Mathématiques - 3eme

Correction de l'Evaluation n°7

▸ Exercice 1 :

version A

1. Les nombres 360 et 540 sont divisibles par 2, 10 ou encore 5. Ils ne sont donc pas premiers entre eux car ils ont d'autres diviseurs communs que 1 (2, 5, 10 par exemple).

2. $360 = 2 \times 180$
$= 2 \times 2 \times 90$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 45$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$
$= 2^3 \times 3^2 \times 5$

$540 = 2 \times 20$
$= 2 \times 2 \times 135$
$= 2 \times 2 \times 3 \times 45$
$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$
$= 2^2 \times 3^3 \times 5$

3. Pour simplifier cette fraction, on décompose le numérateur et le dénominateur en produit de facteurs premiers :

$$\frac{360}{540} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5}$$

Puis on simplifie : $\frac{360}{540} = \frac{2}{3}$

version B

1. Les nombres 180 et 495 sont divisibles par 5, car ils se terminent par 0 ou 5. Donc ils ne sont pas premiers entre eux car ils ont au moins un diviseur commun autre que 1, par exemple 5.

2. $180 = 2 \times 90$
$= 2 \times 2 \times 45$
$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$
$= 2^2 \times 3^2 \times 5$

$495 = 3 \times 165$
$= 3 \times 3 \times 55$
$= 3 \times 3 \times 5 \times 11$
$= 3^2 \times 5 \times 11$

3. Pour simplifier cette fraction, on décompose le numérateur et le dénominateur en produit de facteurs premiers :

$$\frac{180}{495} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}{3 \times 3 \times 5 \times 11}$$

Puis on simplifie : $\frac{180}{495} = \frac{2 \times 2}{11} = \frac{4}{11}$

▸ Exercice 2 :

1. (a) Voici la décomposition en produit de facteurs premiers de 252 :

$$252 = 2 \times 126$$
$$252 = 2 \times 2 \times 63$$
$$252 = 2 \times 2 \times 3 \times 21$$
$$252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$$
$$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$$

version A : La proposition correcte est donc la °3.

version B : La proposition correcte est donc la °2.

Remarque : dans la proposition 1, 9 n'est pas un nombre premier ; et dans la dernière proposition, 21 n'est pas un nombre premier.

(b) Voici la décomposition en produit de facteurs premiers de 156 :

$$156 = 2 \times 78$$
$$156 = 2 \times 2 \times 39$$
$$156 = 2 \times 2 \times \times 13$$
$$156 = 2^2 \times 3 \times 13$$

2. (a) $156 = 36 \times 4 + 12$ (on peut aussi écrire : $156 \div 36 \approx 4,33$). Donc 36 n'est pas un diviseur de 156. En conséquence, elle ne pourra pas faire 36 paquets.

(b) Cherchons N le plus grand commun diviseur de 252 et 156.
Dans les deux décompositions en produit de facteurs premiers de ces deux nombres, on choisit les facteurs qui sont communs aux deux produits. Il vient $N = 2^2 \times 3$ soit $N = 12$.
La collectionneuse pourra faire au maximum 12 paquets.

(c) Elle fait 12 paquets. On a :
$252 \div 12 = 21$ et $156 \div 12 = 13$
Il y aura donc 21 cartes *feu* et 13 cartes *terre*.

3. Soit E l'événement "*La carte tirée est de type Terre* ".
Il y a équiprobabilité donc la probabilité $p(E)$ de l'événement E correspond à la proportion de cartes *feu* parmi toutes les cartes. Donc :
$p(E) = \frac{156}{252+156} = \frac{156}{408} = \frac{13}{34} \approx 0,4$

▸ Exercice 3 :

1. (a) • $78 = 6 \times 13 = 2 \times 3 \times 13$;
   • $51 = 3 \times 17$.

(b) On a $\begin{cases} 39 & = & 3 \times 13 \\ 78 & = & 3 \times 26 \\ 51 & = & 3 \times 17 \end{cases}$
On peut donc faire 3 paniers identiques.

(c) D'après la question b), chacun des 3 paniers sera composé de 13 salades, 26 carottes et 17 aubergines.

2. Finalement, José décide de préparer 13 paniers.

(a) On a : $\begin{cases} 39 & = & 13 \times 3 \\ 78 & = & 13 \times 6 \\ 51 & = & 13 \times 3 + 12 \end{cases}$
Chacun des 13 paniers aura 3 salades, 6 carottes et 3 aubergines. Resterons 12 aubergines.

(b) Avec 1 aubergine de plus, on aura $52 = 13 \times 4$: chacun des 13 paniers aura 4 aubergines.

3. On écrit les multiples de 13 aux environs de 110 et 125 :
$13 \times 10 = 130$
$13 \times 9 = 117$
$13 \times 8 = 104$
Le seul multiple de 13 entre 110 et 125 est donc 117 ; si l'on récolte 117 tomates, on pourra en mettre exactement 9 dans chacun des 13 paniers.

▸ Exercice Bonus :

1. • Comme $1+0+2=3$, 102 est un multiple de 3 (critère de divisibilité par 3 ;
   • $102=90+12=3\times30+3\times4=3\times(30+4)=3\times34$.

   102 est un multiple de 3 : il est divisible par 3.

2. On donne la décomposition en produits de facteurs premiers de 85 : $85=5\times17$.

   On a vu que $102=3\times34=3\times2\times17=2\times3\times17$.

3. Donner 3 diviseurs non premiers du nombre 102.

   $2\times3=6$; $2\times17=34$; $3\times17=51$ sont trois diviseurs de 102 non premiers.

4. Si toute la feuille est utilisée c'est que la longueur et la largeur sont des multiples des côtés du carré. Ces côtés ont donc une longueur c qui divise à la fois 102 et 85.

   Or 34 ne divise pas 85 (car 2 divise 34 mais ne divise pas 85). les étiquettes ne peuvent pas faire 34cm de côté.

5. Par contre 17 divise 85 ($85=5\times17$) et 17 divise 102 ($102=17\times6$).

   Les étiquettes rentrent 5 fois en largeur et 6 fois en longueur : il y en aura donc $5\times6=30$ par feuille.

   Remarque : on peut aussi utiliser les aires.

   Une étiquette a une aire de $17\times17=289$ et la feuille une aire de $85\times102=8\,670$.

   On pourra donc faire $\dfrac{8\,670}{289}=30$ étiquettes dans une feuille.