4. Historique des différentes gammes en musique

Cette partie est à faire en autonomie à la maison, dans le cadre de l'hybride. Un rapide corrigé sera fait en classe ensuite, mais suppose et demande un vrai travail préparatoire à la maison. Prévoir au moins 1h.
Pour ce travail, vous devez visionner la vidéo disponible sur le netboard :
https://christineprevot.netboard.me/lagammemusicale/
La vidéo comporte des QCM intégrés qui vont vous aider à comprendre les explications.
Le bilan ci-dessous et les exercices demandés sont à faire pour la prochaine séance

BILAN A COMPLETER APRES AVOIR VISIONNE LA VIDEO UNE OU PLUSIEURS FOIS

LA MUSIQUE OU L'ART DE FAIRE ENTENDRE LES NOMBRES

Intervalle et harmonie :

L'oreille humaine est sensible à des ***intervalles*** de fréquence sonores.
Un intervalle se définit comme **le rapport** des fréquences f_1 et f_2 des deux sons.

C'est-à-dire l'équation suivante : intervalle = $\frac{f_2}{f_1}$

- Un intervalle harmonieux est dit **consonnant**.
- Un intervalle désagréable est dit **dissonant**

Lorsque l'intervalle est un rapport simple (2 ; 1,5 etc) , le mélange des sons est **harmonieux**.
Expliquer pourquoi.
Car les deux sons ont de nombreux harmoniques en commun

Exemples d'intervalles harmonieux :

Intervalle = 2 : les sons sont dit à **l'octave**

Intervalle = 1,5 = $\frac{3}{2}$, les sons sont dit à **la quinte**

Chercher l'exercice 10 p 206

Construire une gamme de notes consonantes dans une octave

1. **La gamme de Pythagore** est basée sur un cycle de quintes

Méthode : Pour la construire il faut suivre l'algorithme suivant :

```
F ← F₀
Pour N allant de 1 à 12
        Note [N] ← F
        F ← F × 3/2
        Si F > 2F₀ alors F ← F/2
```

Questions sur l'algorithme :

- En partant d'une note arbitraire de fréquence f_0 (ligne 1), on calcule la note suivante à la quinte de la précédente en multipliant la fréquence f_0 par $\frac{3}{2} = 1,5$ (ligne **4**.)
- Si la note obtenue sort de l'octave (c'est -à-dire que sa fréquence par rapport f_0 à est **supérieure à 2×f_0** (ligne **5**) alors **la divise par 2** pour revenir dans l'octave.

On peut continuer ainsi indéfiniment. Le cycle des quintes est **infini.**

Toutefois, au bout de 12 notes, le résultat obtenu est très proche de la note de départ, on s'arrête donc là et on ne retient pas la dernière note calculée. La gamme est construite.

Défaut de la gamme de Pythagore, la dernière note obtenue n'est pas exactement à l'unisson de la première, il y a un écart nommé **comma** entre la note obtenu et la note de départ.

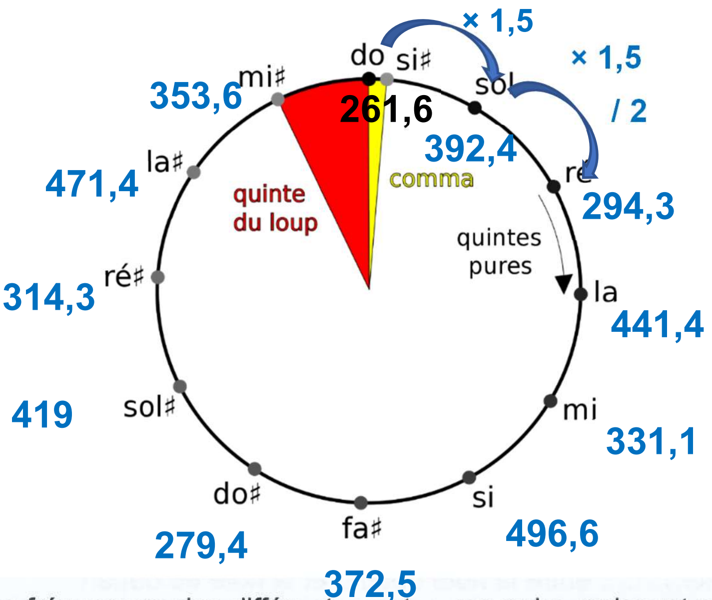
Le dernier intervalle de la gamme est faux et doit être éviter dans la création musicale car il est légèrement dissonant.
Ce dernier intervalle désagréable s'appelle **la quinte du loup**

Exercice d'application au dos et ex 11 p 206

<u>Application :</u> Compléter le tableau et le cercle en calculant les différentes fréquences à l'aide de l'algorithme, à partir de la note do de fréquence f_0 = 261,6 Hz

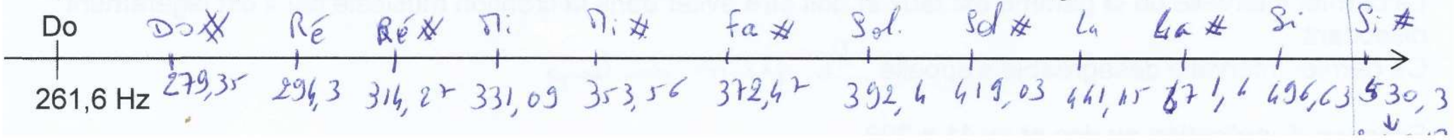
- Calculer la fréquence à l'octave à ne pas dépasser : 2 × f_0 = **2×261,6 = 523,2 Hz**
- Calcul des fréquences des différentes notes

Sol	$\mathbf{f_1 = f_{sol} \times 1,5 = 261,6 \times 1,5 = 392,4\ Hz}$
Ré	$\mathbf{f_2 = f_1 \times 1,5 = 392,4 \times 1,5 = 588,6\ Hz}$ **(mais f_2 > 523,2 Hz)** $\mathbf{f'_2 = \frac{f_2}{2} = \frac{588,6}{2} = 294,3\ Hz}$
La	$\mathbf{f_3 = f'_2 \times 1,5 = 294,3 \times 1,5 = 441,45\ Hz}$
Mi	$\mathbf{f_4 = f_3 \times 1,5 = 441,45 \times 1,5 = 662,175\ Hz}$ **(mais f_4 > 523,2 Hz)** $\mathbf{f'_4 = \frac{f_4}{2} = \frac{662,175}{2} = 331,1\ Hz}$
Si	$\mathbf{f_5 = f'_4 \times 1,5 = 331,1 \times 1,5 = 496,6\ Hz}$
Fa#	$\mathbf{f_6 = f_5 \times 1,5 = 496,6 \times 1,5 = 744,95\ Hz}$ **(mais f_6 > 523,2 Hz)** $\mathbf{f'_6 = \frac{f_6}{2} = \frac{744,95}{2} = 372,5\ Hz}$
Do#	$\mathbf{f_7 = f'_6 \times 1,5 = 372,5 \times 1,5 = 558,7\ Hz}$ **(mais f_2 > 523,2 Hz)** $\mathbf{f'_7 = \frac{f_7}{2} = \frac{558,7}{2} = 279,35\ Hz}$
Sol#	$\mathbf{f_8 = f'_7 \times 1,5 = 279,35 \times 1,5 = 419,\ Hz}$
Ré#	$\mathbf{f_9 = f_8 \times 1,5 = 419 \times 1,5 = 628,54\ Hz}$ **(mais f_2 > 523,2 Hz)** $\mathbf{f'_9 = \frac{f_9}{2} = \frac{628,54}{2} = 314,3\ Hz}$
La#	$\mathbf{f_{10} = f'_9 \times 1,5 = 314,3 \times 1,5 = 471,4\ Hz}$
Mi#	$\mathbf{f_{11} = f_{10} \times 1,5 = 471,4 \times 1,5 = 707\ Hz}$ **(mais f_2 > 523,2 Hz)** $\mathbf{f'_{11} = \frac{f_{11}}{2} = \frac{707}{2} = 353,6\ Hz}$
Si#	$\mathbf{f_{12} = f'_{11} \times 1,5 = 353,6 \times 1,5 = 530,3\ Hz}$ **(mais f_2 > 523,2 Hz)** $\mathbf{f'_{12} = \frac{f_{12}}{2} = \frac{530,3}{2} = 265,2\ Hz}$ **On s'arrête car on retrouve quasiment la fréquence initiale du Do : 261,6 Hz** **Sinon, on continuerait indéfiniment, le cycle des quintes est infini**



Du même type : exercice 11 p 206

Replacez les fréquences des différentes notes par ordre croissant pour obtenir la gamme



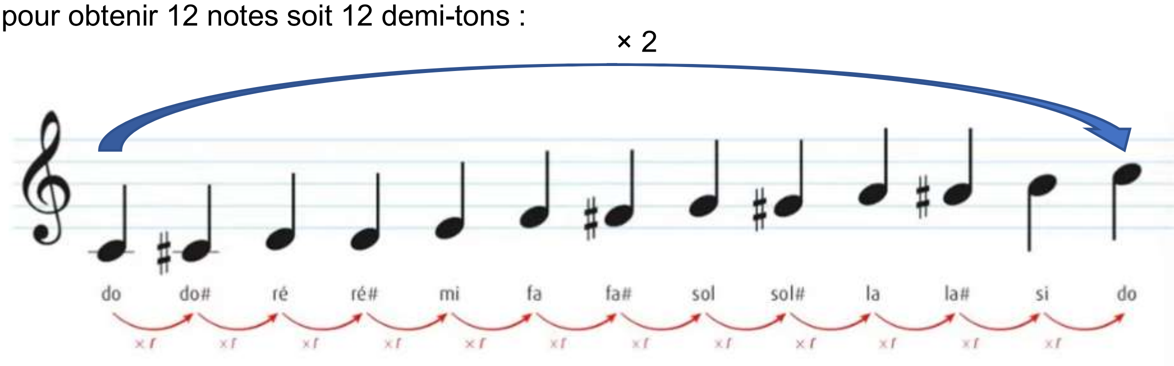
2. La gamme tempérée.

Pour éviter le défaut de la gamme de Pythagore et avoir un intervalle vraiment faux alors que tous les autres sont exactement consonants, on peut répartir l'erreur finale sur tous les intervalles. La dissonance devient alors négligeable, non audible.

On crée une **gamme régulière appelée gamme tempérée** où tous les intervalles ont la même valeur

Cette méthode n'a été possible que lorsque l'outil mathématique a été découvert au XVIIème siècle. À cette époque, les nombres irrationnels sont découverts, notamment les racines (type racine carrée ou racine cubique etc..) qui peuvent permettre le calcul des fréquences de la gamme (en utilisant la racine douzième).

<u>Méthode</u> pour obtenir 12 notes soit 12 demi-tons :



En partant d'une fréquence f_0, on souhaite obtenir la fréquence suivante en multipliant par un coefficient r constant, jusqu'à atteindre l'octave qui est le double de f_0.

On a alors $\underbrace{f_0 \times r \times r \times r \times r \times r \ldots\ldots\ldots}_{12 \text{ fois}} = f_0 \times 2$ Qui s'écrit : $f_0 \times r^{12} = f_0 \times 2$

Après simplification par f_0 on obtient : $r^{12} = 2$

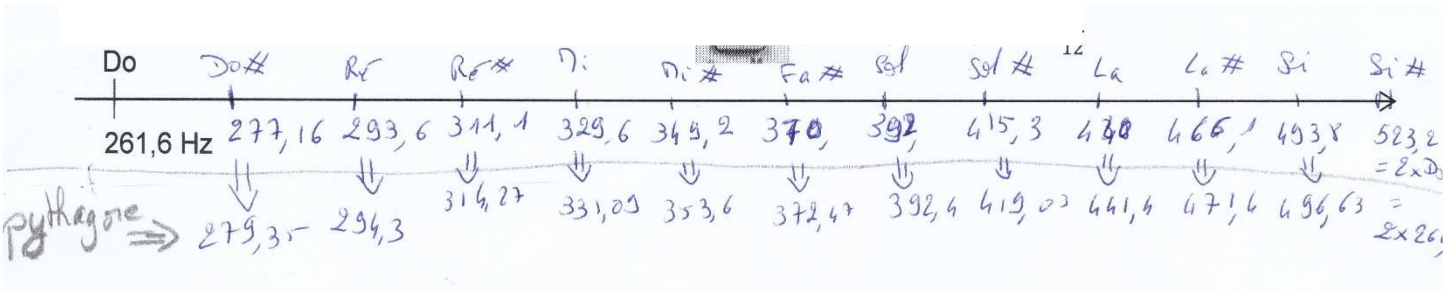
ou encore $r = \sqrt[12]{2} = 2^{\left(\frac{1}{12}\right)} = 1{,}05946\ldots$ C'est un **nombre irrationnel**.

L'intervalle de la gamme tempéré est $r = \sqrt[12]{2} = 2^{\left(\frac{1}{12}\right)} = 1{,}05946$

<u>Application :</u> Construire la gamme tempérée à partir du do à la fréquence $f_0 = 261{,}6$ Hz (le même que dans l'application page précédente) et assurez-vous que la dernière note si# est bien égale à l'octave de do.

Remarque : sur la calculatrice il faut utiliser la touche [^] pour taper l'exposant $\frac{1}{12}$ et n'arrondissez surtout pas les calculs intermédiaires (utilisez la touche REP, ou taper * pour faire une multiplication à partir du dernier résultat)

Comparer les fréquences obtenues à celles de la gamme de Pythagore.



Mathématiquement on aurait pu choisir n'importe quel nombre de notes dans une gamme régulière. On a choisi 12 intervalles dans la gamme pour retrouver les intervalles harmonieux, ceux qui ont des harmoniques communes.

Ainsi :

- Au bout de 7 intervalles, on retrouve quasiment 1,5.

Vérifier : $2^{\left(\frac{1}{12}\right)} \times 2^{\left(\frac{1}{12}\right)} \times 2^{\left(\frac{1}{12}\right)} \times 2^{\left(\frac{1}{12}\right)} \times 2^{\left(\frac{1}{12}\right)} \times 2^{\left(\frac{1}{12}\right)} \times 2^{\left(\frac{1}{12}\right)} = 2^{\left(\frac{7}{12}\right)} = $ **1,498**

Il faut 7 demi-tons pour avoir des notes à **la quinte**

Citer des couples de notes à la quinte : **do et sol – Ré et La – Mi et Si**

Et il faut 12 demi-tons pour avoir des notes **à l'octave** (fréquence double)

Ces notes **à l'octave**. ont le même **nom**.

Chercher l'exercice 15 p 207