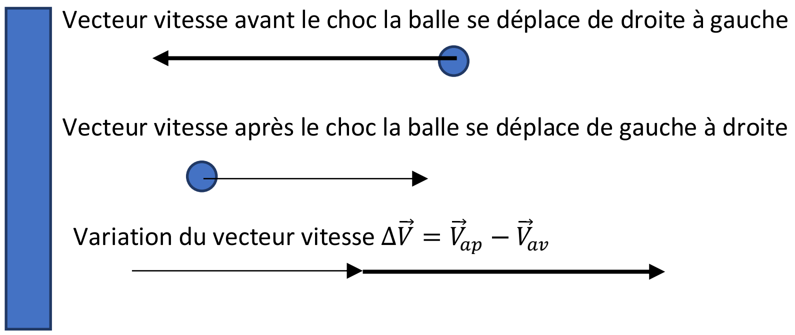
Correction du DM

Énoncé : Choc sur un mur.

Une balle de tennis arrive horizontalement sur un mur vertical avec une vitesse de 24 m/s. Juste après le rebond, son mouvement est toujours horizontal, mais sa vitesse n'est plus que de 18 m/s. La durée du rebond est estimée à 40 ms.
L'échelle de représentation des vecteurs vitesse est de 1cm pour 6m/s.

1. Représenter sur le schéma le vecteur vitesse de la balle juste avant le choc sur le mur ($\vec{V}_{av}$).
2. Représenter sur le schéma le vecteur vitesse de la balle juste après le rebond ($\vec{V}_{ap}$).
3. Représenter ci-contre la variation $\Delta\vec{V}$ du vecteur vitesse.
4. Déterminer sa norme.
5. En utilisant la relation approchée : $\sum \vec{F} = m \times \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$, donner le sens, la direction et la norme du vecteur de la force exercée par le mur sur la balle.



Correction

Pour représenter un vecteur vitesse on doit connaitre la direction, le sens et la norme de ce vecteur. La direction et le sens sont donnés par la trajectoire du mouvement, la norme est proportionnelle à la valeur de la vitesse. Le coefficient de proportionnalité correspond à l'échelle de représentation des vecteurs vitesses que l'on choisit. Ici il est imposé : 1cm pour 6m/s.

1. Le vecteur vitesse avant le choc $\vec{V}_{av}$ a donc une direction horizontale, un sens vers la gauche et une norme de 4 cm.

2. Le vecteur vitesse après le choc $\vec{V}_{ap}$ a donc une direction horizontale, un sens vers la droite et une norme de 3 cm.

3. La variation du vecteur vitesse est la différence vectorielle qui doit prendre en compte la direction, le sens et la norme des vecteurs. La construction de cette variation est aisée car les deux vecteurs sont colinéaires.
Cependant vous devez faire attention au signe ; en effet le vecteur $-\vec{V}_{av}$ est le vecteur opposé au vecteur $\vec{V}_{av}$ donc de sens opposé.
La variation correspond à la construction ci-dessus dans laquelle on a mis bout à bout le vecteur $\vec{V}_{ap}$ et le vecteur $-\vec{V}_{av}$.

4. Comme les deux vecteurs sont colinéaires la norme du vecteur $\Delta\vec{V}$ vaut 7 cm ce qui correspond à une vitesse de 42 m/s.
Vous êtes peut être étonné par ce résultat. Mais réfléchissons un peu.
Vous savez que toute variation du vecteur vitesse (a fortiori de la vitesse) est due à une force (cours). Au cours du choc, la balle subit une force dont l'action au final est de modifier la vitesse quasi instantanément de 24 m/s vers la gauche à 18 m/s vers la droite. Brutal !
La variation de vitesse est donc bien de 42 m/s/

5. Calculons la force de réaction exercée par le mur sur la balle.
La relation approchée $\sum \vec{F} = m \times \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$, se réduit comme il n'y a qu'une seule force à : $\vec{F} = m \times \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$

La direction et le sens de cette force sont les mêmes que $\Delta\vec{V}$

Calculons sa valeur : $F = m \times \frac{\Delta V}{\Delta t}$ (remarquer que dans cette relation il n'y a plus de vecteur, mais seulement leur norme).

Dans cette relation les unités sont celle du S.I. (Système International) c'est-à-dire kg ; m et s.

Vous êtes allez chercher la masse moyenne d'une balle de tennis : 56,7 g<m<58,5 donc 57,6 g en moyenne.

On remplace : $F = m \times \frac{\Delta V}{\Delta t} = 57{,}6 \times 10^{-3} \times \frac{42}{40\times10^{-3}} \approx 60{,}5\ N$

Énoncé : Durée de freinage.

Une voiture de masse m = 1,2 t (tonnes) se déplace sur une route horizontale à une vitesse v = 100 km/h.
On veut évaluer la durée nécessaire à l'arrêt total de la voiture.
Au cours du freinage, on fait l'hypothèse que la force de freinage $\vec{F}$ reste constante, sa valeur (norme) est $F = 7{,}7\ kN$.
1. Calculer en m/s la norme du vecteur variation de vitesse $\Delta\vec{V}$ jusqu'à l'arrêt total.
2. En utilisant la relation approchée : $\sum \vec{F} = m \times \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$, déterminer la durée nécessaire à l'arrêt total.
3. Que faudrait-il modifier aux valeurs précédentes pour qu'un véhicule de masse double ait la même durée de freinage ?

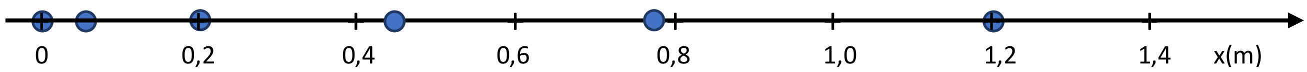
Correction.

1. On demande la norme du vecteur $\Delta\vec{V}$ correspondant à la variation de vitesse, pourquoi uniquement sa norme ?
Mais parce que vous savez, enfin j'espère (cours), que la variation de la vitesse est due a une force et que les vecteurs force $\vec{F}$ et variation de vitesse $\Delta\vec{V}$ ont même direction et même sens.
Déterminons la norme de ce vecteur variation. Le véhicule passe de 100 km/h à zéro. Donc sa norme ΔV varie de 100 km/h.
Valeur que l'on doit convertir dans le S.I. c'est-à-dire en m/s.
$\Delta V = 100\ \frac{km}{h} = 100 \times \frac{1000\ m}{3600\ s} = 100 \times \frac{1}{3{,}6}\ \frac{m}{s} = \frac{100}{3{,}6}\ m \cdot s^{-1} = 27{,}8\ m \cdot s^{-1}$.
Retenir.
Pour convertir de km/h en m/s il faut diviser par 3,6 et qu'à l'inverse pour convertir de m/s en km/h il faut multiplier par 3,6.

2. Utilisons la relation $\sum \vec{F} = m \times \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$; comme il n'y a qu'une seule force : $\vec{F} = m \times \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$ et donc comme les vecteurs $\vec{F}$ et $\overrightarrow{\Delta V}$ sont colinéaires la relation avec les normes est : $F = m \times \frac{\Delta V}{\Delta t}$.
Comme on veut calculer Δt on isole cette durée : $\Delta t = m \times \frac{\Delta V}{F}$. (Avec les unités S.I.)
Le calcul numérique donne : $\Delta t = m \times \frac{\Delta V}{F} = 1{,}2 \times 10^3\ kg \times \frac{27{,}8\ m \cdot s^{-1}}{7{,}7 \times 10^3 N} \approx 4{,}3\ s.$
C'est un arrêt brutal.

3. Pour avoir la même durée avec un véhicule de masse double, la relation $\Delta t = m \times \frac{\Delta V}{F}$ montre qu'il faut doubler la force de freinage ou diviser par deux la vitesse ce qui est beaucoup plus raisonnable.

Énoncé : Déterminer la masse d'un mobile en mouvement.
Un mobile de masse 5 kg, initialement au repos, est soumis à une force $\vec{F}$ horizontale, dirigée vers la droite et de valeur constante F.
On enregistre toutes les 0,4 s la position du mobile par un point (voir ci-dessous).
1. Déterminer l'échelle de l'enregistrement.
2. Déterminer la valeur de la variation de vitesse pour le 4eme point. Rappel : la variation de vitesse pour cette position correspond à la différence vectorielle : $\Delta\vec{V}_{(4\to5)} = \vec{V}_5 - \vec{V}_4$
3. Reproduire la trajectoire et tracer ce vecteur variation de vitesse.
4. Déterminer en utilisant la relation approchée $\sum \vec{F} = m \times \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$ la valeur de la force constante.

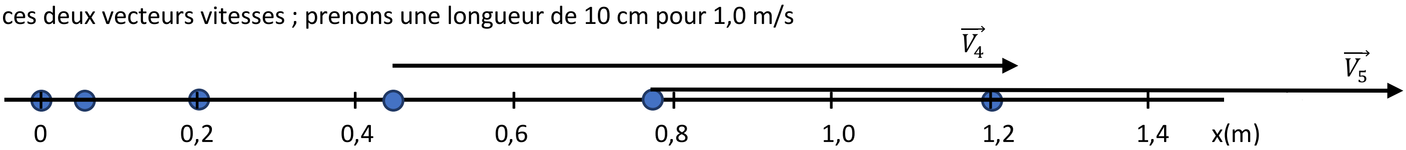


Correction.

1. Échelle de l'enregistrement. L'échelle que je vous propose est celle obtenue avec impression sur une feuille A4. Est-ce que la photocopie que je vous ai donné est exactement à la même échelle ? Peu importe.
Je mesure 14,7 cm pour une distance réelle de 1,4 m.

2. Pour déterminer la valeur de la vitesse pour la 4eme position on mesure l'intervalle entre la 4eme et la 5eme position ; ensuite on divise la la durée du parcours entre ces deux positions successives. Il s'agit en fait d'une vitesse moyenne sur une très petite distance pendant une durée brève.
(La première position est en zéro)
Mesure entre la 4eme et la 5eme : 3,4 cm. Donc en réalité une distance de : $\frac{3{,}4\ cm \times 1{,}4\ m}{14{,}7\ cm} \approx 0{,}33\ m$.
La durée entre deux positions successives est de 0,4 s.
La vitesse à cette 4eme position est $V_4 = \frac{0{,}33\ m}{0{,}4\ s} \approx 0{,}83\ m \cdot s^{-1}$
Même si le calcul n'est pas explicitement demandé il faut calculer la vitesse à la 5eme position en mesurant la distance entre la 5eme et la 6eme position (pour moi 4,4 cm) en déduire la distance réellement parcourue (j'ai trouvé 0,42 m) afin de déterminer V_5 en divisant la distance parcourue par la durée du parcours (0,4 s) j'ai trouvé $V_5 \approx 1{,}0\ m \cdot s^{-1}$.

3. On doit tracer des vecteurs vitesses dont on connait la direction, le sens et la valeur. Il faut choisir une échelle pour représenter ces deux vecteurs vitesses ; prenons une longueur de 10 cm pour 1,0 m/s



Traçons : $\Delta\vec{V}_{(4\to5)} = \vec{V}_5 - \vec{V}_4$.
Pour ne pas alourdir le schéma traçons cette variation ci-dessous en reportant bout à bout et tenant compte de la direction et du sens les vecteurs $\vec{V}_5$ et $-\vec{V}_4$ vecteur opposé au vecteur $\vec{V}_4$. Le vecteur $\overrightarrow{\Delta V}$ est tracé en trait fin.

4. Pour déterminer la valeur de la norme de $\overrightarrow{\Delta V}$ on peut faire une mesure sur le schéma (1,6 cm) et en utilisant l'échelle (10 cm pour 1,0 m/s) on en déduit la valeur de cette variation de vitesse soit 0,16 m/s.
On peut aussi, comme les vecteurs sont colinéaires, remarquer que la variation de vitesse correspond à la différence des normes ou des valeurs des vitesses soit 1,0-0,83=0,17m/s.

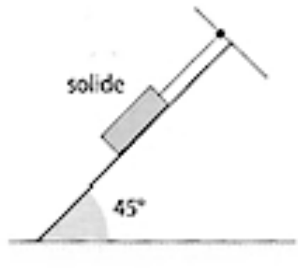
La relation $\sum \vec{F} = m \times \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$ comme il n'y a qu'une seule force s'écrit $\vec{F} = m \times \frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t}$ et comme les vecteurs sont colinéaires on obtient la relation avec les normes : $F = m \times \frac{\Delta V}{\Delta t}$. Dans cette relation les unités sont celles du S.I.

$$F = 5\ kg \times \frac{0{,}17\ m/s}{0{,}4\ s} \approx 2{,}1\ N$$

Énoncé : Glisser sans frottement.

Un solide peut glisser sans frottement sur un plan incliné d'un angle de 45° (voir ci-contre).
Il est maintenu en équilibre par un fil tendu parallèle au plan incliné (voir ci-contre).
L'intensité de la pesanteur $g = 9{,}8\, m \cdot s^{-2}$.

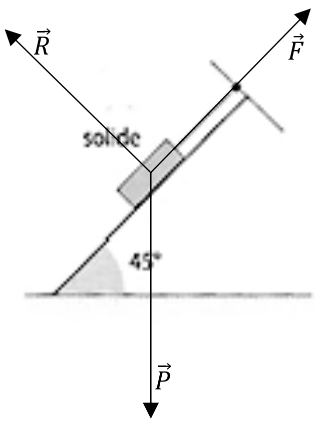
1. Que peut-on dire de la somme des forces qui s'exercent sur le solide ?
2. Représenter sur votre copie, sans soucis d'échelle, les vecteurs forces qui s'appliquent sur le solide. Le solide sera représenté par un point. Vous devez respecter les directions et les sens des vecteurs.
3. La masse du solide est de 250 g. En déduire la valeur de son poids.
4. À partir du schéma des forces, déduire les valeurs des deux autres forces.

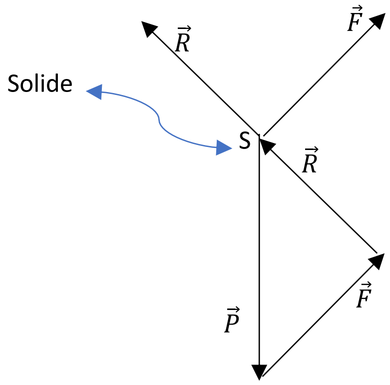


Correction

1. En appliquant le principe de l'inertie dans le référentiel terrestre, comme le solide est immobile, donc la somme des forces extérieures qui s'exercent sur lui est nulle (ces forces se compensent).

2. Représentation des vecteurs forces sans soucis d'échelle.
Trois forces : le poids $\vec{P}$ vertical et vers le bas de norme $p = m \times g$; la réaction du support $\vec{R}$ elle est perpendiculaire au support et vers le haut et enfin la force de tension du fil $\vec{F}$ elle est parallèle au support et vers le haut.



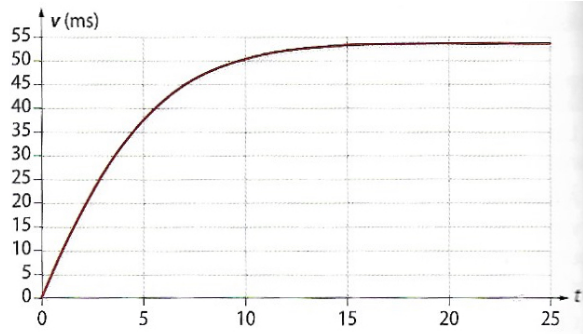


À gauche le premier jet, nous avons représenté les trois vecteurs en tenant compte de la direction et du sens mais pas de la norme.
Le principe de l'inertie implique que ces trois vecteurs se compensent c'est-à-dire que leur somme est nulle.
À droite nous avons tracé cette somme vectorielle en faisant en sorte que la somme de ces trois vecteurs soit nulle, ceci impose de modifier les longueurs (les directions et les sens sont imposés par la géométrie du dispositif).
Dans le tracé de droite les vecteurs $\vec{R}$ et $\vec{F}$ apparaissent deux fois, nous les avons positionnés au niveau du solide (représenté par le point S) et ensuite on les à fait glisser de façon à tracer la somme vectorielle $\vec{P} + \vec{F} + \vec{R}$ c'est-à-dire en mettant au bout de $\vec{P}$ le vecteur $\vec{F}$ et au bout de $\vec{F}$ le vecteur $\vec{R}$.

3. Calculons la valeur du poids : $P = 0{,}250\, kg \times 9{,}8\, N/kg = 2{,}45\, N$
Le vecteur P que nous avons tracé sans soucis d'échelle représente ce poids de 2,45 N.
On en déduit a posteriori une échelle de représentation des vecteurs forces (4,5 cm pour 2,45 N)
En mesurant les longueurs des deux autres vecteurs on en déduit leurs normes. $\vec{F}$ et $\vec{R}$ ont la même norme : 1,74 N

On peut aussi utiliser les relations trigonométriques.
On remarque que la somme vectorielle est un triangle rectangle et que l'angle entre les vecteurs $\vec{P}$ et $\vec{F}$ vaut 45 °
Donc $F = P\, cos 45\ \approx 1{,}73\, N$ et idem pour R.

Énoncé : Saut en parachute.



Un parachutiste s'élance sans vitesse initiale d'un ballon immobile à 5000 m d'altitude. Au cours de sa chute la parachutiste n'ouvre son parachute que 25 s après son départ. Le parachutiste et son équipement pèsent 82 kg.

1. Faire le bilan des forces qui s'exercent la parachutiste pendant le saut.
2.a. Que peut-on dire de la variation de vitesse des deux premières secondes.
2.b. En déduire que les forces de frottements sont négligeables pendant cette première phase du saut.
3.a. Définir la durée pendant laquelle la variation de vitesse diminue. Justifier par des calculs.
3.b. Que pouvez-vous en conclure sur la force de frottement.
4.a. Que peut-on dire du bilan des forces qui s'exercent sur le parachutiste après 15 s ?
4.b. En déduire la valeur maximale des forces de frottements.

Correction.

1. Inventaire des forces extérieures qui s'exercent sur la parachutiste : le poids $\vec{P}$; les frottements de l'air $\vec{f}$ et éventuellement la poussée d'Archimède (que l'on néglige).
La chute se fait sous la seule action de ces deux forces : c'est-à-dire que $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{f}$

Rappel : les forces de frottement de l'air ou "force de frottement de l'air" notée $(\vec{f})$ dépend de la vitesse ainsi que de la surface de l'objet qui de déplace. En conséquence elle augmente avec la vitesse donc son action est de plus en plus importante. La force de frottement de l'air $\vec{f}$ n'est pas constante.

Une analyse qualitative rapide nous permet de déduire qu'à petite vitesse $\vec{f}$ est très faible et par conséquent négligeable devant $\vec{P}$; en revanche au fur et à mesure que la vitesse augmente sa valeur augmente et $\vec{f}$ n'est plus négligeable par rapport à $\vec{P}$.

2.a. D'après le graphique la courbe de la vitesse en fonction du temps est, durant les deux premières secondes, assimilable à une droite passant par l'origine donc à une fonction linéaire d'équation $V = a \times t$. On en conclut que $\overrightarrow{\Delta V}$ est constante pour un même laps de temps Δt.

2.b. $\overrightarrow{\Delta V}$ est constante donc que la somme des forces extérieures est elle aussi constante, comme $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{f}$ il est nécessaire que $\vec{f}$ soit négligeable.

3.a. La variation de vitesse $\overrightarrow{\Delta V}$ diminue lorsque V n'augmente plus de façon linéaire.
La relation approchée : $F = m \times \frac{\Delta V}{\Delta t}$ peut s'écrire $\Delta V = \frac{F}{m} \times \Delta t$; si F est constante alors $\frac{F}{m}$ est constante et $\Delta V = a \times \Delta t$, la variation de vitesse est alors une fonction linéaire (comme se que l'on observe entre 0 et 2 s).
On en conclue que la variation de vitesse $\overrightarrow{\Delta V}$ diminue lorsque V n'augmente plus de façon linéaire.

3.b. Au sujet de la force de frottement, comme $\Delta V = \frac{F}{m} \times \Delta t$ n'est plus une fonction linéaire, F n'est plus une force constante.
Comme $\vec{F} = \vec{P} + \vec{f}$ la force de frottement de l'air n'est plus négligeable et comme elle augmente elle compense de plus en plus le poids.

4.a. Après 15 s la courbe montre que la valeur de la vitesse reste constante.

4.b. L'application du principe de l'inertie dans le référentiel terrestre nous permet déduire que les forces se compensent et dons que la valeur du poids et égale à la valeur de la force de frottement de l'air.

$$f = P = m \times g = 82\ kg \times 9{,}8\ N/kg\ \approx\ 804\ N$$