Chapitre 2 : Les triangles

Compétences à valider :

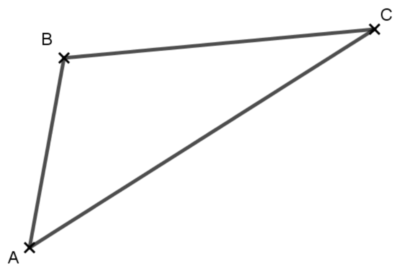
- Utiliser les définitions et les propriétés relatives aux angles des triangles particuliers.
- Construire un triangle en connaissant des longueurs et des angles.
- Utiliser l'inégalité triangulaire.
- Connaitre et savoir utiliser la somme des angles dans un triangle.
- Savoir utiliser la somme des angles d'un triangle dans les triangles particuliers.

I. Existence d'un triangle

Inégalité triangulaire : Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

En d'autres termes, le plus court chemin entre deux points est la ligne droite.

Exemple :



Dans le triangle ABC, on a les inégalités suivantes :

$$AB < AC + CB$$

$$BC < BA + AC$$

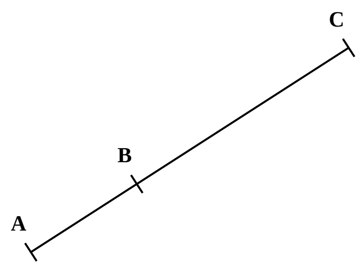
$$AC < AB + BC$$

Conséquence de l'inégalité triangulaire :

Pour savoir si je peux construire un triangle, je regarde si la longueur du **plus grand côté** est bien plus petite que la somme des longueurs des deux autres.

Cas particulier :

Si AC = AB + BC alors B ∈ [AC] et les points A, B et C sont alignés.

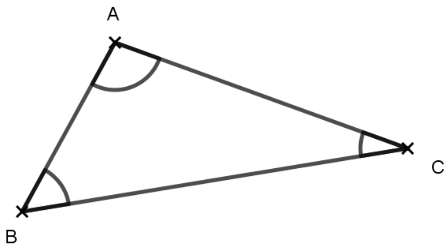


II. Somme des angles d'un triangle

Propriété : Dans tous les triangles, la somme des mesures des trois angles est égale à 180°.

Cette propriété est **à connaître par cœur !**

Exemple :



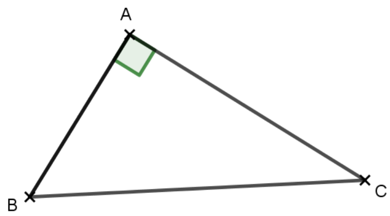
Dans un triangle ABC, $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180°$

III. Conséquences pour les triangles particuliers

1- Le triangle rectangle

Propriété : Si un triangle ABC est rectangle en A, alors $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90°$.

Démonstration :



On sait que $\widehat{BAC} = 90°$.

Or la somme des angles dans un triangle est de 180 °.

Donc $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180 - \widehat{BAC} = 180 - 90 = 90°$

Propriété : Si la somme des mesures de deux angles d'un triangle vaut 90°, alors ce triangle est rectangle.

Démonstration :

On sait que $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90°$

Or la somme des angles dans un triangle est de 180 °.

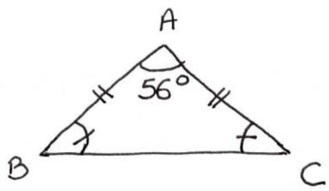
Donc $\widehat{BAC} = 180 - (\widehat{ABC} + \widehat{ACB}) = 180 - 90 = 90°$

ABC est bien un triangle rectangle.

2- Le triangle isocèle

Application n°1 : ABC est un triangle isocèle en A avec un angle au sommet de 56°. Quelle est la mesure des angles de la base ?

Figure à main levée :

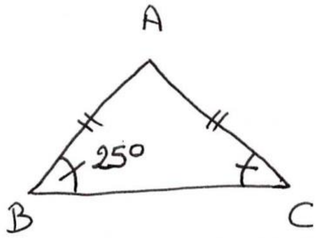


$\widehat{ABC} = (180 - 56) \div 2 = 124 \div 2 = 62°.$

Les angles de la base mesurent 62°.

Application n°2 : ABC est un triangle isocèle en A avec un angle de la base qui mesure 25°. Quelles sont les mesures des autres angles de ce triangle ?

Figure à main levée :

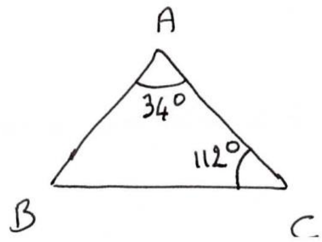


$\widehat{BAC} = 180 - 2 \times 25 = 130°.$

L'angle au sommet mesure 130° ; les deux angles de la base mesurent 25° chacun.

Application n°3 : ABC est un triangle dont l'angle $\widehat{BAC}$ mesure 34° et l'angle $\widehat{ACB}$ mesure 112°. Quelle est sa nature ? Justifier.

Figure à main levée :



$\widehat{ABC} = 180 - (112 + 34) = 180 - 146 = 34°.$

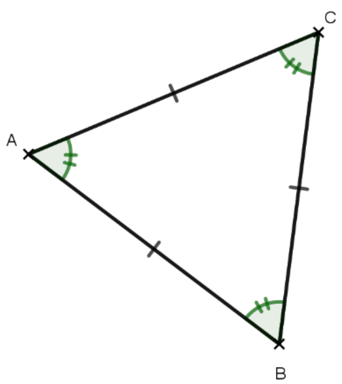
$\widehat{ABC} = \widehat{BAC}$

Donc ABC est un triangle isocèle en C.

3- Le triangle équilatéral

Propriété : Un triangle équilatéral a trois angles de 60° chacun.

Démonstration : Soit ABC un triangle équilatéral.



Je sais que dans un triangle équilatéral, les trois angles ont la même mesure : $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC}$.

Or $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 180°$

Donc : $3\,\widehat{ABC} = 180°$,

soit $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 180 \div 3 = 60°$.