

Critères de Divisibilité

❖ par 2 ? ❖ par 3 ?

❖ par 5 ? ❖ par 9 ?

Exercice

- ◆ 126 est-il divisible par 2 ?
- ◆ 3 455 est-il un multiple de 5 ?
- ◆ 462 est-il divisible par 3 ?
- ◆ 735 est-il divisible par 9 ?

Méthode

Soit n un nombre entier naturel supérieur ou égal à 2.

Pour **montrer que n est premier**, il suffit de montrer que n n'est divisible par aucun nombre premier inférieur ou égal à \sqrt{n} .

Exercice

157 est-t-il un nombre premier ?

Exercice

Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers :

60

144

1274

COLLER ICI

Entiers Naturels

Un **entier naturel** est un **nombre entier positif ou nul**.

Multiples et Diviseurs

Dire que l'entier naturel a est un **multiple** de l'entier naturel b signifie qu'il **existe un entier k** tel que :

$$a = k \times b.$$

On dit aussi que :

b est un **diviseur** de a
 a est **divisible par b**

Exercice

- ◆ 46 est-il divisible par 13 ?
- ◆ 46 est-il un multiple de 4 ?

Nombres Premiers

Un nombre premier est un entier naturel qui possède **exactement deux diviseurs** :

1 et lui-même

Exercice

- ◆ 49 est-il premier ?
- ◆ 7 est-il premier ?
- ◆ 135 est-il premier ?

Décomposition en Produit de facteurs

Tout nombre entier naturel non premier peut s'écrire comme un **produit de facteurs premiers**.

Cette décomposition en produit de facteurs premiers est unique (à l'ordre près des facteurs).

Entiers Naturels

Les **entiers naturels** sont : $0; 1; 2; 3; 4; \dots$
Il y a une infinité d'entiers naturels.

Correction Exercice

◆ $46 = 2 \times 23$ donc 46 est divisible par 13.

On dit aussi que :

46 est un multiple de 13 ;

13 est un diviseur de 46.

◆ $4 \times 11 = 44$ et $4 \times 12 = 48$ donc 46 n'est pas un multiple de 4.

☀ Il existe une infinité de nombres premiers.

☀ Les 25 nombres premiers inférieurs à 100 sont :

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37 41 43 47 53 59 61 67 71 73 79 83 89 97

☀ 0 n'est pas un nombre premier, car tous les entiers naturels divisent 0.

☀ 1 n'est pas un nombre premier car il possède qu'un seul diviseur, lui-même.

Correction Exercice

◆ 49 est divisible par 1, 49 mais aussi par 7, donc 49 n'est pas premier.

◆ 7 n'est pas divisible 2, 3, 4, 5 et 6. 7 n'est divisible que par 1 et 7 donc 7 est un nombre premier.

◆ 135 est divisible par 5 (son chiffre des unités est 5) donc 135 n'est pas premier.

Critères de Divisibilité

❖ Un nombre entier est **divisible par 2** si son **chiffre des unités** est 0, 2, 4, 6 ou 8. On dit que ce nombre est pair.

❖ Un nombre entier est **divisible par 5** si son **chiffre des unités** est 0 ou 5.

❖ Un nombre entier est **divisible par 3** si la **somme de ses chiffres** est divisible par 3.

❖ Un nombre entier est **divisible par 9** si la **somme de ses chiffres** est divisible par 9.

Correction Exercice

◆ Le chiffre des unités est 6 donc 126 est divisible par 2.

◆ Le chiffre des unités est 5 donc 3 455 est un multiple de 5.

◆ $4+6+2 = 12$ et 12 est divisible par 3 donc 462 est divisible par 3.

◆ $7+3+5 = 15$ et 15 n'est pas divisible par 9 donc 735 n'est pas divisible par 9.

Correction Exercice en utilisant la méthode

On cherche à savoir si 157 est un nombre premier.

$$\sqrt{157} \approx 12,5$$

Les nombres premiers inférieurs ou égaux à $\sqrt{157}$ sont :

2 ; 3 ; 5 ; 7 et 11.

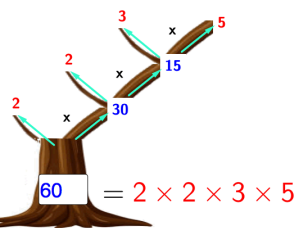
◆ Le chiffre des unités de 157 est 7 donc 157 n'est pas divisible par 2 ni par 5.

◆ $1+5+7 = 13$ et 13 n'est pas divisible par 3 donc 157 n'est pas divisible par 3.

◆ $7 \times 22 = 154$ et $7 \times 23 = 161$ donc 157 n'est pas divisible par 7.

◆ $11 \times 14 = 154$ et $11 \times 15 = 165$ donc 157 n'est pas divisible par 11.

On en déduit donc que 157 est un nombre premier.



$$60 = 2 \times 30$$

$$60 = 2 \times 2 \times 15$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

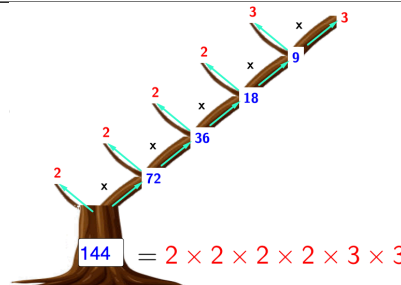
$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

2 ; 3 ; 5 sont premiers.

Décomposition en produit de facteurs premiers de 60 :

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$



$$144 = 2 \times 72$$

$$144 = 2 \times 2 \times 36$$

$$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 18$$

$$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 9$$

$$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

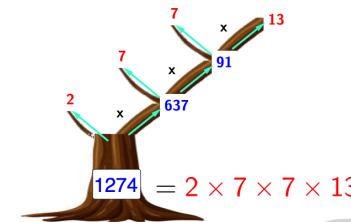
$$144 = 2^4 \times 3^2$$

2 et 3 sont premiers.

Décomposition en produit de facteurs premiers de 144 :

$$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$144 = 2^4 \times 3^2$$



$$1274 = 2 \times 637$$

$$1274 = 2 \times 7 \times 91$$

$$1274 = 2 \times 7 \times 7 \times 13$$

$$1274 = 2 \times 7^2 \times 13$$

2 ; 7 et 13 sont premiers.

Décomposition en produit de facteurs premiers de 1274 :

$$1274 = 2 \times 7 \times 7 \times 13$$

$$1274 = 2 \times 7^2 \times 13$$