

# Chapitre 10 : La symétrie centrale

## Compétences à valider :

- Construire le symétrique d'une figure par rapport à un point sur quadrillage.
- Construire le symétrique d'une figure avec la règle et le compas.
- Savoir déterminer si une figure a un ou des axe(s) de symétrie.
- Savoir déterminer si une figure a un centre de symétrie.

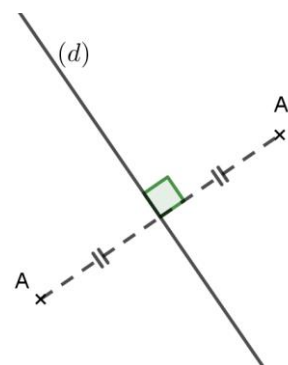
## Rappel sur la symétrie axiale :

Sur la figure ci-contre, si on plie la feuille le long de la droite (d), les points A et A' se superposent : on dit que les points A et A' sont **symétriques par rapport à la droite (d)**.

Cela signifie que la droite (d) est la **médiatrice** du segment [AA'].

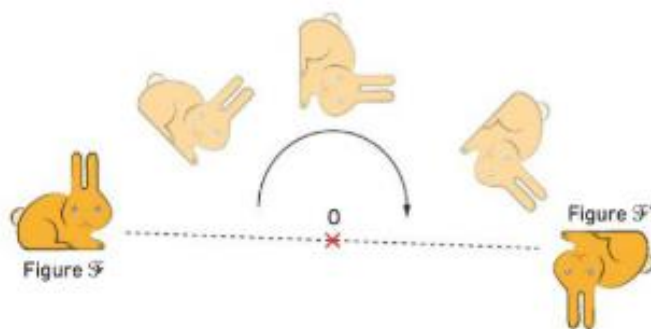
Il existe un nouveau type de symétrie : **la symétrie centrale**.

## Exemple 1 :



## I- Découverte de la symétrie centrale

### 1- Introduction et vocabulaire



On a obtenu la figure  $\mathcal{F}'$  à partir de la figure  $\mathcal{F}$  en effectuant un **demi-tour autour du point O** : on dit que les figures  $\mathcal{F}$  et  $\mathcal{F}'$  sont symétriques par **la symétrie centrale de centre O**. Le **symétrique** (ou l'image) **de la figure  $\mathcal{F}$  par rapport au point O** est la figure  $\mathcal{F}'$ .

Le point O est appelé le **centre de symétrie**.

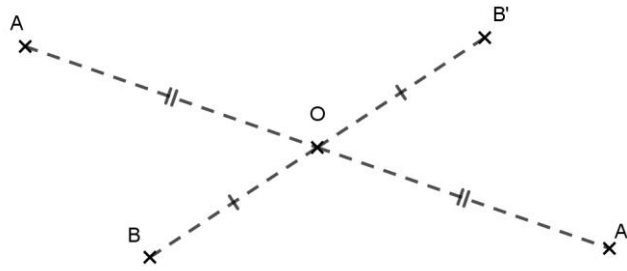
### 2- Symétrique d'un point

**Définitions** : On dit que deux points A et A' sont symétriques par rapport à un point O si O est le milieu du segment [AA']. O s'appelle le centre de symétrie.

## Méthode de construction - Construire le point A', symétrique du point A par rapport à O :

- On trace la droite (OA).
- On reporte au compas la distance OA de l'autre côté du point O, sur la droite (OA).

### Exemple 2 :



Remarque : O est son propre symétrique (c'est le seul point qui ne bouge pas).

## II- Symétriques de figures simples

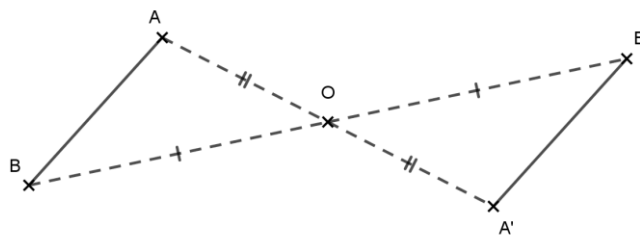
### 1. Le segment

**Propriété :** Le symétrique d'un segment par rapport à un point est un **segment de même longueur**.

## Méthode de construction - Construire le symétrique du segment [AB] par rapport au point O :

- On construit le symétrique de chacune des extrémités du segment.
- Puis on relie les deux points obtenus.

### Exemple 3 :



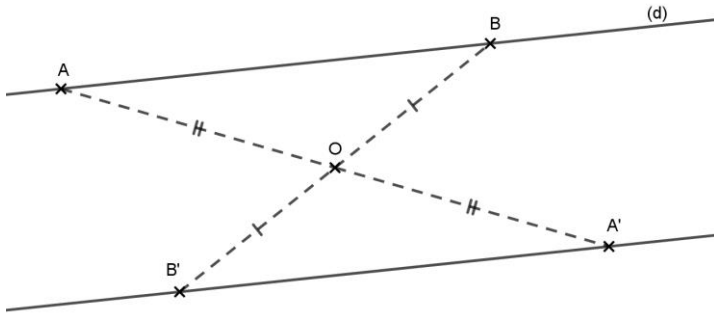
### 2. La droite

**Propriété :** Le symétrique d'une droite par rapport à un point est **une droite qui lui est parallèle**.

## Méthode - Construire l'image de la droite (d) par rapport au point O :

- On choisit deux points A et B sur la droite (d) (assez « éloignés »).
- On construit les points A' et B' symétriques de A et de B par rapport au point O.
- On trace la droite (A'B'), symétrique de (d) par rapport à O.

**Exemple 4 :**



(d) et (A'B') sont parallèles.

*Remarque :* En symétrie axiale, le symétrique d'une droite est une droite mais n'est pas toujours parallèle à la droite de départ. Ce sera le cas pour une droite parallèle à l'axe de symétrie.

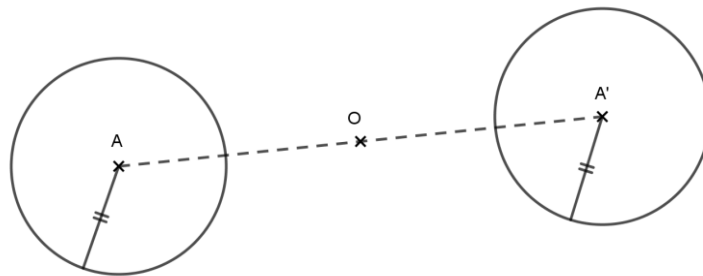
### 3. Le cercle

**Propriété :** Le symétrique d'un cercle par rapport à un point est un cercle de même rayon.

**Méthode de construction :**

- On commence par construire le symétrique du centre du cercle.
- On trace le cercle ayant pour centre ce nouveau point et de même rayon.

**Exemple 5 :**

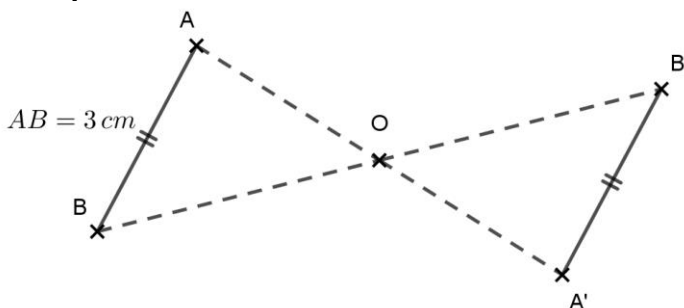


## III- Propriétés de la symétrie centrale

On peut superposer une figure et son symétrique. On a donc les propriétés suivantes :

**Propriété :** La symétrie centrale conserve les longueurs.

**Exemple 6 :**



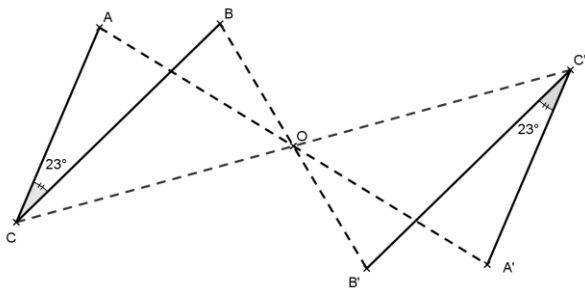
$AB = 3 \text{ cm}$  donc  $A'B' = 3 \text{ cm}$   
Le symétrique d'un segment [AB] est un segment [A'B'] de même longueur.

**Propriété :** La symétrie centrale conserve les aires.

*Remarque* : cette propriété est une conséquence de la propriété précédente car les formules d'aires utilisent des longueurs ( $c \times c ; L \times l ; \dots$ )

**Propriété** : La symétrie centrale conserve les mesures d'angles.

**Exemple 7 :**



$$\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'} = 23^\circ$$

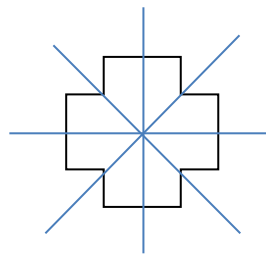
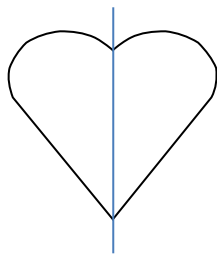
*Remarque* : Toutes ces propriétés sont aussi vérifiées en symétrie axiale.

## IV- Centre de symétrie d'une figure

### 1. Axe de symétrie d'une figure

Une droite est appelée **axe de symétrie** d'une figure si les deux parties de la figure se superposent **par pliage le long de cette droite**.

*Exemples :*



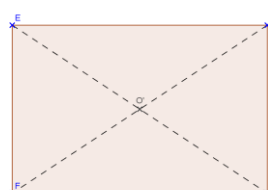
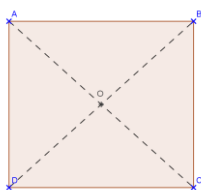
### 2. Centre de symétrie

**Définition** : Un point est appelé **centre de symétrie** d'une figure si le symétrique de cette figure par rapport à ce point est la figure elle-même.

Autrement dit, le symétrique de n'importe quel point de la figure appartient aussi à la figure.

*Exemples :*

- Le centre de symétrie du carré ABCD ou du rectangle EFGH est le point d'intersection de ses diagonales (ici, les points O et O').



- Le centre de symétrie du cercle (C) de centre O est le centre O lui-même.

