

N1. Puissance d'un nombre
A. Puissance d'exposant
positif et négatif d'un
nombre quelconque



N1. A

N1. PUISSANCES d'un nombre

A. PUISSANCES d'exposant positif et négatif d'un nombre quelconque

→ "3 au carré": $3^2 = 3 \times 3 = 9$

→ "3 au cube": $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$

→ "3 EXPOSANT 4": $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
 4 facteurs égaux à 3

DÉFINITION et CONVENTION

Soit a un nombre relatif et soit n un entier avec $n \geq 2$
 a exposant n est égal à:

$$a^n = a \times a \times \dots \times a$$

n facteurs égaux à a .

on convient que :

$$a^1 = a \text{ et } a^0 = 1$$

4 est PAIR donc le résultat est positif.

$$(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = +81$$

$$(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$$

3 est IMPAIR donc le résultat est négatif.

! $(-3)^4 = +81$

$$-3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$$

1

$$\begin{aligned}
2^4 &= 16 \\
&\quad \times 2 \uparrow \downarrow \div 2 \\
2^3 &= 8 \\
&\quad \times 2 \uparrow \downarrow \div 2 \\
2^2 &= 4 \\
&\quad \times 2 \uparrow \downarrow \div 2 \\
2^1 &= 2 \\
&\quad \times 2 \uparrow \downarrow \div 2 \\
2^0 &= 1 \\
&\quad \downarrow \div 2 \\
2^{-1} &= 0,5 = \frac{1}{2} \\
&\quad \downarrow \div 2 \\
2^{-2} &= 0,25 = \frac{1}{2^2} \\
&\quad \downarrow \div 2 \\
2^{-3} &= 0,125 = \frac{1}{2^3}
\end{aligned}$$

DEFINITION

Soit a un nombre relatif non nul
et soit n un nombre entier avec $n \geq 2$
Par définition, a^{-n} est l'inverse de a^n .
On a donc :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n \text{ facteurs égaux à } a}$$

Exemple:

$$3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{81}$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = \frac{1}{1000} = 0,001 \text{ de millième}$$

$$\text{Un millionième : } 0,000\,001 = \frac{1}{1\,000\,000} = \frac{1}{10^6} = 10^{-6}$$

$$(-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)} = \frac{1}{16} = 0,0625$$

$$\text{On a de plus } a^{-1} = \frac{1}{a^1} = \frac{1}{a}$$

$$\begin{aligned}
 & 2^4 = 16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\
 \div 2 & \left\{ \begin{aligned} & 2^3 = 8 = 2 \times 2 \times 2 \\ & 2^2 = 4 = 2 \times 2 \\ & 2^1 = 2 \\ & 2^0 = 1 \\ & 2^{-1} = 0,5 = \frac{1}{2} = \frac{1}{2^1} \\ & 2^{-2} = 0,25 = \frac{1}{4} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{2^2} \\ & 2^{-3} = 0,125 = \frac{1}{8} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^3} \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Exemple : $3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{81}$

DEFINITION

Pour tout nombre relatif a
 et pour tout nombre entier positif n avec $n \geq 2$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs \u00e9gals \u00e0 } a}}$$

de plus $a^{-1} = \frac{1}{a}$

Exemple :

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$

S'entraîner  (travail seul)

S'entraîner  (travail seul)

MISSION 1

 Relire le cours

A la fin de la Mission 1, tu dois savoir utiliser des puissances d'exposant positif.

MISSION 2

 Relire le cours

A la fin de la Mission 2, tu dois savoir Utiliser aussi des puissances d'exposant négatif.

1ère Etape

1ère Etape

2ème Etape

2ème Etape

3ème Etape

3ème Etape

BRAVO!

Tu peux approfondir maintenant

BRAVO!

Tu peux approfondir maintenant

Approfondir  (travail en groupe possible)

Approfondir  (travail en groupe possible)

★ Obligatoire

■ Facultatif

★ Ex.4

★ Ex.5

Pour les plus efficaces :

■ Ex.6

★ Obligatoire

■ Facultatif

★ Ex.10

Pour les plus efficaces :

■ Ex.11

N1. À PUISSANCES D'EXPOSANT POSITIF ET NÉGATIF D'UN NOMBRE QUELCONQUE

3e

► Exercice 1.

Écrire chaque produit sous la forme a^n , où a est un nombre et n un nombre entier positif.

- a. $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$
- b. $2,5 \times 2,5 \times 2,5 \times 2,5$
- c. $(-22) \times (-22) \times (-22)$
- d. $(-1,8) \times (-1,8) \times (-1,8) \times (-1,8) \times (-1,8)$

► Exercice 1 bis.

Écrire chaque produit sous la forme a^n , où a est un nombre et n un nombre entier positif.

- a. $2 \times 2 \times 2 \times 2$
- b. $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
- c. $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$
- d. $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

► Exercice 2.

Calcul mental

- a. 2^2
- b. 2^4
- c. 2^6
- d. 3^2
- e. 3^3
- f. 3^4
- g. 10^2
- h. 10^6
- i. 10^9
- j. $(-5)^1$
- k. $(-5)^2$
- l. $(-5)^3$

► Exercice 3.

Calculer les puissances suivantes et les classer dans l'ordre décroissant :

- a. $(-11)^3$
- b. $(-11)^4$
- c. $(-11)^5$
- d. $(-4,2)^2$
- e. $(-4,2)^3$
- f. $(-4,2)^4$

► Exercice 3 bis.

Calculer les puissances suivantes et les classer dans l'ordre croissant :

- a. 7^6
- b. 4^{11}
- c. 8^9
- d. 6^7
- e. 11^4
- f. 9^8

► Exercice 4.

Calcul mental

- a. $2^3, 3^2$ et 2×3
- b. $5^2, 2^5$ et 5×2

► Exercice 5.

Voici trois calculs rédigés par Léo. Un seul est exact. Le retrouver et corriger les deux autres.

| | | |
|----------------|---------------|--------------------------|
| $A = 17 - 7^2$ | $B = 7 + 4^3$ | $C = 2 \times (4 - 9)^3$ |
| $A = 10^2$ | $B = 7 + 64$ | $C = 2 \times (-5)^3$ |
| $A = 100$ | $B = 71$ | $C = (-10)^3$ |
| | | $C = -1\,000$ |

► Exercice 6.

Anaïs a oublié le code secret de sa carte VivaJeune. Ce code est un nombre à quatre chiffres et Anaïs se souvient que tous les chiffres sont compris entre 0 et 5.



- Combien y-a-t-il de combinaisons possibles ?
- Au distributeur automatique, il faut 15 secondes pour entrer une combinaison. Combien de temps faudrait-il à Anaïs pour les tester toutes ?



Pour des raisons de sécurité, après trois mauvais essais, la carte sera bloquée...

► Exercice 7.

Écrire chaque produit sous la forme a^{-n} , où a est un nombre et n un nombre entier positif.

- a. $\frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10}$
- b. $\frac{1}{(-5) \times (-5) \times (-5)}$

► Exercice 7 bis.

Écrire chaque produit sous la forme a^{-n} , où a est un nombre et n un nombre entier positif.

- a. $\frac{1}{9 \times 9}$
- b. $\frac{1}{7 \times 7 \times 7}$
- c. $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3}$
- d. $\frac{1}{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6}$

► Exercice 8.

Calcul mental

- a. 10^{-1}
- b. 10^{-2}
- c. 10^{-3}
- d. 2^{-1}
- e. 2^{-2}
- f. 2^{-3}

► Exercice 8 bis.

À l'aide de ta calculatrice, écris chaque nombre sous la forme d'une puissance de 2 ou 5.

- a. $256 = \dots\dots\dots$
- b. $15\,625 = \dots\dots\dots$
- c. $1\,024 = \dots\dots\dots$
- d. $0,2 = \dots\dots\dots$
- e. $0,0625 = \dots\dots\dots$
- f. $0,015\,625 = \dots\dots\dots$

► Exercice 9.

Exprime sous la forme d'une fraction.

- a. $2^{-3} = \frac{\dots}{\dots}$
- b. $(-5)^{-3} = \frac{\dots}{\dots}$
- c. $3^{-2} = \frac{\dots}{\dots}$
- d. $7^{-1} = \frac{\dots}{\dots}$
- e. $10^{-3} = \frac{\dots}{\dots}$

► Exercice 2 bis.

Calcul mental

| | | | |
|----|-------------|--------------------------------|---------|
| a. | $(-4)^3 =$ | $(-4) \times (-4) \times (-4)$ | $= -64$ |
| b. | $5^4 =$ | | $=$ |
| c. | $(-6)^3 =$ | | $=$ |
| d. | $2^6 =$ | | $=$ |
| e. | $(-10)^3 =$ | | $=$ |
| f. | $2^8 =$ | | $=$ |

► Exercice 9 bis.

Exprime sous la forme d'une fraction.

| | | | |
|----|----------------|---------------------------------|------------------|
| a. | $4^{-3} =$ | $\frac{1}{4 \times 4 \times 4}$ | $= \frac{1}{64}$ |
| b. | $(-2)^{-5} =$ | | $=$ |
| c. | $3^{-4} =$ | | $=$ |
| d. | $(-10)^{-4} =$ | | $=$ |

► Exercice 10.

On estime qu'en théorie, une population mixte de cochons d'Inde disposant de bonnes conditions de vie peut croître rapidement et être multipliée par 3 tous les ans.

On laisse un groupe mixte de 100 cochons d'Inde sur une île déserte avec de la nourriture en quantité suffisante.

Combien seront-ils au bout de 2 ans ? de 5 ans ? de 8 ans ?

► Exercice 11.

Léa possède une très grande feuille de papier qui mesure 0,1 mm d'épaisseur. Elle la plie en 2, puis de nouveau en 2, puis encore en 2 et ainsi de suite pour former une pile.

1. Combien de pliages Léa devrait-elle faire pour obtenir une pile de papier plus haute que la tour Eiffel (324 m) ?

2. Est-ce réalisable ?



MISSION*1

Ex. 1 a. 10^5
b. $2,5^4$
c. 17^3
d. $1,3^6$

Ex. 1 bis a. 2^4
b. 3^5
c. 4^6
d. 5^7

Ex. 2 a. 4 b. 16 c. 64
d. 9 e. 9 f. 81
g. 100 h. 1 000 000 i. 1 000 000 000
j. -5 k. 25 l. -125

Ex. 2 bis b. $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$
c. $(-6)^3 = (-6) \times (-6) \times (-6) = -216$
d. $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$
e. $(-10)^3 = (-10) \times (-10) \times (-10) = -1\,000$
d. $2^8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256$

Ex. 3 a. $(-11)^3 = -1\,331$
b. $(-11)^4 = 14\,641$
c. $(-11)^5 = -161\,051$
d. $(-4,2)^2 = 17,64$
e. $(-4,2)^3 = -74,088$
f. $(-4,2)^4 = 311,1696$

$(-11)^4 > (-4,2)^4 > (-4,2)^2 > (-4,2)^3 > (-11)^3 > (-11)^5$

Ex. 3 bis a. $7^6 = 117\,649$
b. $4^{11} = 4\,194\,304$
c. $8^9 = 134\,217\,728$
d. $6^7 = 279\,936$
e. $11^4 = 14\,641$
f. $9^8 = 43\,046\,721$

donc $11^4 < 7^6 < 6^7 < 4^{11} < 9^8 < 8^9$

Ex. 4 a. $2^3 = 8$; $3^2 = 9$ et $2 \times 3 = 6$
b. $5^2 = 25$; $2^5 = 32$ et $5 \times 2 = 10$

Ex. 5 Seul le B est correct.
A = $17 - 7^2$ B = $7 + 4^3$ C = $2 \times (4 - 9)^3$
A = $17 - 49$ B = $7 + 64$ C = $2 \times (-5)^3$
A = -32 B = 71 C = $2 \times (-125)$
C = -250

Ex. 6 1. $6^4 = 1\,296$ combinaisons.
2. $1\,296 \times 15 = 19\,440$ s, soit 324 min soit 5 h 24 min.

MISSION*2

Ex. 7 a. 10^{-4} Ex. 7 bis a. 9^{-2} c. 3^{-4}
b. $(-5)^{-3}$ b. 7^{-3} d. 6^{-5}

Ex. 8 a. 0,1
b. 0,01
c. 0,001
d. 0,5
e. 0,25
f. 0,125

Ex. 8 bis a. $256 = 2^8$ d. $0,2 = 5^{-1}$
b. $15\,625 = 5^6$ e. $0,0625 = 2^{-4}$
c. $1\,024 = 2^{10}$ f. $0,015\,625 = 2^{-6}$

Ex. 9 a. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ c. $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$
b. $(-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3}$ d. $7^{-1} = \frac{1}{7^1} = \frac{1}{7}$
= $\frac{-1}{125}$ e. $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000}$

Ex. 9 bis b. $(-2)^{-5} = \frac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)} = -\frac{1}{32}$
c. $3^{-4} = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{81}$
b. $(-10)^{-4} = \frac{1}{(-10) \times (-10) \times (-10) \times (-10)} = \frac{1}{10\,000}$

Ex. 10 En 2 ans : $100 \times 3^2 = 900$ cochons.
En 5 ans : $100 \times 3^5 = 24\,300$ cochons.
En 8 ans : $100 \times 3^8 = 656\,100$ cochons.

Ex. 11 1. La hauteur de la pile de papier après 1 pliage est de 0,2 mm.
Après n pliages : $0,1 \times 2^n$ mm.
Après 22 pliages : $0,1 \times 2^{22}$ mm = 419 430,4 mm, soit 419 m environ.
Il suffit de 22 pliages pour obtenir une pile de papier plus haute que la tour Eiffel.
2. Ceci n'est pas réalisable, car la pile de papier devient rapidement trop épaisse pour être repliée en 2...