veut savoir à quelle date l'ordonnée du skieur est nulle. Il s'agit d'une parabole. Il y a donc deux solutions. Il faut factoriser pour faire apparaitre les solutions :

$$y(t) = \; -4{,}9\,t^2 + 15{,}3\,t = t\,(-4{,}9\,t + 15{,}3)$$

$$Solutions : t = 0\ s\ ou - 4{,}9\,t + 15{,}3 = 0\ \Leftrightarrow t = \frac{-15{,}3}{-4{,}9} = 3{,}1\ s$$

L'ordonnée du skieur est nulle pour deux dates : **t = 0s correspond au moment où il quitte le tremplin**
t = 3,1 s correspond au moment où il atterrit.

Le skieur atterrit au bout de 3,1 secondes.

4. **Quelle distance a-t-il parcourue au cours de son saut ?**
   (***indice :*** *On sait à quelle date il atterrit. Il faut calculer la distance parcourue horizontalement).*

On détermine la distance parcourue horizontalement à la date t = 3,1 s
x (t=3,1 s) = 12,9 (3,1) = 40 m
Le skieur a parcouru une distance de 40 m lors de son saut.
Là encore, ce n'est pas ce que l'on voit sur la photo mais encore une fois, cela est du aux conditions initiales choisies qui son différentes de la réalité.

Je m'entraine 2

Un enfant lâche sans vitesse initiale un ballon gonflé à l'hélium. Celui-ci s'envole verticalement.
On négligera les frottements

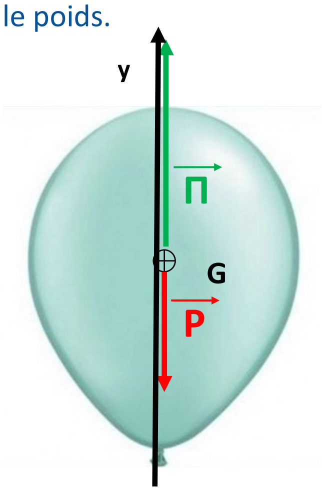
Masse à vide du ballon : 5 g — *Volume du ballon : 10 L*

Masse volumique de l'hélium : 0,163 kg.m^{-3} — *Masse volumique de l'air : 1,18 kg.m^{-3}*

1. **Déterminer la masse totale du ballon (hélium + ballon) et en déduire son poids.**
   Le ballon est constitué de son enveloppe (masse à vide = 5 g) et du gaz qu'il contient.
   La masse de gaz (hélium) se détermine à partir de la masse volumique du gaz :
   m = ρ x V = 0,163 x 0,010 = 1,6.10^{-3} kg soit 1,6 g
   La masse totale du ballon est de 6,6 g
   On calcule le poids du ballon à partir de la relation du cours : P = m x g = 0,0066 x 9,8 = 0,065 N
   Le poids du ballon est de 0,065 N

2. **Déterminer la poussée d'Archimède qui s'exerce sur le ballon**
   On reprend la relation donnée en cours (3-2) : $\Pi = \rho_{fluide}$ x V x g = 1,18 x 0,010 x 9,8 ≈ 0,12 N
   La pression d'Archimède qui s'exerce sur le ballon est de 0,12 N

3. **Faire un schéma de la situation, choisir un repère d'étude adapté et en déduire les coordonnées des vecteurs poids et poussée d'Archimède.**
   Si on néglige les frottements, les seules forces qui s'exercent sur le ballon sont son poids et la poussée d'Archimède. Cette dernière est environ deux fois plus grande que le poids.
   Ces deux forces ont : même direction (verticale)
   des sens opposés
   On a besoin que d'une seule coordonnées pour d'écrire le mouvement.
   On choisit un axe Oy vertical et orienté vers le haut.
   L'origine est placée au niveau de la position du centre de gravité du ballon à l'origine des temps.
   Dans ce repère, les coordonnées des forces sont : - 0,065 N pour le poids
   + 0,12 N pour Π
   Remarque : Sur le schéma, l'axe Oy a été légèrement décalé .
   L'origine O, n'est pas représentée (instant quelconque).



4. **Appliquer la seconde loi de Newton pour déterminer l'expression de l'accélération du ballon.**
   On calcule la résultante des forces appliquées au ballon : **Σ = P + Π** = -0,065 + 0,12 = 0,055 N
   On applique la seconde loi de Newton :

$$\vec{a} = \frac{\vec{\Sigma}}{m} = \left(\frac{0,055}{0,0066}\right) = (8,3\, m.s^{-2})$$

   Remarque : on laisse les parenthèses car il s'agit de coordonnées vectorielles.

   L'accélération du ballon est de 8,3 m.s^{-2} vers le haut (sens des y croissants)

5. **En déduire l'équation du mouvement du ballon.**
   On applique détermine les conditions initiales à l'origine des temps : Vitesse initiale nulle -> **v_0 (0)**
   Ballon à l'origine -> **G_0 (0)**

   On utilise la relation vue dans le cours (3-3)

$$\vec{G}(t) = \frac{1}{2}\vec{a}\,t^2 + \overrightarrow{v_0}\,t + \overrightarrow{G_0} = \frac{1}{2}\,(8,3)\,t^2 = (4,2\,t^2)$$

   Remarque : ici aussi, les coordonnées des vecteurs sont entre parenthèses

   L'équation du mouvement du ballon est : y(t)=4,2 t² *(pas besoin de parenthèse ici car on parle de la coordonnée et pas du vecteur.)*

Au bout de combien de temps le ballon atteint-il une altitude de 25 m ?

On cherche à déterminer à quelle date y(t) = 25 m

$$25 = 4{,}2\ t^2$$

$$Soit\ t = \sqrt{\frac{25}{4{,}2}} = 2{,}4\ s$$

<u>Le ballon met 2,4 s pour atteindre une altitude de 25 m.</u>

Remarque : C’est très rapide. Il est probable qu’à cette vitesse, il soit impossible de négliger les frottements.