Correction exercices chapitre 13 : Travail d'une force constante - Théorème de l'énergie cinétique

Remonter la pente : Correction

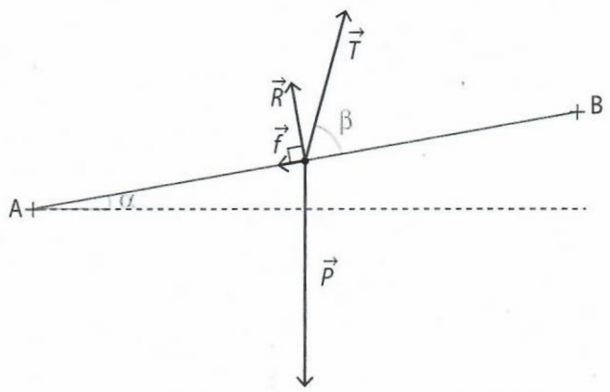
a) Le système est Karim, modélisé par son centre d'inertie et étudié dans le référentiel terrestre.

Karim subit :

– son poids $\vec{P}$, vertical, vers le bas ;
– la réaction du sol $\vec{R}$, perpendiculaire au sol, vers le haut ;
– les frottements de la neige $\vec{f}$, parallèles au sol, opposés au mouvement ;
– la tension de la perche $\vec{T}$, faisant un angle β avec le sol, vers le haut.

Aide n° 1

Le bilan des forces en dresse la liste, avec leur direction, leur sens et leur notation.



b) • L'altitude de Karim augmente de AB × sin(α). Puisque le système monte, son poids est résistant. On a donc $W_{AB}(\vec{P}) = -mg \times AB \times \sin(\alpha)$.

• La réaction normale du sol étant constamment perpendiculaire au déplacement, elle ne travaille pas : $W_{AB}(\vec{R}) = 0$

• Le travail des frottements vaut $W_{AB}(\vec{f}) = -f \times AB$.

• Le travail de la tension de la perche vaut $W_{AB}(\vec{T}) = T \times AB \times \cos(\beta)$.

Aide n° 2

Revoir les expressions des travaux des forces vues dans le cours.

Cours 2 p. 289 et 290

c) La vitesse de Karim étant constante, son énergie cinétique l'est aussi : sa variation est nulle sur le trajet de A à B.

Le théorème de l'énergie cinétique donne alors :

$$0 = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{R}) + W_{AB}(\vec{f}) + W_{AB}(\vec{T})$$

soit : $-mg \times AB \times \sin(\alpha) - f \times AB + T \times AB \times \cos(\beta) = 0$

On en déduit, après simplification par AB, que :

$$f = T\cos(\beta) - mg\sin(\alpha)$$

d'où : $f = 200 \times \cos(75°) - 30 \times 9{,}81 \times \sin(5{,}0°) = 26\ \text{N}$

À votre tour

Exercice 35 p. 297

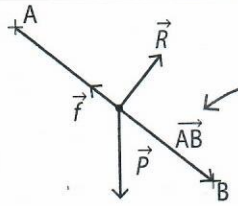
Benne basculante : Correction

Le système subit :

– son poids $\vec{P}$, vertical vers le bas ;

– les frottements de la benne $\vec{f}$, parallèles à la benne, vers le haut ;

– la réaction normale de la benne $\vec{R}$, perpendiculaire à cette dernière, vers le haut.



Aide n° 1

Sur le schéma, toutes les forces sont représentées à partir d'un point.

Révisions p. 284

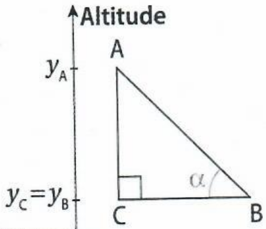
b Le travail du poids vaut $W_{AB}(\vec{P}) = mg(y_A - y_B)$, avec y_A l'altitude du point A et y_B celle du point B.

Avec les notations du schéma ci-contre,

on a $y_C = y_B$ et $\sin(\alpha) = \frac{AC}{AB}$,

ce qui donne $y_A - y_C = y_A - y_B = AB \times \sin(\alpha)$,

puis $W_{AB}(\vec{P}) = mg \times AB \times \sin(\alpha)$.



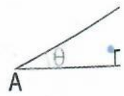
On sait que le travail des frottements vaut $W_{AB}(\vec{f}) = -f \times AB$.

La réaction normale de la benne étant constamment perpendiculaire au mouvement, elle ne travaille pas : $W_{AB}(\vec{R}) = 0$

MaThs

Pour calculer la variation d'altitude du parpaing, il faut utiliser la trigonométrie.

$\sin(\theta) = \frac{BC}{AC}$



Aide n° 2

Veiller aux signes des différents travaux.

Cours 2 p. 289 et 290

c Le théorème de l'énergie cinétique entre A et B s'écrit :

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}(\vec{P}) + W_{AB}(\vec{f}) + W_{AB}(\vec{R})$$

avec $E_c(A)$ et $E_c(B)$ les énergies cinétiques du parpaing respectivement en A et en B.

Le parpaing est immobile en A, et $\vec{R}$ ne travaille pas, donc cela s'écrit aussi :

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = mg \times AB \times \sin(\alpha) - f \times AB$$

En divisant les deux membres par m et en les multipliant par 2, on obtient :

$$v_B^2 = 2\left(g \times AB \times \sin(\alpha) - \frac{f}{m} \times AB\right)$$

Puis $v_B = \sqrt{2\,AB\left(g\sin(\alpha) - \frac{f}{m}\right)}$

L'application numérique donne :

$$v_B = \sqrt{2 \times 4{,}0\left(9{,}81 \times \sin(45°) - \frac{20}{15}\right)} = 6{,}7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

Aide n° 3

Bien respecter les notations de l'énoncé.

Cours 3 p. 291

Ski nautique : Correction

1) a) système : { skieur + équipem^t }   Réf. terrestre

Bilan des forces :
- poids $\vec{P}$
- action de l'eau $\vec{F}_{eau/skieur}$
- force de tract^o $\vec{T}$
- frottements $\vec{f}$

b) Sur (AB) : $\vec{P}$ et $\vec{F}_{eau/skieur}$ sont $\perp \vec{AB}$ $\Rightarrow W(\vec{P}) = W(\vec{F}_{eau/skieur}) = 0$

$W_{AB}(\vec{T}) = T \times AB \times \cos\alpha$ avec $\alpha = 0°$ $\Rightarrow \cos 0° = 1$

$= T \times AB$

$W_{AB}(\vec{f}) = f \times AB \times \cos\alpha'$ avec $\alpha' = 180°$ $\Rightarrow \cos 180° = -1$

$= -f \times AB$

c) D'après le th. de l'Ec appliqué au système sur le trajet AB :

$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = \Sigma W_{AB}(\vec{forces})$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m V(B)^2 - 0 = T \times AB - f \times AB + 0 + 0$

$\Leftrightarrow V(B)^2 = \frac{2}{m} \times AB(T - f) = \frac{2}{m} \times L(T - f)$

2) a) Sur le trajet (BC) : il n'y a plus $\vec{f}$ ni $\vec{T}$ $\Rightarrow$ les forces sont $\vec{P}$ et $\vec{R}_{tremplin}$

b) $\vec{R} \perp \vec{BC} \Rightarrow W_{BC}(\vec{R}) = 0$

$W_{BC}(\vec{P}) = mg(z_B - z_C)$ avec $z_B - z_C = -h$ et $\sin\alpha = \frac{h}{BC}$

$= -m \times g \times BC \times \sin\alpha$ $\Rightarrow z_B - z_C = -BC \times \sin\alpha$

$= -mgh$

c) $\Delta E_c = E_c(C) - E_c(B) = W_{BC}(\vec{P}) + W_{BC}(\vec{R})$ $\Leftarrow$ th. de l'Ec appliqué sur BC

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m V(C)^2 - \frac{1}{2} m V(B)^2 = -m \times g \times h$

$\Leftrightarrow \frac{m}{2}\left(V(C)^2 - V(B)^2\right) = -m \times g \times h$

$\Leftrightarrow V(C)^2 - V(B)^2 = -\frac{2}{\cancel{m}} \times \cancel{m} \times g \times h$

$\Leftrightarrow V(C)^2 = V(B)^2 - 2 \times g \times h \Leftrightarrow V(C) = \sqrt{V(B)^2 - 2gh}$ avec $V(B)^2 = \frac{2}{m} \times L \times (T - f)$ (d'après 1-c))

3) on connaît $V(C) = 50\ km.h^{-1} \xrightarrow{\div 3,6} = 13,9\ m.s^{-1}$ et on peut remplacer $V(B)^2$ par $\frac{2}{m} L (T-f)$

$$\Rightarrow V(C)^2 = \frac{2L}{m}(T-f) - 2gh \Leftrightarrow \frac{2L}{m}(T-f) = V(C)^2 + 2gh$$

$$\Leftrightarrow T - f = \frac{m}{2L} \times \left(V(C)^2 + 2gh\right)$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{m}{2L} \times \left(V(C)^2 + 2gh\right) + f$$

AN : $T = \frac{75}{2 \times 150} \times \left(\left(\frac{50}{3,6}\right)^2 + 2 \times 9,81 \times 2,0\right) + 150$

$$\boxed{T = 208\ N}$$

4) Après le pt. C : le skieur est en chute libre ⇒ force unique $\vec{P}$.

Soit D le pt. d'arrivée dans l'eau. D'après le théorème de l'Ec on a :

$$E_c(D) - E_c(C) = W_{CD}(\vec{P})$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m \left(V(D)^2 - V(C)^2\right) = mg\underbrace{(z_C - z_D)}_{h}$$

$$\Leftrightarrow V(D)^2 - V(C)^2 = \frac{2}{\cancel{m}} \times \cancel{m} \times g \times h$$

$$\Leftrightarrow V(D)^2 = 2gh + V(C)^2$$

$$\Leftrightarrow V(D) = \sqrt{2gh + V(C)^2}$$

AN : $V(D) = \sqrt{2 \times 9,81 \times 2,0 + \left(\frac{50}{3,6}\right)^2} \simeq 15\ m.s^{-1} \xrightarrow{\times 3,6} = 54\ km.h^{-1}$