Manipulation d'équations - corrigé

Ex 1

$$E_{CA} + E_{ppA} = E_{CB} + E_{ppB}$$ terme à isoler

$$\xrightarrow{-E_{CB}}$$

$$E_{CA} + E_{ppA} - E_{CB} = \cancel{E_{CB}} + E_{ppB} - \cancel{E_{CB}}$$

retourner l'équation

$$\boxed{E_{ppB} = E_{CA} + E_{ppA} - E_{CB}}$$

Ex 2

$$E_{CA} + E_{ppA} = E_{CB} + m g z_B$$

$$\xrightarrow{-E_{CB}}$$

$$E_{CA} + E_{ppA} - E_{CB} = m g z_B$$

$$\xrightarrow{\div mg}$$

$$\frac{E_{CA} + E_{ppA} - E_{CB}}{mg} = \frac{\cancel{m}\cancel{g} z_B}{\cancel{m}\cancel{g}}$$

$$\boxed{z_B = \frac{E_{CA} + E_{ppA} - E_{CB}}{mg}}$$

① Isoler tout le bloc "$m g z_B$"
⇒ soustraire des 2 côtés du = par E_{C_B} pour "faire" passer E_{CB} de l'autre côté

② Puis ensuite, diviser par mg

③ Retourner l'équation

Ex 3

$$\frac{1}{2} m v_A^2 + m g z_A = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g z_B$$

$$\xrightarrow{-m g z_A}$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m v_B^2 + m g z_B - m g z_A$$

$$\xrightarrow{\times \frac{2}{m}}$$

$$\frac{\cancel{2}}{\cancel{m}}\left(\frac{1}{\cancel{2}} \cancel{m} v_A^2\right) = \frac{2}{m}\left[\frac{1}{2} m v_B^2 + m g z_B - m g z_A\right]$$

① Isoler le bloc $\frac{1}{2} m v_A^2$

② Isoler ENSUITE v_A^2 en multipliant par $\frac{2}{m}$

$$v_A^2 = \frac{2}{\cancel{m}}\left(\frac{1}{\cancel{2}}\cancel{m}v_B^2\right) + \frac{2}{\cancel{m}}(\cancel{m}gz_B) - \frac{2}{\cancel{m}}(\cancel{m}gz_A)$$

③ Distribuer $\frac{2}{m}$ sur toute l'expression entre [ ] à droite

La masse se simplifie partout

$$\boxed{v_A^2 = v_B^2 + 2gz_B - 2gz_A}$$

$\sqrt{\ }$

④ On prend la $\sqrt{\ }$ de chaque membre

$$\sqrt{v_A^2} = \sqrt{v_B^2 + 2gz_B - 2gz_A}$$

$$\boxed{v_A = \sqrt{v_B^2 + 2g(z_B - z_A)}}$$

Ex 4

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B - E_{mA} = -f\,d$$

$\div(-f)$

diviser chaque membre par $-f$

$$\frac{\frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B - E_{mA}}{-f} = \frac{\cancel{-f}\,d}{\cancel{-f}}$$

Retourner l'eq et placer le $\ominus$ devant la fraction

$$d = -\frac{\frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B - E_{mA}}{f}$$

Distribuer le $\ominus$

$$d = -\frac{mv_B^2}{2f} - \frac{mgz_B}{f} + \frac{E_{mA}}{f}$$

On peut si on veut commencer par le terme positif

$$\boxed{d = \frac{E_{mA}}{f} - \frac{mv_B^2}{2f} - \frac{mgz_B}{f}}$$

Ex 5

$$-fd = m\left(\frac{1}{2}v_B^2 + g z_B\right) - E_{m_A}$$

① Distribuer le m sur toute la parenthèse

$$-fd = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B - E_{m_A}$$

② Isoler le bloc mgz_B

$-\frac{1}{2}mv_B^2 + E_{m_A}$

$$-fd - \frac{1}{2}mv_B^2 + E_{m_A} = mgz_B$$

③ isoler z_B

$\frac{\circ}{\circ} mg$

$$\frac{-fd - \frac{1}{2}mv_B^2 + E_{m_A}}{mg} = \frac{\cancel{m}gz_B}{\cancel{m}g}$$

④ Réorganiser pour que ce soit plus joli

$$\boxed{z_B = \frac{E_{m_A}}{mg} - \frac{fd}{mg} - \frac{v_B^2}{2g}}$$

Ex 6

$$-fd = \frac{1}{2}m v_B^2 + mgz_B - E_{m_A}$$

① Isoler le bloc $\frac{1}{2}mv_B^2$

$$-fd - mgz_B + E_{m_A} = \frac{1}{2}mv_B^2$$

② isoler v_B^2

$$\frac{2}{m}\left(-fd - mgz_B + E_{m_A}\right) = v_B^2$$

③ prendre la $\sqrt{\ }$ (et retourner)

$$\boxed{v_B = \sqrt{\frac{2}{m}\left(-fd - mgz_B + E_{m_A}\right)}}$$

Ex 7

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B - Em_A = -fd$$

avec $Em_A = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A$

① Intégrer Em_A dans l'équation

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B - \left(\frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A\right) = -fd$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B - \frac{1}{2}mv_A^2 - mgz_A = -fd$$

② Isoler le bloc $-mgz_A$

$$-mgz_A = -fd - \frac{1}{2}mv_B^2 - mg.z_B + \frac{1}{2}mv_A^2$$

$\div(-mg)$

$$\frac{\cancel{-mg}z_A}{\cancel{-mg}} = \frac{-fd - \frac{1}{2}mv_B^2 - mgz_B + \frac{1}{2}mv_A^2}{-mg}$$

③ on réorganise

$$z_A = \frac{fd}{mg} + \frac{v_B^2}{2g} + z_B - \frac{v_A^2}{2g}$$

$$\boxed{z_A = z_B + \frac{v_B^2 - v_A^2}{2g} + \frac{fd}{mg}}$$

Ex 8

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B - Em_A = -fd$$

Avec $Em_A = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A$

① Intégrer Em_A dans l'éq

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B - \frac{1}{2}mv_A^2 - mgz_A = -fd$$

② Mettre m en facteur pour tous les termes où il apparaît ($\Rightarrow$ objectif avoir $m \times A = B$)

$$m\left(\frac{1}{2}v_B^2 + gz_B - \frac{1}{2}v_A^2 - gz_A\right) = -fd$$

③ Isoler m

$$\boxed{m = \frac{-fd}{\frac{1}{2}v_B^2 + gz_B - \frac{1}{2}v_A^2 - gz_A}}$$

Ex 9

$$\frac{1}{2} m \left(v_B^2 - v_A^2 \right) = Td \cos\beta - fd$$

[① Distribuer $\frac{1}{2} m$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = Td \cos\beta - fd$$

[② Isoler le bloc $\left(-\frac{1}{2} m v_A^2\right)$

$-\frac{1}{2} m v_B^2$

$$-\frac{1}{2} m v_A^2 = Td \cos\beta - fd - \frac{1}{2} m v_B^2$$

[③ Isoler v_A^2

$\times \left(-\frac{2}{m}\right)$

$$\cancel{-}\frac{\cancel{2}}{\cancel{m}} \times \left(\cancel{-}\frac{1}{\cancel{2}} \cancel{m} v_A^2\right) = -\frac{2}{m} \left[Td \cos\beta - fd - \frac{1}{2} m v_B^2 \right]$$

[④ Reorganiser le membre de droite

$$v_A^2 = \frac{-2Td\cos\beta}{m} - \frac{2fd}{m} + v_B^2$$

[⑤ Passer à $\sqrt{\ }$
(et mettre v_B^2 en 1er car c'est plus joli de commencer par un positif)

$\sqrt{\ }$

$$\boxed{v_A = \sqrt{v_B^2 - \frac{2}{m}\left(Td\cos\beta - fd\right)}}$$

Ex 9 - 2e partie

$$\frac{1}{2} m \left(v_B^2 - v_A^2 \right) = Td \cos\beta - fd$$

[① Isoler le bloc $(Td\cos\beta)$

$$\frac{1}{2} m \left(v_B^2 - v_A^2 \right) + fd = Td \cos\beta$$

[② Isoler $\cos\beta$

$\frac{\circ}{\circ} Td$

$$\frac{\frac{1}{2} m \left(v_B^2 - v_A^2 \right) + fd}{Td} = \frac{\cancel{Td} \cos\beta}{\cancel{Td}}$$

[③ Réorganiser
(couper la fraction en 2 car somme au numérateur)

$$\cos\beta = \frac{m\left(v_B^2 - v_A^2\right)}{2Td} + \frac{f}{\ }$$

$$\cos \beta = \frac{m(v_B^2 - v_A^2)}{2Td} + \frac{f}{T}$$

Arccos (ou $\cos^{-1}$ c'est pareil)

(b) pour trouver β il faut appliquer la réciproque du cos c'est-à-dire Arccos (ou $\cos^{-1}$)

$$\underbrace{\text{Arccos}(\cos \beta)}_{\beta} = \text{Arccos}\left[\frac{m(v_B^2 - v_A^2)}{2Td} + \frac{f}{T}\right]$$

$$\boxed{\beta = \text{Arccos}\left[\frac{m(v_B^2 - v_A^2)}{2Td} + \frac{f}{T}\right]}$$

ou $\beta = \cos^{-1}\left[\frac{m(v_B^2 - v_A^2)}{2Td} + \frac{f}{T}\right]$