

Chapitre 3 : Les fractions (1^{ère} partie)

Compétences à valider :

- Utiliser l'écriture fractionnaire comme l'expression d'une proportion ou d'un partage.
- Ecrire des écritures fractionnaires égales.
- Connaître les critères de divisibilité.
- Simplifier une fraction.
- Savoir comparer des fractions
- Savoir prendre une fraction d'un nombre

I. Egalité de fractions

1- Propriété d'égalité

Propriété d'égalité de fractions : On ne modifie pas une fraction en multipliant ou en divisant le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k} \quad (b \neq 0 \text{ et } k \neq 0)$$

Exemples : $\frac{10}{7} = \frac{10 \times 3}{7 \times 3} = \frac{30}{21}$ $\frac{20}{14} = \frac{20 \div 2}{14 \div 2} = \frac{10}{7}$

2- Simplification de fractions

Simplifier une fraction, c'est trouver une fraction égale avec un numérateur et un dénominateur plus petits.

Conséquence de la propriété précédente : Pour simplifier une fraction, on peut diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre.

Exemple : $\frac{20}{15} = \frac{20 \div 5}{15 \div 5} = \frac{4}{3}$

Concrètement, on décompose le numérateur et le dénominateur en utilisant :

→ soit les **tables de multiplication** : $\frac{24}{56} = \frac{8 \times 3}{8 \times 7} = \frac{3}{7}$

→ soit les **critères de divisibilité** : $\frac{324}{432} = \frac{9 \times 36}{9 \times 48} = \frac{36}{48} = \frac{4 \times 9}{4 \times 12} = \frac{9}{12} = \frac{3 \times 3}{3 \times 4} = \frac{3}{4}$

Remarque : Une fraction que l'on ne peut plus simplifier est appelée une fraction irréductible. Ici, $\frac{3}{7}$ et $\frac{3}{4}$ sont des fractions irréductibles.

3- Rappels sur les critères de divisibilité

Voir la feuille de rappels sur les critères de divisibilité.

II. Comparer des fractions

- 1^{ère} méthode : on met les fractions au même dénominateur.

Exemple : Comparer $\frac{6}{7}$ et $\frac{11}{14}$

$$\frac{6}{7} = \frac{12}{14} \quad \text{or} \quad \frac{11}{14} < \frac{12}{14} \quad \text{Donc} \quad \frac{11}{14} < \frac{6}{7}$$

- 2^{ème} méthode : on peut parfois comparer deux fractions par rapport à 1.

Exemple : Comparer $\frac{6}{7}$ et $\frac{5}{4}$

$$\frac{6}{7} < 1 \quad \text{et} \quad \frac{5}{4} > 1 \quad \text{Donc} \quad \frac{6}{7} < \frac{5}{4}$$

- 3^{ème} méthode : on calcule chaque fraction.

Exemple : Comparer $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$

$$\frac{2}{3} \approx 0,66 \quad \text{et} \quad \frac{3}{4} = 0,75 \quad \text{or} \quad 0,66 < 0,75 \quad \text{Donc} \quad \frac{2}{3} < \frac{3}{4}$$

III. Prendre une fraction d'un nombre

Propriété : Prendre une fraction d'un nombre revient à multiplier ce nombre par la fraction.

Exemples :

- 1) Pour calculer $\frac{3}{5}$ de 40 euros, on multiplie la fraction $\frac{3}{5}$ par le nombre 40.

Trois méthodes de calculs sont alors possibles :

$$\frac{3}{5} \times 40 = \frac{3 \times 40}{5} = \frac{120}{5} = 120 \div 5 = 24$$

$$\frac{3}{5} \times 40 = 3 \times \frac{40}{5} = 3 \times 8 = 24$$

$$\frac{3}{5} \times 40 = \frac{3}{5} \times 40 = 0,6 \times 40 = 24$$

(méthode moins utilisée car le quotient n'est pas toujours une valeur exacte.)

Méthodes à privilégier

$\frac{3}{5}$ de 40€ correspond à 24€.

- 2) Dans la classe, $\frac{2}{3}$ des élèves sont des filles. Il y a 27 élèves au total.
Combien y a-t-il de filles ?

On calcule $\frac{2}{3}$ de 27 :

$$\frac{2}{3} \times 27 = 2 \times \frac{27}{3} = 2 \times 9 = 18$$

Il y a 18 filles dans la classe.