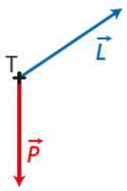
Corrigés des exercices sur le théorème de l'énergie cinétique du manuel pages 270 - 274

20 Tarzan

1. Tarzan, modélisé par le point matériel T, est soumis à son poids $\vec{P}$ et à l'action $\vec{L}$ de la liane.



2. Entre la position de départ A et celle d'arrivée B, le travail du poids est :

$$W_{A\to B}\left(\vec{P}\right) = m \times g \times (z_A - z_B)$$

3. a. D'après le théorème de l'énergie cinétique, la variation d'énergie cinétique du système est égale à la somme des travaux de toutes les forces extérieures appliquées au système :

$$\Delta \mathscr{E}_{c_{A\to B}} = \sum_i W_{A\to B}\left(\vec{F}_i\right)$$

b. Par application du théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta \mathscr{E}_{c_{A\to B}} = W_{A\to B}\left(\vec{P}\right).$$

Ainsi : $\frac{1}{2} m \times v_B^2 - \frac{1}{2} m \times v_A^2 = m \times g \times (z_A - z_B)$

La vitesse étant nulle au point de départ, il vient : $\frac{1}{2} v_B^2 = g \times (z_A - z_B)$

Donc :

$$v_B = \sqrt{2\ g \times (z_A - z_B)}$$
$$= \sqrt{2 \times 9{,}81\ \mathrm{N \cdot kg^{-1}} \times (15 - 11)\ \mathrm{m}} = 8{,}9\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

24 Le tir à l'arc vertical

1.a. On néglige l'action de l'air. La flèche est donc seulement soumise à son poids.

b .

Le travail du poids de la flèche entre D et A a pour expression :

$$W_{D\to A}\left(\vec{P}\right) = m \times g \times (z_D - z_A)$$

3. a. Pour atteindre l'oiseau, il faut que la vitesse en A soit au minimum égale à 0 m · s⁻¹.

b. Par application du théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta \mathscr{E}_{c_{D\to A}} = W_{D\to A}\left(\vec{P}\right)$$

Donc $\frac{1}{2} m \times v_A^2 - \frac{1}{2} m \times v_D^2 = m \times g \times (z_D - z_A)$

Si $v_A = 0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ on a alors : $-\frac{1}{2} m \times v_D^2 = m \times g \times (z_D - z_A)$

Ainsi : $v_D = \sqrt{-\ 2\ g \times (\ z_D - z_A)}$

$$v_D = \sqrt{-2 \times 9{,}81\ \mathrm{N \cdot kg^{-1}} \times (2{,}0\ \mathrm{m} -\ 30{,}0\ \mathrm{m})} = 23{,}4\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

La vitesse de départ en D doit avoir au minimum pour valeur 23,4 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

23 À chacun son rythme
Montagnes russes

1. Au cours du mouvement, l'énergie mécanique du wagon se conserve car on suppose les frottements et l'action de l'air comme négligeables. Il y a donc conversion de l'énergie potentielle de pesanteur en énergie cinétique. L'énergie cinétique et donc la valeur de la vitesse est la plus grande à l'endroit où l'énergie potentielle de pesanteur est la plus faible. Cela se produit dans la position B du wagon, c'est-à-dire la position de plus basse altitude.

2. En A, l'expression de l'énergie mécanique est :

$$\mathscr{E}_{m\,A} = \frac{1}{2}\ m \times v_A^2 +\ m \times g \times z_A$$

Comme $v_A = 0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$: $\mathscr{E}_{mA} = m \times g \times z_A$

3. En B, l'expression de l'énergie mécanique est :

$$\mathscr{E}_{m\,B} = \frac{1}{2}\ m \times v_B^2 +\ m \times g \times z_B$$

4. D'après le texte, les frottements de l'air sont négligeables et le travail de la force exercée par la piste est nul. On peut en déduire que seul le poids travaille. Il y a donc conservation de l'énergie mécanique du wagon : $\mathscr{E}_{m\,A} = \mathscr{E}_{m\,B}$

soit : $m \times g \times z_A = \frac{1}{2} m \times v_B^2 +\ m \times g \times z_B$

On en déduit : $v_B = \sqrt{2\ g \times (z_A - z_B)}$

5. La différence d'altitude entre A et B est = 12,0 m + 4,0 m = 16,0 m.

On peut alors calculer la valeur de la vitesse en B :

$v_B = \sqrt{2 \times 9{,}81\ \mathrm{N \cdot kg^{-1}} \times 16{,}0\ \mathrm{m}}$

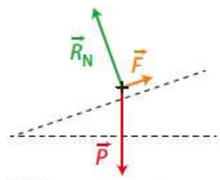
$v_B = 17{,}7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ soit 63,8 km · h⁻¹.

La limite de 60 km · h⁻¹ est dépassée dans la position B. Le wagon ne respecte pas la limitation imposée par la commission de sécurité.

Remarque : il est cependant probable que les frottements de l'air et les frottements du rail ne sont pas négligeables, dans ce cas la valeur de la vitesse en B sera inférieure à celle que l'on vient de calculer.

33 Bagages en soute

Schématisons les forces s'exerçant sur le bagage



2. a. $W_{A\to B}\left(\vec{P}\right) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB} =\ m \times g \times (z_A - z_B)$

Or $z_A - z_B = -\ AB \times \sin\alpha$, donc :

$W_{A\to B}\left(\vec{F}\right) = -m \times g \times \ell \cdot \sin\alpha$

b. Le travail de la force motrice est :

$$W_{A\to B}\left(\vec{F}\right) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} =\ F \times \ell \times \cos\left(\widehat{\vec{F}\ ;\ \overrightarrow{AB}}\right) =$$
$$= F \times \ell\ \times \cos(0°) = F \times \ell$$

Le travail de l'action du support est :

$$W_{A\to B}\left(\vec{R}\right) = \vec{R} \cdot \overrightarrow{AB} =\ R \times AB \times \cos\left(\widehat{\vec{R}\ ;\ \overrightarrow{AB}}\right)$$
$$= R \times \ell\ \times \cos(90°) = 0\ \mathrm{J}$$

Ce travail est nul.

3. a. Le mouvement est uniforme entre A et B car la valeur de la vitesse reste constante. Donc l'énergie cinétique reste également constante et la variation d'énergie cinétique est nulle.

b. On utilise le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta \mathscr{E}_c = W_{A\to B}\left(\vec{P}\right) + W_{A\to B}\left(\vec{F}\right)$$

La variation d'énergie cinétique est nulle. On en déduit :

$$W_{A\to B}\left(\vec{P}\right) = -\ W_{A\to B}\left(\vec{F}\right)$$

donc :

$$m \times g \times \ell\ \times \sin\alpha = F \times \ell$$

ainsi

$F = m \times g \times \sin\alpha$

$F = 20\ \mathrm{kg} \times 9{,}81\ \mathrm{N \cdot kg^{-1}} \times \sin(15°)$

$F = 5{,}1 \times 10^2\ \mathrm{N}$