Mathématiques - 3eme

Correction de l'Evaluation n°8

▸ Exercice 1 :

1. Les droites (AD) et (AE) sont sécantes en A.

   Les droites (DE) et (FG) sont parallèles.

   donc d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AF}{AD} = \frac{AG}{AE} = \frac{FG}{DE}$

   d'où : $\frac{5}{AD} = \frac{4}{10,8}$ avec $AE = 4 + 6,8 = 10,8$ cm

   $AD = \frac{5 \times 10,8}{4} = 13,5$ cm

   On en déduit : $FD = AD - AF = 13,5 - 5 = 8,5$ cm

   AD mesure donc 13,5 cm et FD 8,5 cm.

2. $\frac{\text{AG}}{\text{AC}} = \frac{4}{5} = 0,8$

   $\frac{\text{AF}}{\text{AB}} = \frac{5}{6,25} = 0,8$.

   Donc $\frac{\text{AG}}{\text{AC}} = \frac{\text{AF}}{\text{AB}}$

   De plus, les points G, A, C d'une part, F, A et B d'autre part sont alignés dans le même ordre.

   Donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès, on en déduit que les droites (FG) et (BC) sont parallèles.

▸ Exercice 2 :

version A

$$\begin{aligned}
2(3x-6) &= 2\times 3x - 2\times 6 \\
&= 6x - 12 \\
9x(5-7x) - x(2+3x) &= 9x\times 5 - 9x\times 7x - 2x - 3x^2 \\
&= 45x - 63x^2 - 2x - 3x^2 \\
&= -66x^2 + 43x \\
(2x+3)(2x-3) &= (2x)^2 - 3^2 \\
&= 4x^2 - 9 \\
(8x+3)(7x+9) &= 8x\times 7x + 8x\times 9 + 3\times 7x + 3\times 9 \\
&= 56x^2 + 72x + 21x + 27 \\
&= 56x^2 + 93x + 27 \\
(3x-2)(5x-7) &= 3x\times 5x - 3x\times 7 - 2\times 5x + 2\times 7 \\
&= 15x^2 - 21x - 10x + 14 \\
&= 15x^2 - 31x + 14
\end{aligned}$$

version B

$$\begin{aligned}
4(3x-5) &= 4\times 3x - 4\times 5 \\
&= 12x - 20 \\
8x(6-4x) - x(5x-3) &= 8x\times 6 - 8x\times 4x - 5x^2 + 3x \\
&= 48x - 32x^2 - 5x^2 + 3x \\
&= 51x - 37x^2 \\
(3x+2)(3x-2) &= (3x)^2 - 2^2 \\
&= 9x^2 - 4 \\
(6x+3)(3x+9) &= 6x\times 3x + 6x\times 9 + 3\times 3x + 3\times 9 \\
&= 18x^2 + 54x + 9x + 27 \\
&= 18x^2 + 63x + 27 \\
(4x-1)(5x-7) &= 4x\times 5x - 4x\times 7 - 1\times 5x + 1\times 7 \\
&= 20x^2 - 28x - 5x + 7 \\
&= 20x^2 - 33x + 7
\end{aligned}$$

▸ Exercice 3 :

version A

$7a - 14b$
$= 7 \times a + 7 \times 2b$
$= 7(a + 2b)$

$9x^2 - 3x$
$= 3x \times 3x - 3x \times 1$
$= 3x(3x - 1)$

$x(x-1) + 3(x-1)$
$= (x-1)(x+3)$

$4(x+5) - (x-6)(x+5)$
$= (x+5) \times (4 - (x-6))$
$= (x+5) \times (4 - x + 6)$
$= (x+5)(10-x)$

$16x^2 - 1$
$= (4x)^2 - 1^2$
$= (4x+1)(4x-1)$

$36x^2 - 25$
$= (6x)^2 - 5^2$
$= (6x+5)(6x-5)$

version B

$15a + 20b$
$= 5 \times 3a + 4 \times 4b$
$= 5(3a + 4b)$

$4x(3x+2) - (2x-5)(3x+2)$
$= (3x+2) \times (4x - (2x-5))$
$= (3x+2) \times (4x - 2x + 5)$
$= (3x+2)(2x+5)$

$5y^2 + 8y$
$= y \times 5y + y \times 8$
$= y(5y+8)$

$25x^2 - 4$
$= (5x)^2 - 2^2$
$= (5x+2)(5x-2)$

$4(x+3) + x(x+3)$
$= (x+3)(4+x)$

$49x^2 - 16$
$= (7x)^2 - 4^2$
$= (7x+4)(7x-4)$

▸ Exercice 4 :

version A

Si un produit est nul, alors au moins un de ses facteurs est nul.
Donc $4x + 8 = 0$ ou $x - 9 = 0$
$4x = -8$ ou $x = 9$
$x = \frac{-8}{4} = -2$ ou $x = 9$
Donc cette équation a deux solutions : -2 et 9.

version B

Si un produit est nul, alors au moins un de ses facteurs est nul.
Donc $x - 8 = 0$ ou $3x + 9 = 0$
$x - 8 = 0$ ou $3x = -9$
$x = 8$ ou $x = \frac{-9}{3} = -3$
Donc cette équation a deux solutions : -3 et 8.

▸ Exercice Bonus :

version A

1. a. On obtient successivement : $8 \to 8^2 = 64 \to 64 \times 2 = 128 \to 128 + 4 \times 8 = 160 \to 160 - 48 \to 112$.

   b. Avec -5 au départ on obtient :

   - En résultat1 : $-5 + 6 = 1$
   - En résultat2 : $-5 - 4 = -9$
   - En résultat final : $1 \times (-9) = \mathbf{-9}$

2. a. On obtient successivement : $x \to x^2 \to 2 \times x^2 = 2x^2 \to 2x^2 + 4x \to \mathbf{2x^2 + 4x - 48}$

   b. $2 \times (x^2 + 2x - 24) = 2x^2 + 4x - 48$
   Le résultat du programme A peut donc aussi s'écrire $2 \times (x^2 + 2x - 24)$.

3. a.
   - Résultat 1 : $x + 6$
   - Résultat 2 : $x - 4$
   - Résultat final = $(x + 6)(x - 4)$

   b. On développe le résultat du programme B :
   $(x + 6)(x - 4) = x^2 - 4x + 6x - 6 \times 4 = \mathbf{x^2 + 2x - 24}$

4. Le résultat avec le programme A est $2(x^2 + 2x - 24)$, d'après la question 2-a).

   Le résultat du programme B est $x^2 + 2x - 24$, d'après la question 3-b).

   Le résultat du programme A est donc bien le double du résultat du programme B.

version B

1. a. On obtient successivement : $1 \to 1^2 = 1 \to 1 \times 2 = 2 \to 2 + 4 \times 1 = 6 \to 6 - 30 \to -24$.

   b. Avec -10 au départ on obtient :

   - En résultat1 : $-10 + 5 = -5$
   - En résultat2 : $-10 - 3 = -13$
   - En résultat final : $-5 \times (-13) = \mathbf{65}$

2. a. On obtient successivement : $x \to x^2 \to 2 \times x^2 = 2x^2 \to 2x^2 + 4x \to \mathbf{2x^2 + 4x - 30}$

   b. $2 \times (x^2 + 2x - 15) = 2x^2 + 4x - 30$
   Le résultat du programme A peut donc aussi s'écrire $2 \times (x^2 + 2x - 15)$.

3. a.
   - Résultat 1 : $x + 5$
   - Résultat 2 : $x - 3$
   - Résultat final = $(x + 5)(x - 3)$

   b. On développe le résultat du programme B :
   $(x + 5)(x - 3) = x^2 - 3x + 5x - 5 \times 3 = \mathbf{x^2 + 2x - 15}$

4. Le résultat avec le programme A est $2(x^2 + 2x - 15)$, d'après la question 2-a).

   Le résultat du programme B est $x^2 + 2x - 15$, d'après la question 3-b).

   Le résultat du programme A est donc bien le double du résultat du programme B.