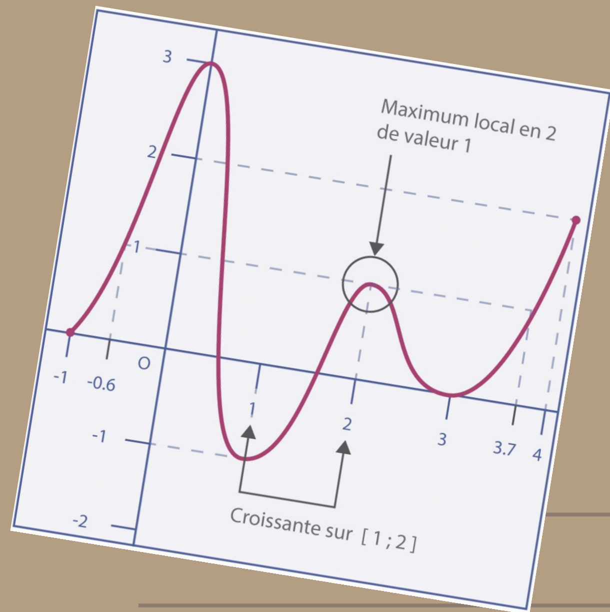
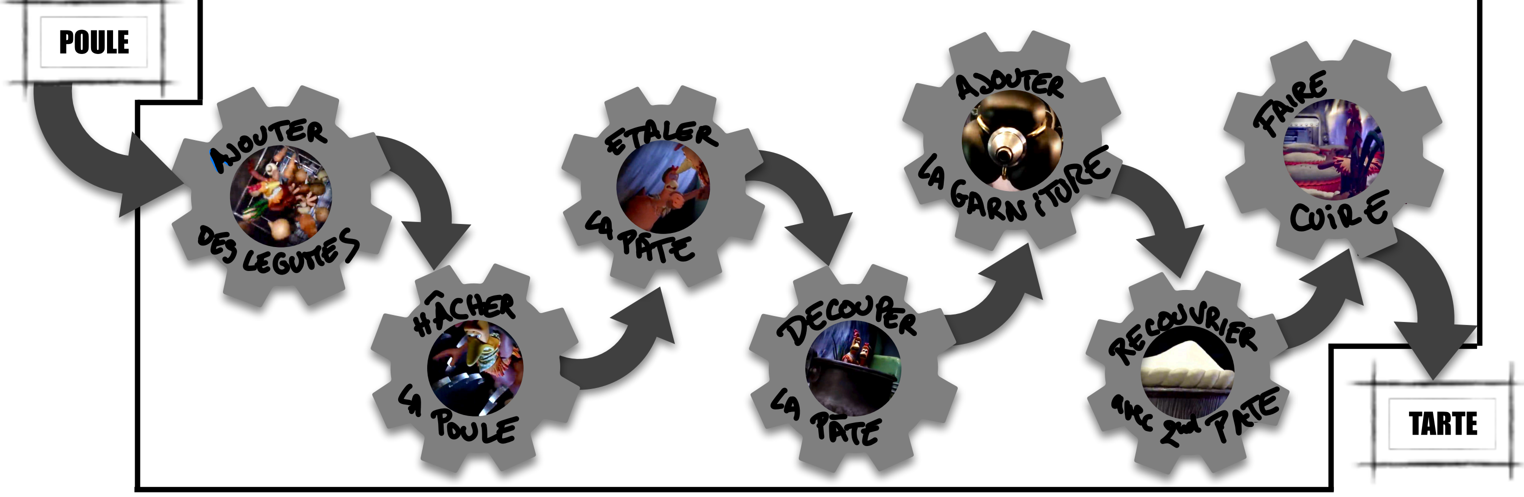
01.A Notion de Fonction



01.A Notion de fonction

activité 3e

Chicken run - pie machine scene



Fonction 1

	Ajouter 5		Diviser par 2	
3	→	8	→	4
-1	→	4	→	2
x	→	$x+5$	→	$\frac{x+5}{2}$

Fonction 2

Antécédent	Soustraire 2		Elever au carré	Image
0	→	-2	→	4
4	→	2	→	4
x	→	$x-2$	→	$(x-2)^2$

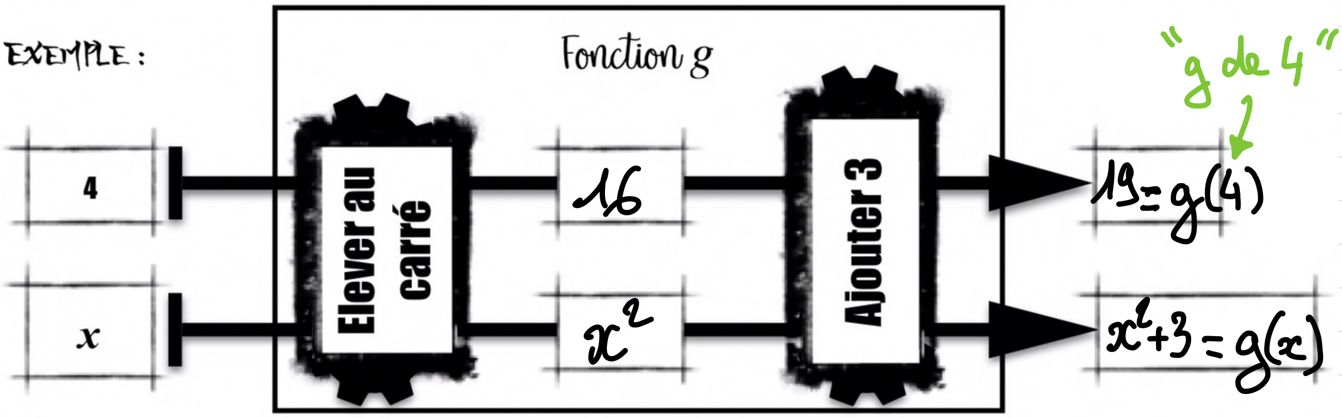
O1. Fonction
A. Notion de fonction

1. NOTATION ET VOCABULAIRE.

DÉFINITION :

Une fonction f est un outil mathématique qui, à un nombre x,
fait correspondre un nombre **unique** noté $f(x)$

EXEMPLE :



NOTATION:

La fonction g ci-dessus est notée : $g : x \longmapsto x^2+3$

Cela se lit : « la fonction g qui, à x associe $x^2 + 3$. »

De même **l'image** d'un nombre x par la fonction g se note $g(x)$ et se lit **«** g **de** x **»**

La fonction g est aussi définie par la formule $g(x) = x^2+3$

EXEMPLE :

La fonction g associe au nombre **4** le nombre 19

On note :

$g : 4 \longmapsto 19$ (qui se lit « $\boldsymbol{g}$ qui a **4** associe **19** »),

ou $g(4) = 19$ (qui se lit « $\boldsymbol{g}$ de **4** égal **19** »).

On dit que :

19 **est l'image** de **4** par la fonction g.

4 est **un antécédent** de **19** par la fonction g.

$g : 4 \mapsto 19$

***Antécédent** de 9*   ***Image** de 4*

REMARQUE :

L'image d'un nombre est unique, alors qu'un nombre peut avoir plusieurs antécédents ou aucun.

- $g(-4) = (-4)^2 + 3 = 19$. Ainsi -4 et 4 sont deux antécédents de 19 par la fonction g.
- -1 n'a pas d'antécédent par la fonction g car un carré est toujours positif et donc $x^2 + 3$ aussi.

ATTENTION

- x et $g(x)$ sont des nombres.
- g n'est pas un nombre, c'est une fonction.

II. TABLEAU DE VALEURS.

On peut noter les images de plusieurs nombres par une fonction dans un tableau de valeurs.

➡ Voici un tableau de valeurs de la fonction $g : x \mapsto x^2 + 3$

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$g(x) = x^2 + 3$	7	4	3	4	7	12	19

ANTÉCÉDENT

IMAGE

D'après ce tableau on peut écrire que :

- 12 est l'image de …3… par la fonction g.
- …-2 et 2…… sont deux antécédents de 7 par la fonction g.
- $g(-1) = ..4...$; $g(..0...) = 3$; $g(1) = ..4..$

$g(x) = x^2+3$
$g(2) = 2^2+3$
$g(2) = 4+3$
$g(2) = 7$

III. REPRÉSENTATION GRAPHIQUE D'UNE FONCTION.

ORDONNÉE : IMAGE

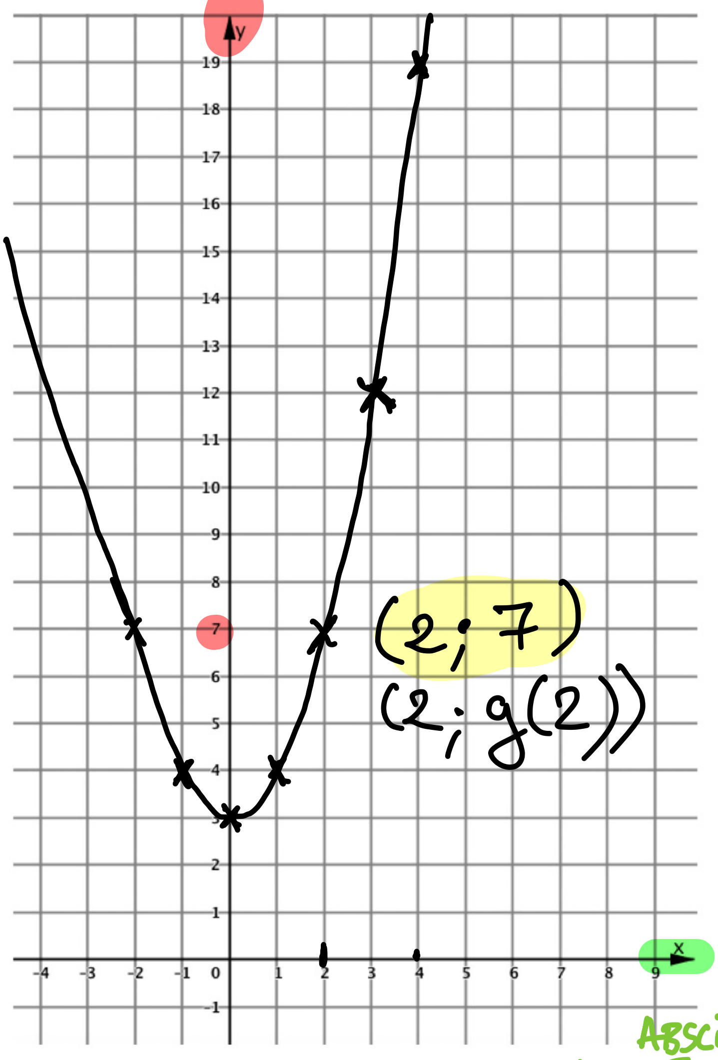
DÉFINITION : ❤

Soit *f* une fonction.

Soit a un nombre et *f*(a) son image par la fonction *f*.

Un repère étant choisi, on considère les points M de coordonnées (a ; *f*(a)).

L'ensemble de ces points est **la représentation graphique** de la fonction *f* dans ce repère.



(2 ; 7)
(2 ; g(2))

Grâce au tableau de valeurs précédent, on peut tracer la représentation graphique de la fonction $g : x \mapsto x^2 + 3$ ci-contre.

ABSCISSE ANTÉCÉDENT

RAPPEL :

Axe des abscisses : horizontal
Axe des ordonnées : vertical
L'**origine** du repère : O

(x ; y)

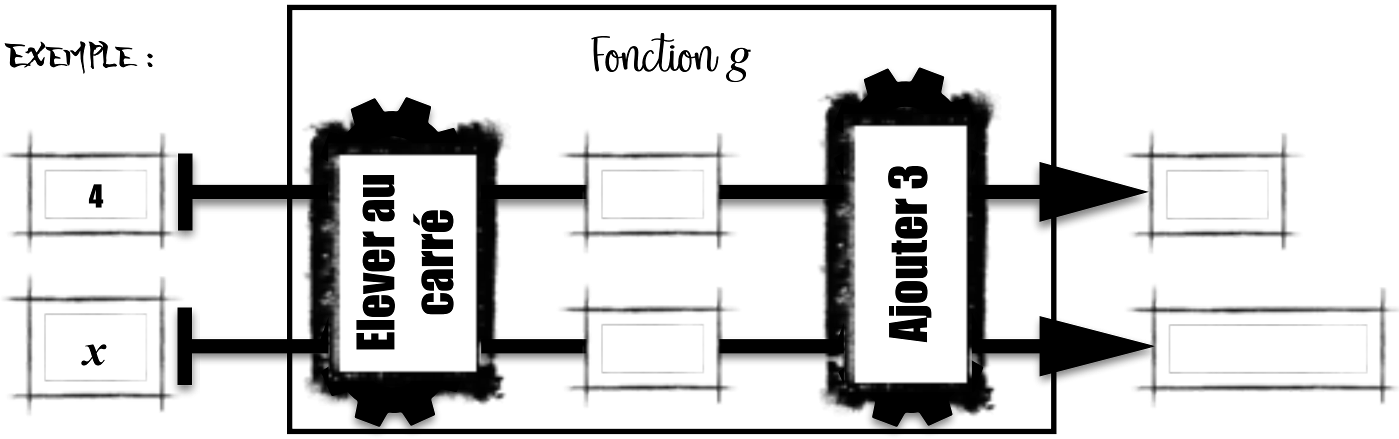
Abscisse **Ordonnée**

1. NOTATION ET VOCABULAIRE.

DÉFINITION :

Une fonction f est un outil mathématique qui, à un nombre x,
fait correspondre un nombre **unique** noté………

EXEMPLE :



NOTATION:

La fonction g ci-dessus est notée : ....

Cela se lit : « la fonction g qui, à x associe $x^2 + 3$. »

De même **l'image** d'un nombre x par la fonction g se note $g(x)$ et se lit **«** g **de** x **»**

La fonction g est aussi définie par la formule ....

EXEMPLE :

La fonction g associe au nombre **4** le nombre ……
On note :

.... (qui se lit « g qui a **4** associe **19** »),

ou .... (qui se lit « g de **4** égal **19** »).

On dit que :

14 est **l'image** de **4** par la fonction g.

4 est **un antécédent** de **19** par la fonction g.

$$g : 4 \mapsto 19$$

Antécédent** de **9 ***Image** de **3***

REMARQUE :

L'image d'un nombre est unique, alors qu'un nombre peut avoir plusieurs antécédents ou aucun.

- $g(-4) = (-4)^2 + 3 = 19$. Ainsi -4 et 4 sont deux antécédents de 19 par la fonction g.
- -1 n'a pas d'antécédent par la fonction g car un carré est toujours positif et donc $x^2 + 3$ aussi.

ATTENTION

- x et $g(x)$ sont des nombres.
- g n'est pas un nombre, c'est une fonction.

II. Tableau de valeurs.

On peut noter les images de plusieurs nombres par une fonction dans un tableau de valeurs.

➡ Voici un tableau de valeurs de la fonction $g : x \mapsto x^2 + 3$

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$g(x) = x^2 + 3$							

D'après ce tableau on peut écrire que :

- 12 est l'image de …….. par la fonction g.
- ………………… sont deux antécédents de 7 par la fonction g.
- $g(-1) = \ldots\ldots\ldots$; $g(\ldots\ldots\ldots) = 3$; $g(1) = \ldots\ldots$

III. Représentation graphique d'une fonction.

Définition :

Soit *f* une fonction.

Soit a un nombre et *f*(a) son image par la fonction *f*.

Un repère étant choisi, on considère les points M de coordonnées (a ; *f*(a)).

L'ensemble de ces points est **la représentation graphique** de la fonction *f* dans ce repère.

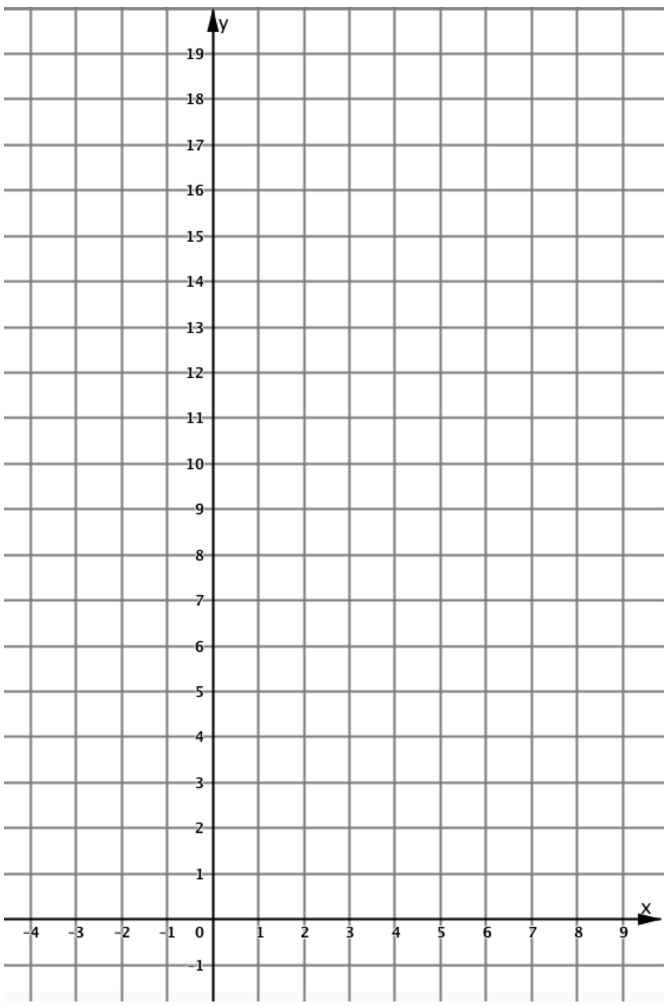
Grâce au tableau de valeurs précédent, on peut tracer la représentation graphique de la fonction $g : x \mapsto x^2 + 3$ ci-contre.

Rappel :

Axe des abscisses : horizontal
Axe des ordonnées : vertical
L'**origine** du repère : O

(x ; y)

Abscisse **Ordonnée**



01.A Notion de fonction

PLAN DE TRAVAIL 3e

S'entrainer (travail seul)

MISSION

A la fin de la Mission, tu dois savoir :

- Connaître et utiliser le vocabulaire et les notations des fonctions (1ère étape),
- Interpréter un tableau de valeurs (2ème étape),
- Utiliser l'expression d'une fonction (3ème étape),
- Exploiter la représentation graphique d'une fonction (4ème étape),
- Construire la représentation graphique d'une fonction (5ème étape).

Relire le cours

1ère Etape : Ex. 24 p126 → Ex. 19 p126 → M. Sauvet à la rescousse !

2ème Etape : Ex. 21 p126 → Ex. 7 p123 → M. Sauvet à la rescousse !

3ème Etape : Ex. 5 p123 et 20 p126 → Ex. 23 p126 → M. Sauvet à la rescousse !

4ème Etape : Ex. 27 p127 et 32 p127 → Ex. 30 p127 → M. Sauvet à la rescousse !

5ème Etape : Ex. 33 p127 et 29 p127 → Ex. 28 p127 → M. Sauvet à la rescousse !

BRAVO! → Tu peux approfondir maintenant

Approfondir (travail en groupe possible)

★ Obligatoire
■ Facultatif

★ Ex. 40, 41 p130 et 44 p131.

■ Ex 49 p139.

Pour les plus efficaces :
■ Ex. 53 p133

01.A Notion de fonction

PLAN DE TRAVAIL 3e

S'entrainer (travail seul)

MISSION

A la fin de la Mission, tu dois savoir :

- Connaître et utiliser le vocabulaire et les notations des fonctions (1ère étape),
- Interpréter un tableau de valeurs (2ème étape),
- Utiliser l'expression d'une fonction (3ème étape),
- Exploiter la représentation graphique d'une fonction (4ème étape),
- Construire la représentation graphique d'une fonction (5ème étape).

Relire le cours

1ère Etape : Ex. 24 p126 → Ex. 19 p126 → M. Sauvet à la rescousse !

2ème Etape : Ex. 21 p126 → Ex. 7 p123 → M. Sauvet à la rescousse !

3ème Etape : Ex. 5 p123 et 20 p126 → Ex. 23 p126 → M. Sauvet à la rescousse !

4ème Etape : Ex. 27 p127 et 32 p127 → Ex. 30 p127 → M. Sauvet à la rescousse !

5ème Etape : Ex. 33 p127 et 29 p127 → Ex. 28 p127 → M. Sauvet à la rescousse !

BRAVO! → Tu peux approfondir maintenant

Approfondir (travail en groupe possible)

★ Obligatoire
■ Facultatif

★ Ex. 40, 41 p130 et 44 p131.

■ Ex 49 p139.

Pour les plus efficaces :
■ Ex. 53 p133

CORRECTION 01.A Notion de fonction
fiche d'exercices 3e

Exercice 24 p126

Égalité	Verbe « avoir »	Verbe « être »
$f(2) = 4$	2 a pour image 4 par *f*. 4 a pour antécédent 2 par *f*.	4 est l'image de 2 par *f*. 2 est un antécédent de 4 par *f*.
$h(2,5) = -2$	2,5 a pour image –2 par *h*. **–2 a pour antécédent 2,5 par *h*.**	**–2 est l'image de 2,5 par *h*.** **2,5 est un antécédent de –2 par *h*.**
$g(5) = 3$	**5 a pour image 3 par *g*.** **3 a pour antécédent 5 par *h*.**	**3 est l'image de 5 par *g*.** 5 est un antécédent de 3 par *g*.

Exercice 19 p126.

a. Faux.
b. Vrai.
c. Vrai.
d. Faux.

Exercice 21 p126.

1. L'image de 0,5 par la fonction *h* est –1.
2. L'image de –1 par la fonction *h* est 5,3.
3. Un antécédent de –3,5 par la fonction *h* est .1

C'est le seul dans le tableau.

Exercice 7 p123.

1. L'image de –3 par la fonction *h* vaut 2.
2. Un antécédent de 5 par la fonction *h* est 3.

C'est le seul dans le tableau.

3. Deux antécédents de –3 par la fonction *h* sont : –1 et 2.

Ce sont les seuls dans le tableau.

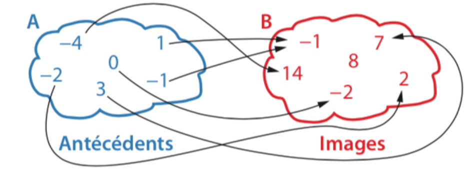
Exercice 5 p123.

$k(-1) = 3 \times (-1)^2 - 2 = 3 - 2 = 1$
L'image de –1 par la fonction *k* vaut 1.

Exercice 20 p126.

x	0	–1	2	–2
$f(x)$	0	2	8	8

Exercice 23 p126.



Exercice 27 p127

Les courbes bleue et violette peuvent représenter des fonctions. Ce sont les seules car tout nombre a une image unique par une fonction.

Exercice 32 p127

a. L'image de –1 par la fonction *f* est 0.
b. Un antécédent de 2 par la fonction *f* est 3 (ou –2 ou –5,5 ou –6).

Ce sont des lectures graphiques donc approximatives.

c. $f(-6) = 2$
d. Les antécédents de 1 sont –6,3 ; –5 ; –3 ; –1,6 ; 2,7 ; 4.

L'énoncé ne précise pas le nombre d'antécédents attendus. Le résultat sera donc correct si l'élève en trouve au moins deux.

e. Il n'y a pas de nombre qui a pour image 3 par la fonction *f*.
f. –2 a pour antécédent 2 par la fonction *f*.

C'est évidemment le seul.

g. Une solution de l'équation $f(x) = 0$ est –6,7 (ou –4 ou –1 ou 2,5).

Ce sont des lectures graphiques donc approximatives. Une seule solution est attendue.

Exercice 30 p127

1. L'image de 2 par la fonction *f* vaut 4.
2. Un antécédent de 0 par la fonction *f* : –6

C'est le seul visible.

3. $f(0) = 3$ $\quad f(-2) = 2 \quad f(-6) = 0$

Exercice 33 p127

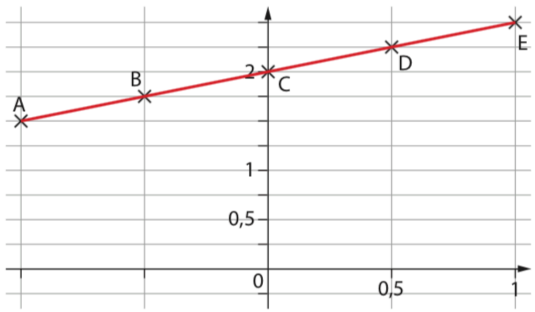
On peut, par exemple, calculer l'image de 0 (car elle est différente sur chaque courbe) par chaque fonction : $f(0) = 1$; $g(0) = -1$; $h(0) = 0$, ce qui permet d'identifier chaque courbe.
Courbe 1 : **c.**
Courbe 2 : **a.**
Courbe 3 : **b.**

Exercice 29 p127

On peut faire le tableau de valeurs suivant :

x	–1	–0,5	0	0,5	1
$h(x)$	1,5	1,75	2	2,25	2,5

Le choix du pas est laissé aux élèves.

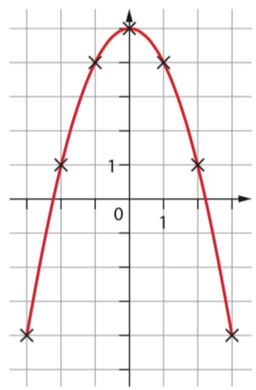


Exercice 28 p127.

1.

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
$f(x)$	–4	1	4	5	4	1	–4

2.



Exercice 40 p130.

Relever la température

1. À midi, la température était de 3 °C.
2. $T(17) = 3$ donc à 17 h, il faisait 3 °C.
3. $T(x) = 0$ a pour solutions 8 et 20. Cela signifie que la température a été de 0 °C à 8 h et à 20 h et à aucun autre moment.
4. $T(x) \geqslant 3$ a pour solutions tous les nombres entre 12 et 17. Cela signifie que les seuls moments où la température a été supérieure ou égale à 3 °C ont été entre midi et 17 h.
5. L'image de 0 par la fonction *T* vaut –2. Cela signifie qu'à 0 h (minuit), il faisait –2 °C.
6. –6 a deux antécédents : 2 et 6. Cela signifie qu'il y a deux moments où la température était de –6 °C : à 2 h et à 6 h.
7. La température était positive ce jour-là entre 8 h et 20 h.

Exercice 41 p130.

Croissance du lichen

1. $d(16) = 7 \times \sqrt{16 - 12} = 7 \times \sqrt{4} = 7 \times 2 = 14$
16 ans après la disparition de la glace, le diamètre du lichen est alors de 14 mm.
2. $d(t) = 42$ si $7 \times \sqrt{t - 12} = 42$ soit $\sqrt{t - 12} = 6$ ou encore $t - 12 = 36$ soit $t = 48$.
Le diamètre du lichen est de 42 mm 48 ans après la disparition de la glace.

Exercice 44 p131.

1. Aire de la partie végétalisée :
$$\mathscr{A}(x) = \underbrace{(30 - 2x)}_{\text{longueur de la partie végétalisée}} \underbrace{(16 - 2x)}_{\text{largeur de la partie végétalisée}}$$
2. $\mathscr{A}(2) = (30 - 2 \times 2)(16 - 2 \times 2)$
$= 26 \times 12 = 312$
Cela signifie que lorsque la largeur de l'allée est de 2 m, l'aire de la partie végétalisée est de 312 m^2.

Exercice 49 p132.

a. La distance parcourue pendant cette course est de 11 km (le dernier point de chaque courbe a une ordonnée de 11).
b. C'est Nathan qui est parti le plus vite au départ (sa courbe monte plus vite).
c. C'est Charlie qui s'est arrêté un peu au niveau de l'église (courbe rouge horizontale à un moment donné).
d. La distance entre le collège et l'église est de 6 km (au moment où Charlie s'arrête à l'église, la distance parcourue est de 6 km).
e. C'est Nathan qui était en tête au bout d'une demi-heure ou 30 minutes (la courbe bleue est au-dessus de la courbe rouge pour $x = 30$, donc Nathan a parcouru plus de distance en 30 min que Charlie).
f. Charlie a doublé Nathan au bout d'environ 44 minutes (la courbe rouge passe au-dessus de la courbe bleue à partir de $x \approx 44$).
g. C'est Charlie qui est arrivé le premier (car il a parcouru les 11 km en moins de temps que Nathan).

Exercice 53 p133.

1. 12,5 m + 10 m = 22,5 m
La distance d'arrêt du scooter roulant à 45 km/h est donc de 22,5 m.
2. a. D'après le graphique, si la distance de réaction est de 15 m, la vitesse est de 53 km/h environ.
b. La distance de freinage n'est pas proportionnelle à la vitesse, car la représentation graphique de la distance de freinage en fonction de la vitesse n'est pas une droite.
c. D'après le graphique, si une voiture roule à 90 km/h, alors :
• la distance de réaction est de 23 m environ ;
• la distance de freinage est de 40 m environ.
La distance d'arrêt est donc d'environ 40 m + 23 m = 63 m.
3. $\dfrac{110^2}{152{,}4} \approx 79$
La distance de freinage sur route mouillée à 110 km/h est donc d'environ 79 m.

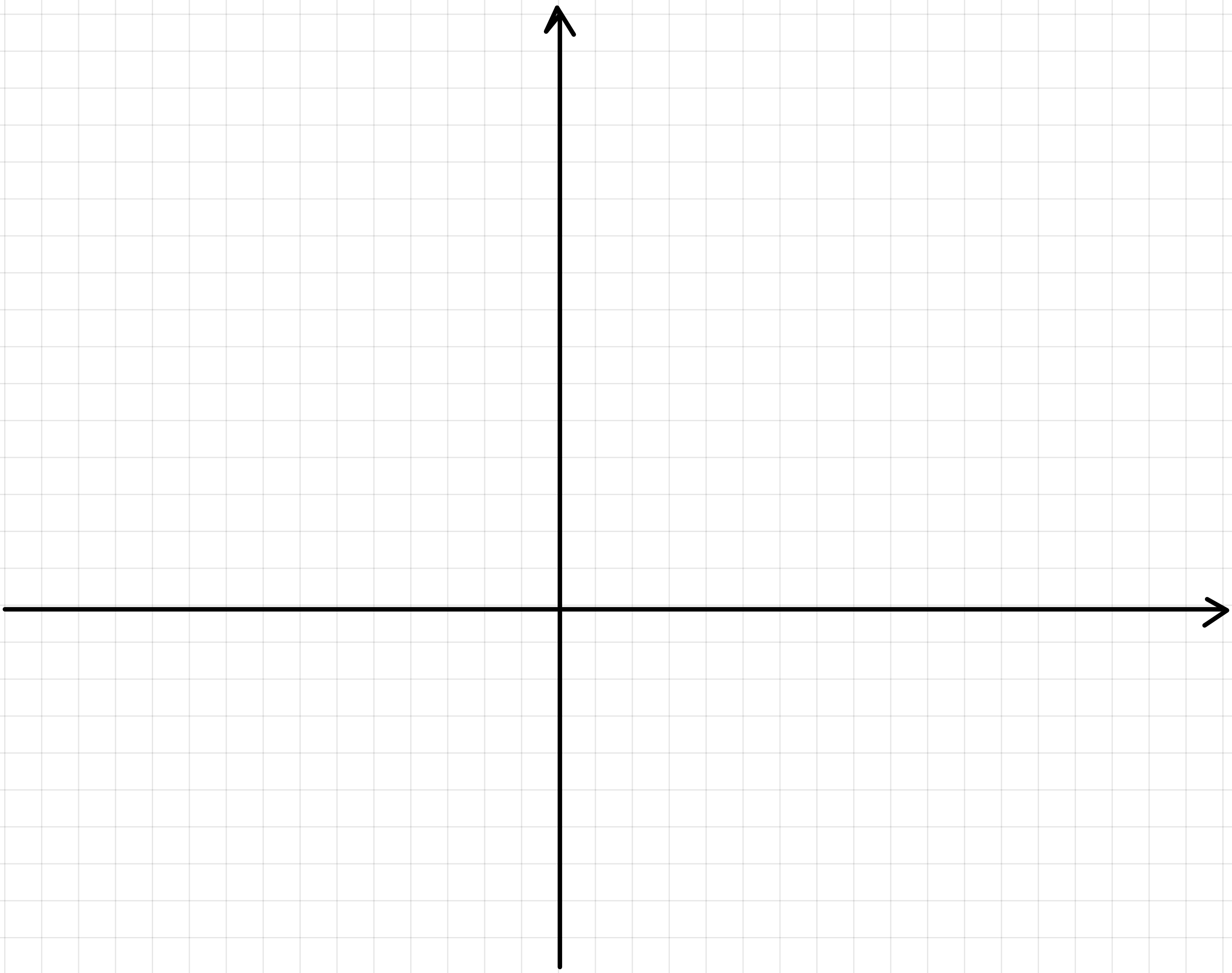
Bilan :
Tracer la représentation graphique d'une fonction

p127

29 La fonction h est définie par $h(x) = 2 + \frac{x}{2}$ pour des valeurs de x comprises entre -1 et 1.

- Tracer la courbe représentative de h .

➜

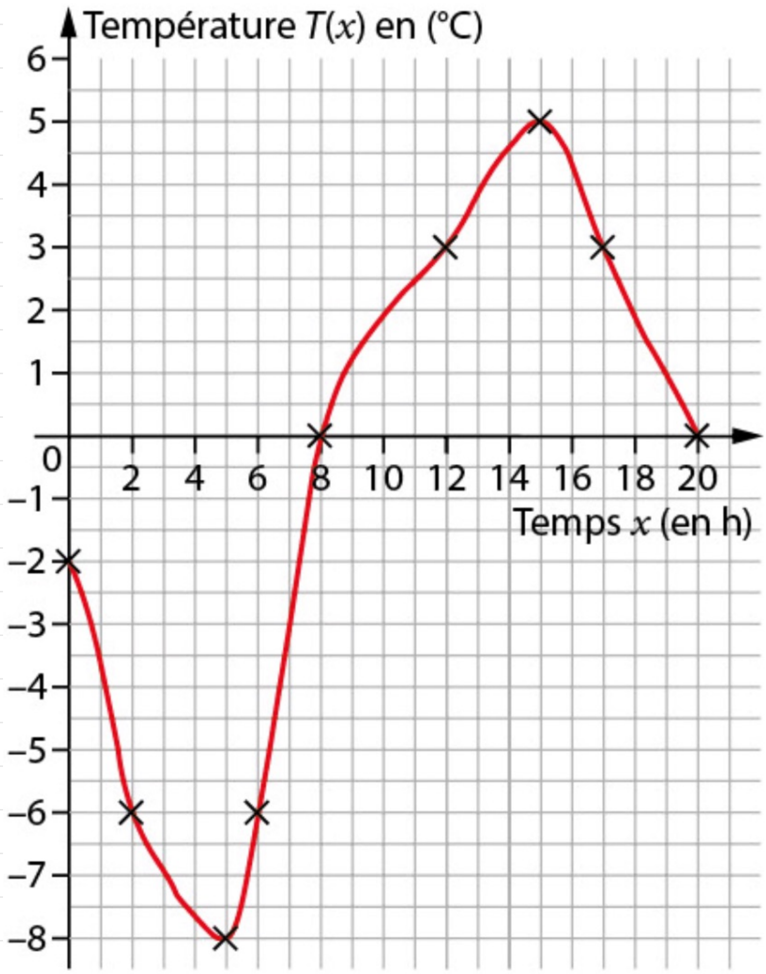


Bilan :
Lecture graphique

p 130

40 Relever la température

À l'aide de sa station météo, Jessie a enregistré la température $T(x)$ en fonction du temps x entre minuit et 20 heures le 9 février 2015.
La fonction T est représentée ci-après.



1. Quelle était la température à midi ce jour-là ?

2. Lire graphiquement $T(17)$.
Que représente cette valeur ?

3. Résoudre graphiquement l'équation $T(x) = 0$.
Que représentent la ou les solutions trouvées ?

4. Résoudre graphiquement l'inéquation $T(x) \geqslant 3$.
Que représentent la ou les solutions trouvées ?

5. Donner l'image de 0 par la fonction T.
Que représente cette valeur ?

6. Donner le ou les antécédents de -6 par la fonction T.
Que représentent ces valeurs ?

7. Quand la température était-elle positive ce jour-là ?