

Chapitre 2 : Symétrie centrale – Angles et parallélisme

Compétences à valider :

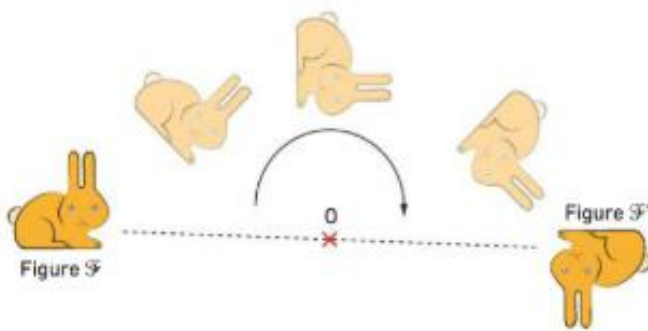
- Reconnaître le symétrique d'une figure par rapport à un point.
- Construire le symétrique d'une figure par rapport à un point.
- Connaître et savoir utiliser les propriétés de la symétrie centrale
- Connaître le vocabulaire sur les angles (aigu, obtus, droit, opposés par le sommet, adjacents, supplémentaires, ...)
- Savoir reconnaître des angles alternes-internes et correspondants.
- Savoir caractériser le parallélisme par les angles.

I- La symétrie centrale

1- Introduction et vocabulaire

La **symétrie centrale** est une transformation qui fait pivoter une figure d'un **demi-tour** autour d'un point appelé **centre de symétrie**.

Exemple 1 :

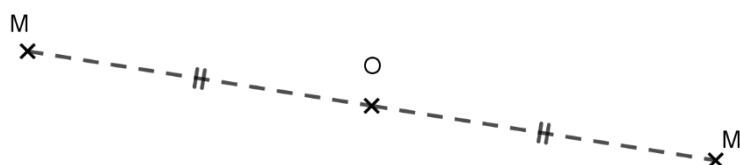


On dit que les figures F et F' sont symétriques par rapport au point O.
On dit aussi que F' est l'image ou le symétrique de F par rapport à O.

2- Symétrie d'un point

Propriété : Le symétrique d'un point M par rapport à un point O est point M' tel que **O soit le milieu de [MM']**.

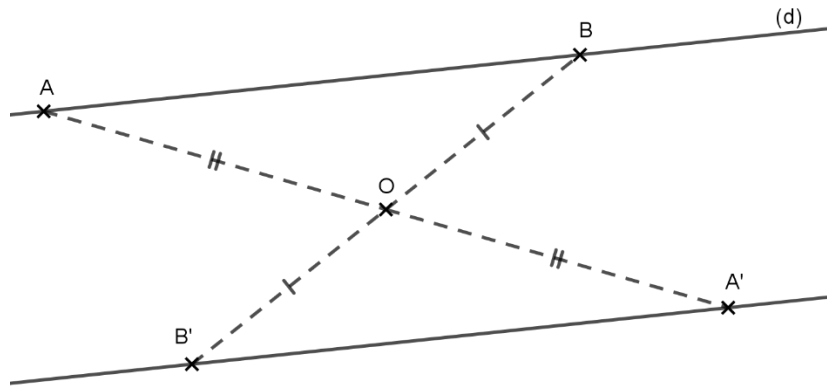
Exemple 2 :



3- Propriétés de la symétrie centrale

Propriété : Le symétrique d'une droite par rapport à un point O est une droite qui lui est parallèle.

Exemple 3 :

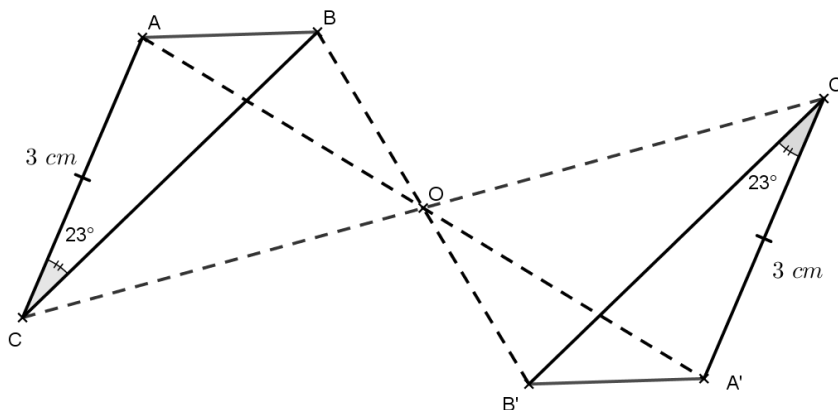


Les droites (AB) et (A'B') sont symétriques par rapport à O ; elles sont donc parallèles.

Propriétés : La symétrie centrale conserve :

- l'alignement (les symétriques de trois points alignés sont trois points alignés.) ;
- les longueurs (le symétrique d'un segment est un segment de même longueur.) ;
- les mesures d'angle (le symétrique d'un angle est un angle de même mesure.) ;
- les aires (le symétrique d'une figure est une figure de même aire.).

Exemple 4 :



Les triangles ABC et A'B'C' sont symétriques par rapport à O.

On en déduit que $AC = A'C' = 3\text{ cm}$

et que $\widehat{ACB} = \widehat{A'C'B'} = 23^\circ$.

II- Angles alternes-internes et correspondants

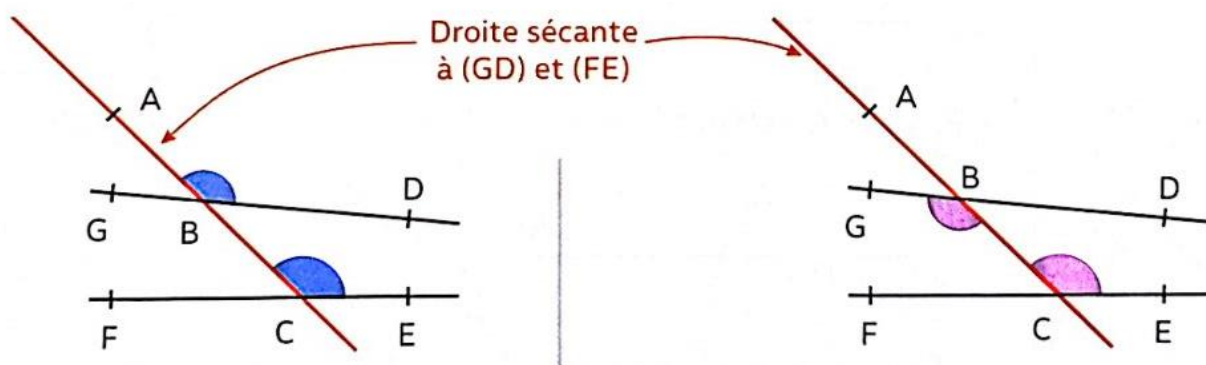
Définition : Les angles formés par une sécante à deux droites sont **correspondants** s'ils ont des sommets différents et s'ils sont situés :

- du même côté de la sécante,
- l'un à l'intérieur des deux droites, l'autre à l'extérieur.

Définition : Les angles formés par une sécante à deux droites sont **alternes-internes** s'ils ont des sommets différents et s'ils sont situés :

- de part et d'autre de la sécante,
- tous les deux à l'intérieur des deux droites.

Exemple 5 :



Les angles $\widehat{ABD}$ et $\widehat{BCE}$ sont
correspondants.

Les angles $\widehat{CBG}$ et $\widehat{BCE}$ sont
alternes-internes.

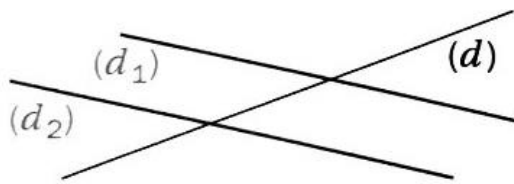
III- Angles et parallélisme

1. Démontrer que des angles ont la même mesure

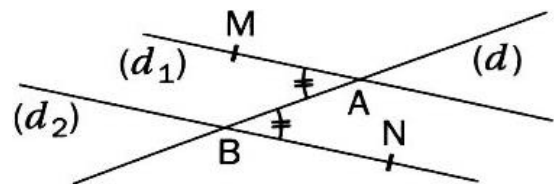
Propriétés : Si deux droites coupées par une sécante sont **parallèles**, alors :

- elles forment des **angles correspondants de même mesure** ;
- elles forment des **angles alternes-internes de même mesure.**

Exemple 6 :



$(d_1) // (d_2)$

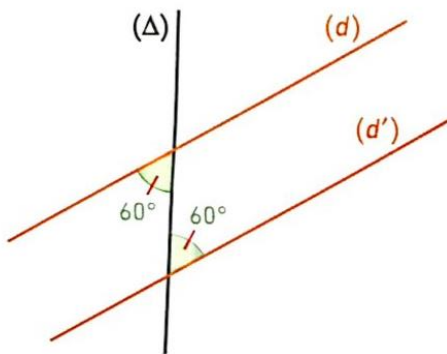


donc les angles $\widehat{MAB}$ et $\widehat{ABN}$ sont alternes-internes
et de même mesure.

2. Démontrer que des droites sont parallèles

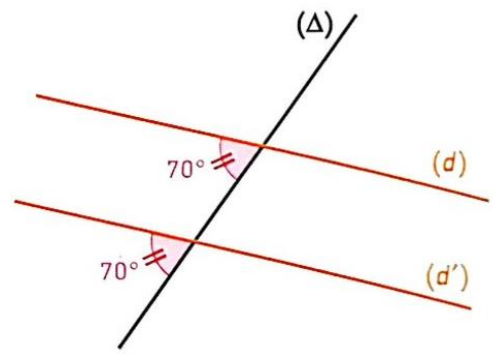
Propriété : Si deux droites coupées par une sécante forment des angles correspondants ou alternes-internes **de même mesure**, alors elles sont **parallèles**.

Exemple 7 : Les droites (d) et (d') sont coupées par une droite sécante (Δ).



Les angles marqués sont alternes-internes
et de même mesure.

Donc les droites (d) et (d') sont parallèles.



Les angles marqués sont correspondants et
de même mesure.

Donc les droites (d) et (d') sont parallèles.