Cartes mentales

Mathématiques 3ème

Calcul numérique

- Opérations sur les nombres relatifs
- Opérations sur les fractions
- Puissances
- Arithmétique

Calcul littéral

- Expressions littérales
- Équations

Géométrie

- **Théorème de Pythagore et réciproque**
- **Théorème de Thalès et réciproque**
- **Trigonométrie**
- **Transformations du plan**
- **Effets d'une transformation**
- **Représenter des solides**
- **Se repérer**

Grandeurs et mesures

- Convertir des grandeurs
- Aire d'une surface
- Volumes
- Masse et masse volumique

Algorithmique et programmation

- Programmer avec Scratch

Fonction – Traitement de données

- Fonctions
- Pourcentages
- Organiser des données
- Statistiques
- Probabilités

Calcul numérique

OPÉRER SUR LES RELATIFS

Additionner

Nombres de même signe

- Le **signe** est le signe commun.
- La **distance à zéro** est la somme des distances à zéro.

Exemples :

- (+3) + (+6,5) = (+9,5)
- (−11) + (−29) = (−40)

Nombres de signes différents

- Le **signe** est le signe du plus éloigné de zéro.
- La **distance à zéro** est l'écart des distances à zéro.

Exemples :

- (+8) + (−11,5) = (−3,5)
- (+11,5) + (−8) = (+3,5)
- (−7) + (+3,2) = (−3,8)

Soustraire

Soustraire, c'est **additionner l'opposé**.

Exemples :

- (+3) − (−6,5) = (+3) + (+6,5)
- (+8) − (+11,5) = (+8) + (−11,5)

Règle des signes

- Nombre **pair** de « facteurs » négatifs → **positif**.
- Nombre **impair** de « facteurs » négatifs → **négatif**.

Multiplier

- Le **signe** est déterminé par la règle des signes.
- La **distance à zéro** est le produit des distances à zéro.

Exemples :

- (+2) × (+8) = (+16)
- (−7) × (+6) = (−42)
- (−2) × (−6) × (+5) × (−3) = (−180)

Diviser

- Le **signe** est déterminé par la règle des signes.
- La **distance à zéro** est le quotient des distances à zéro.

Exemples :

- (−63) ÷ (−9) = (+7)
- (+100) ÷ (−25) = (−4)

OPÉRER SUR LES FRACTIONS

Additionner

Fractions avec un même dénominateur

- Le **numérateur** est la somme des numérateurs.
- Le **dénominateur** est le dénominateur commun.

Exemple : $\frac{7}{3} + \frac{4}{3} = \frac{7+4}{3} = \frac{11}{3}$

Fractions avec des dénominateurs différents

Un **dénominateur commun** est obtenu en utilisant la règle des fractions égales.

Exemple : $\frac{4}{5} + \frac{1}{15} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} + \frac{1}{15} = \frac{12}{15} + \frac{1}{15}$

Soustraire

Fractions avec un même dénominateur

- Le **numérateur** est la différence des deux numérateurs.
- Le **dénominateur** est le dénominateur commun.

Exemple : $\frac{4}{3} - \frac{9}{3} = \frac{4-9}{3} = \frac{-5}{3}$

Fractions avec des dénominateurs différents

Un **dénominateur commun** est obtenu en utilisant la règle des fractions égales.

Exemple : $\frac{3}{14} - \frac{1}{7} = \frac{3}{14} - \frac{1 \times 2}{7 \times 2} = \frac{3}{14} - \frac{2}{14}$

Multiplier

- Le **numérateur** est le produit des numérateurs.
- Le **dénominateur** est le produit des dénominateurs.

Exemple : $\frac{7}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{7 \times 5}{3 \times 2} = \frac{35}{6}$

Diviser

Diviser, c'est **multiplier par l'inverse**.

Exemple : $\frac{7}{3} \div \frac{2}{5} = \frac{7}{3} \times \frac{5}{2}$

DÉCOUVRIR LES PUISSANCES

Définitions

Exposant positif

$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ fois}}$ avec a : nombre
n : nombre entier positif.

Exemples

- $3^4 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3}_{4 \text{ fois}} = 81$
- $10^8 = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{8 \text{ fois}} = \underbrace{100\,000\,000}_{8 \text{ zéros}}$

Exposant négatif

$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n} = \dfrac{1}{\underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ fois}}}$ avec a : nombre
n : nombre entier positif.

Exemples

- $2^{-6} = \dfrac{1}{2^6} = \dfrac{1}{\underbrace{2 \times 2 \times \ldots \times 2}_{6 \text{ fois}}} = \dfrac{1}{64} = 0{,}015\,625$
- $10^{-5} = \dfrac{1}{10^5} = \dfrac{1}{\underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{5 \text{ fois}}} = \dfrac{1}{100\,000} = 0{,}000\,01$

Cas particuliers

$a^1 = a$ $\quad a^0 = 1$ $\quad a^{-1} = \dfrac{1}{a}$

$1^n = 1$ $\quad 0^n = 0$

Propriétés

		Exemples
• **Produit :**	$a^n \times a^m = a^{n+m}$	$15^4 \times 15^3 = 15^{4+3} = 15^7$
• **Quotient :**	$\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\dfrac{8^3}{8^4} = 8^{3-4} = 8^{-1}$
• **Inverse :**	$a^n \times a^{-n} = 1$ donc $\dfrac{1}{a^n} = a^{-n}$	$\dfrac{1}{4^{-3}} = 4^3$ et $\dfrac{1}{5^2} = 5^{-2}$
• **Puissance :**	$(a^n)^m = a^{n \times m}$	$(3^2)^5 = 3^{2\times5} = 3^{10}$

Écriture scientifique

Elle permet d'évaluer un **ordre de grandeur**.
Elle est de la forme $\boldsymbol{a} \times \mathbf{10}^{\boldsymbol{n}}$.

avec a : nombre décimal tel que $1 \leqslant a < 10$
n : nombre entier relatif.

Exemples :
- $A = 4\,320 = 4{,}32 \times 10^3$
- $B = 0{,}071 = 7{,}1 \times 10^{-2}$

Préfixes

			Exemples
giga	→	milliard	1 Go = $\mathbf{10^9}$ octets
méga	→	million	1 mégapixel = $\mathbf{10^6}$ pixels
kilo	→	mille	1 kg = $\mathbf{10^3}$ grammes
hecto	→	cent	1 hL = $\mathbf{10^2}$ litres
déca	→	dix	1 dam = **10** mètres
déci	→	dixième	1 dB = $\mathbf{10^{-1}}$ bel
centi	→	centième	1 cL = $\mathbf{10^{-2}}$ litre
milli	→	millième	1 mg = $\mathbf{10^{-3}}$ gramme
micro	→	millionième	1 µs = $\mathbf{10^{-6}}$ seconde
nano	→	milliardième	1 nm = $\mathbf{10^{-9}}$ mètre

ARITHMÉTIQUE

Nombres premiers

Définition

Un nombre premier n'a que deux diviseurs distincts : 1 et lui-même.

Exemples : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23.

Crible d'Ératosthène

Il permet de trouver les nombres premiers.

	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

Les nombres entourés sont premiers.

Décomposition

Un nombre entier peut se décomposer en produit de facteurs premiers.

Exemples :
- $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$
- $315 = 3 \times 3 \times 5 \times 7$

Fraction irréductible

C'est une fraction qu'on ne peut plus simplifier.

Exemple : $\frac{84}{315} = \frac{2 \times 2 \times \cancel{3} \times \cancel{7}}{\cancel{3} \times 3 \times 5 \times \cancel{7}} = \frac{4}{15}$

Critères de divisibilité

Par 2, 5 ou 10

Un entier est divisible :
- **par 2**, s'il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8 (c'est un nombre pair) ;
- **par 5**, s'il se termine par 0 ou 5 ;
- **par 10**, s'il se termine par 0.

Par 3 ou 9

Un entier est divisible :
- **par 3**, si la somme de ses chiffres est un multiple de 3 ;
- **par 9**, si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

Par 4

Un entier est divisible **par 4** si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est un multiple de 4.

Division euclidienne

dividende	1	9	6	5	diviseur
	− 1	5		39	quotient
	0	4	6		
		− 4	5		
reste		0	1		

Le dividende, le diviseur, le quotient et le reste sont des nombres entiers.
- **dividende = (diviseur × quotient) + reste**
- **reste < diviseur**

Diviseurs et multiples

Vocabulaire

Le reste de la division euclidienne de 51 par 3 ou par 17 est **nul**.
- 17 et 3 sont des **diviseurs** de 51.
- 51 est un **multiple** de 3 et 17.
- 51 est **divisible** par 3 et 17.

Diviseur commun

Un diviseur commun à deux entiers divise à la fois les deux entiers.

Exemples

3, 7 et 21 sont des diviseurs communs à 84 et 315.

Calcul littéral

EXPRESSIONS LITTÉRALES

Calculs avec lettres et nombres

Formule
- Relation entre variables
- Lettre / abréviation

Exemples
L pour longueur ; ℓ pour largeur.

Traduction
d'un programme de calcul.

Permet la **généralisation**.

Vocabulaire

Somme : la dernière opération est + ou –.
Produit : la dernière opération est × ou ÷.

Valeur de l'expression

- Elle dépend de la valeur de la **lettre**.
- Dans un calcul, une **même lettre** a toujours la **même valeur**.

Comparaison

Expressions égales
Deux expressions sont **égales** si, pour toutes les valeurs de la lettre, elles sont égales.

Identité
⟶ À prouver.

Expressions différentes
Deux expressions sont **différentes** si une valeur donne des résultats différents.

Contre-exemple

Y a-t-il des valeurs d'égalité ?
⟶ Résoudre l'équation.

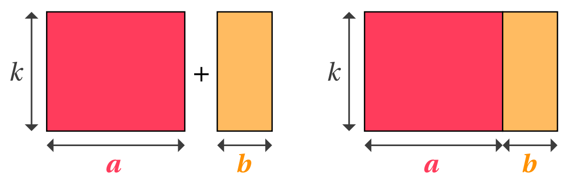
Transformations d'écriture

Simplification
- Signe ×
- Propriétés de la multiplication
- Puissances

Distributivité
$ka + kb = k(a + b)$

$ka + kb$ **somme** $\xrightarrow{\text{factoriser}}$ $k(a + b)$ **produit**

$k(a + b)$ **produit** $\xrightarrow{\text{développer}}$ $ka + kb$ **somme**



Aire = $k \times a + k \times b = k \times (a + b)$

Choix de la forme adaptée au problème
Somme ou produit

Identités remarquables : outil de factorisation

$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

ÉQUATIONS

Définitions

Équation
Une égalité ; deux expressions.

Solutions
Valeurs de l'inconnue pour lesquelles l'égalité est vraie.

Différents types d'équations

Équation du premier degré

Équation produit nul
Si un produit est nul, alors un de ses facteurs est nul.

Équation du second degré
Rendre le second membre nul.

- Factorisation possible
- Factorisation impossible : on ne peut pas résoudre en cycle 4.

Trouver les solutions

Par essai erreur

Exemple : $2x + 2 = 3$
La solution est $\frac{1}{2}$.

En remontant les calculs

Exemple : $7x + 1 = -3$

$? \xrightarrow{\times 7} ? \xrightarrow{+1} -3$

$-\frac{4}{7} \xleftarrow{\div 7} -4 \xleftarrow{-1} -3$

Résolution experte

- Utiliser les **propriétés des expressions équivalentes**, dans un membre ou l'autre.
- **Ajouter ou soustraire** le même nombre aux deux membres.
- **Multiplier ou diviser** les deux membres par le même nombre non nul.

Exemple :

$5x = 3(1 + x)$
$5x = 3 + 3x$ **distributivité**

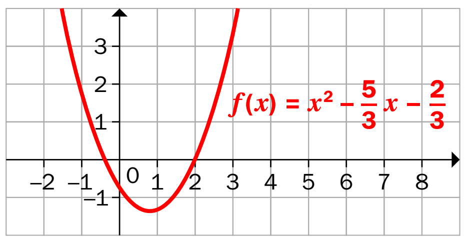
$5x = 3 + 3x$
$2x = 3$ **$-3x$** / **$-3x$**

$2x = 3$
$x = \frac{3}{2}$ **$\div 2$** / **$\div 2$**

Graphiquement

- Trouver une valeur approchée.
- Valider ou non, en testant la solution.

Exemple : $x^2 - \frac{5}{3}x - \frac{2}{3} = 0$



Les solutions semblent être $-\frac{1}{4}$ et 2.
Vérifications :

- $2^2 - \frac{5}{3} \times 2 - \frac{2}{3} = 0$, donc **2** est solution.
- $\left(-\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{5}{3} \times \left(-\frac{1}{4}\right) - \frac{2}{3} \neq 0$, donc $-\frac{1}{4}$ n'est pas solution.

Outils pour résoudre un problème

- **Reconnaitre** si on peut modéliser algébriquement.
- **Repérer l'inconnue**. La nommer par une lettre.
- **Traduire** par une égalité entre deux expressions faisant intervenir l'inconnue.
- **Résoudre** : trouver la solution mathématique.
- **Donner** la solution au sens du problème.

Grandeurs et mesures

CONVERTIR DES GRANDEURS

Unités simples

Exemple des longueurs

÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10	÷ 10

km — hm — dam — **m** — dm — cm — mm

× 10	× 10	× 10	× 10	× 10	× 10

Exemples : • 45 dam = 45 ÷ 10 hm = 4,5 hm
• 3 m = 3 × 10 dm = 30 dm

Préfixes

Préfixes		*Exemples*
giga	⟶ milliard	1 Go = 10^9 octets
méga	⟶ million	1 mégapixel = 10^6 pixels
kilo	⟶ mille	1 kg = 10^3 grammes
hecto	⟶ cent	1 hL = 10^2 litres
déca	⟶ dix	1 dam = 10 mètres
déci	⟶ dixième	1 dB = 10^{-1} bel
centi	⟶ centième	1 cL = 10^{-2} litre
milli	⟶ millième	1 mg = 10^{-3} gramme
micro	⟶ millionième	1 μs = 10^{-6} seconde
nano	⟶ milliardième	1 nm = 10^{-9} mètre

Durée

1 h = 60 min

h	1	2,5	1,4	0,7
min	60	150	84	42

× 60

Exemples : • 1 h 24 min = 84 min = 1,4 h
• 3,7 h = 3 h + 0,7 h = 3 h 42 min

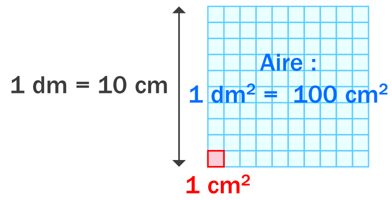
Grandeurs produits

Unités d'aires

÷ 100	÷ 100	÷ 100	÷ 100	÷ 100	÷ 100

km² — hm² — dam² — **m²** — dm² — cm² — mm²

× 100	× 100	× 100	× 100	× 100	× 100



Exemples : • 45 dam² = 45 ÷ 100 hm² = 0,45 hm²
• 3 m² = 3 × 100 dm² = 300 dm²

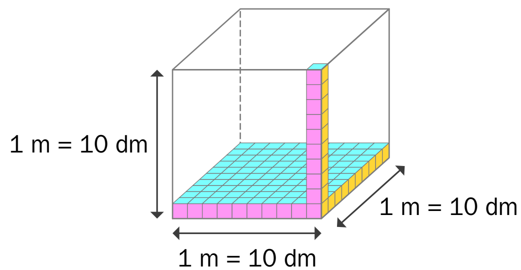
Unités de volumes

÷ 1 000	÷ 1 000	÷ 1 000	÷ 1 000	÷ 1 000	÷ 1 000

km³ — hm³ — dam³ — **m³** — dm³ — cm³ — mm³

× 1 000	× 1 000	× 1 000	× 1 000	× 1 000	× 1 000

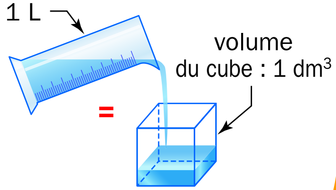
1 m³ = 10 dm × 10 dm × 10 dm = 1 000 dm³



Exemples : • 45 dam³ = 45 ÷ 1 000 hm³ = 0,045 hm³
• 3 m³ = 3 × 1 000 dm³ = 3 000 dm³

Capacité

contenance :
1 L



1 L = 1 dm³

Grandeurs quotients

Vitesse

Camille Muffat, médaille d'or du 400 m nage libre aux JO 2012, en 4 min 1 s 45".
Ordre de grandeur de sa vitesse en km/h :

$$\frac{400\text{ m}}{4\text{ min}} \underset{\div 4}{\overset{\div 4}{=}} \frac{100\text{ m}}{1\text{ min}} \underset{\times 60}{\overset{\times 60}{=}} \frac{6\,000\text{ m}}{60\text{ min}} = \frac{6\text{ km}}{1\text{ h}} = 6\text{ km/h}$$

Masse volumique

Convertir 2,8 kg/m³ en g/L :

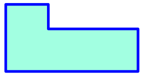
$$2{,}8\text{ kg/m}^3 = \frac{2{,}8\text{ kg}}{1\text{ m}^3} = \frac{2\,800\text{ g}}{1\,000\text{ dm}^3} \underset{\div 1\,000}{\overset{\div 1\,000}{=}} \frac{2{,}8\text{ g}}{1\text{ dm}^3} = \frac{2{,}8\text{ g}}{1\text{ L}} = 2{,}8\text{ g/L}$$

DÉTERMINER L'AIRE D'UNE SURFACE

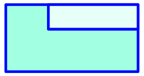
Figures planes

Retrouver une figure de référence

Compléter

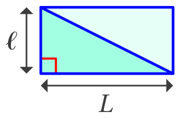


Compléter le polygone par une surface pour obtenir une aire plus simple à calculer, puis enlever cette surface dans le calcul final.

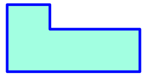


Exemple du triangle rectangle

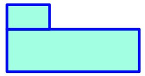
Aire : $\dfrac{L \times \ell}{2}$



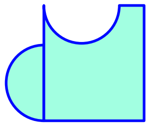
Découper



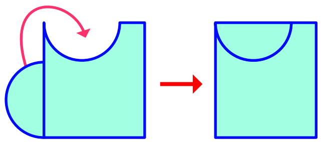
Découper la surface en plusieurs parties dont l'aire est plus simple à calculer.



Déplacer

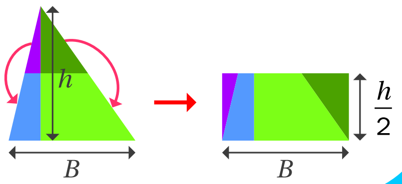


Déplacer une partie de la surface pour obtenir une aire plus simple à calculer.



Exemple du triangle

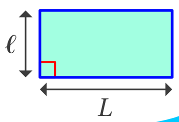
Aire : $\dfrac{B \times h}{2}$



Utiliser la formule

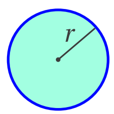
Rectangle

Aire : $L \times \ell$



Disque

Aire : $\pi \times r^2$



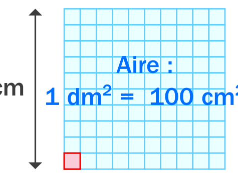
Unité légale

m²

Conversions

	÷ 100		÷ 100		÷ 100		÷ 100		÷ 100		÷ 100	
km²		**hm²**		**dam²**		**m²**		**dm²**		**cm²**		**mm²**
	× 100		× 100		× 100		× 100		× 100		× 100	

1 dm = 10 cm

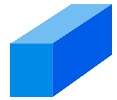


Exemples :
- 600 cm² = 6 dm²
- 10 000 m² = 1 hm² = 1 ha

Solides

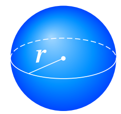
Polyèdre

Somme des aires de ses faces.



Sphère

Aire : $4 \times \pi \times r^2$



Ordres de grandeur

- Une feuille A4 de 21 cm × 29,7 cm :
  - → 623,7 cm²,
  - → environ 6 dm².
- Un stade de foot de 90 m × 120 m :
  - → 10 800 m²,
  - → environ 1 hm² = 1 ha.

VOLUME

Unité légale
m^3

Capacité

Unité légale
L
$1\text{ L} = 1\text{ dm}^3$

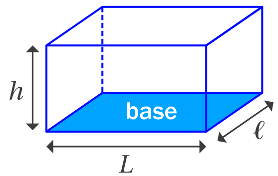
Ordres de grandeur de capacités
- Une bouteille de soda ⟶ 1,5 L
- Un bain ⟶ environ 140 L
- L'eau sur Terre ⟶ $1{,}4 \times 10^{21}$ L

Solides usuels

Deux bases parallèles
$V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur}$

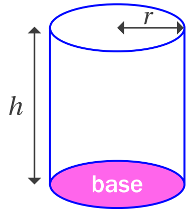
Pavé droit

$V = L \times \ell \times h$



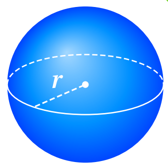
Cylindre

$V = \pi \times r^2 \times h$



Boule

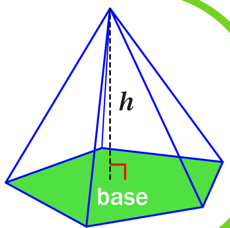
$V = \dfrac{4}{3} \pi \times r^3$



Une base + un sommet principal
$V = \dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$

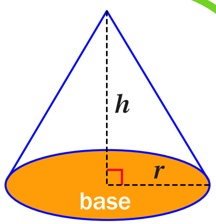
Pyramide

$V = \dfrac{\text{aire de la base} \times h}{3}$



Cône

$V = \dfrac{\pi \times r^2 \times h}{3}$

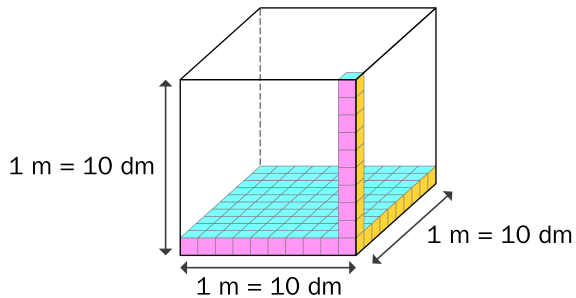


Ordres de grandeur de volumes
- Piscine olympique
  ($50\text{ m} \times 25\text{ m} \times 2\text{ m}$) ⟶ 2 500 m^3
- Coffre de voiture ⟶ environ 250 dm^3

Conversions

$$\text{km}^3 \underset{\times 1\,000}{\overset{\div 1\,000}{\rightleftarrows}} \text{hm}^3 \underset{\times 1\,000}{\overset{\div 1\,000}{\rightleftarrows}} \text{dam}^3 \underset{\times 1\,000}{\overset{\div 1\,000}{\rightleftarrows}} \text{m}^3 \underset{\times 1\,000}{\overset{\div 1\,000}{\rightleftarrows}} \text{dm}^3 \underset{\times 1\,000}{\overset{\div 1\,000}{\rightleftarrows}} \text{cm}^3 \underset{\times 1\,000}{\overset{\div 1\,000}{\rightleftarrows}} \text{mm}^3$$

$1\text{ m}^3 = 10\text{ dm} \times 10\text{ dm} \times 10\text{ dm} = 1\,000\text{ dm}^3$



Exemples

- $1\text{ dm} = 0{,}1\text{ m}$, donc $1\text{ dm}^3 = 0{,}1\text{ m} \times 0{,}1\text{ m} \times 0{,}1\text{ m} = 0{,}001\text{ m}^3$
- $430\text{ dm}^3 = 430 \times 0{,}001\text{ m}^3 = 0{,}43\text{ m}^3$

MASSE

Définition

Quantité de matière qui constitue un objet.

Unité légale

kg

Ordres de grandeur

- Un litre d'eau ⟶ 1 kg
- Un homme adulte ⟶ en moyenne environ 70 kg
- Une montre ⟶ environ 50 g
- Une voiture ⟶ environ 1,2 t

Conversions

- Préfixes :
  - **kilo** ⟶ mille
  - **hecto** ⟶ cent
  - **déca** ⟶ dix
  - **déci** ⟶ dixième
  - **centi** ⟶ centième
  - **milli** ⟶ millième
  - etc.
- Tonne : **1 t = 1 000 kg**

Exemples

- 4 500 mg = 4 500 ÷ 1 000 g = 4,5 g
- 36 g = 36 × 1 000 mg = 36 000 mg

MASSE VOLUMIQUE

Définition

Grandeur physique qui caractérise la masse d'un matériau par unité de volume.

Unité légale

kg/m³

Ordres de grandeur

- Masse volumique de l'eau ⟶ 1 000 kg/m³
- Masse volumique du bois (sapin) ⟶ 450 kg/m³
- Masse volumique du plomb ⟶ 11 350 kg/m³

Conversions

	÷ 1 000		÷ 1 000		÷ 1 000		÷ 1 000		÷ 1 000		÷ 1 000	
km³		**hm³**		**dam³**		**m³**		**dm³**		**cm³**		**mm³**
	× 1 000		× 1 000		× 1 000		× 1 000		× 1 000		× 1 000	

Exemple

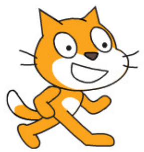
1 kg/m³ = 1 000 g ÷ 1 000 dm³ = 1 g/dm³ = 1 g/L

Algorithmique et programmation

PROGRAMMER AVEC SCRATCH®

Pour démarrer

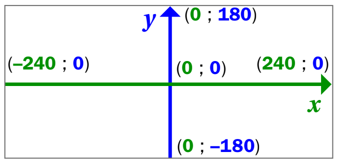
Lutin
Par défaut, le chat.
Choix du costume.



Langue

Scène
Choix de l'arrière-plan.

Repère



Les actions du lutin

Mouvement
- avancer de 25
- s'orienter à 90
- aller à x: 15 y: -80

Apparence
- dire Bonjour !
- montrer
- costume suivant

Sons
- jouer le son miaou
- jouer du tambour 1 pendant 0.25 temps
- ajouter -10 au volume

Stylo
- effacer tout
- stylo en position d'écriture
- choisir la couleur pour le stylo

Poser une question

Capteurs
- demander Quel nombre as-tu choisi ? et attendre
- souris pressée?
- réinitialiser le chronomètre

Personnaliser les blocs

Ajouter blocs
- définir Nouveau bloc

Effectuer un calcul

Opérateurs
- ( ) + ( )
- [ ] < [ ]
- racine de 9

Effectuer des boucles

Contrôle
- si alors / sinon
- répéter jusqu'à
- attendre jusqu'à

Initier un script

Évènements
- quand [drapeau] cliqué
- quand espace est cliqué

Différents types de blocs

- Les **blocs ovales** représentent des expressions qui peuvent prendre plusieurs valeurs.
- Les **blocs pointus** prennent la valeur vrai ou faux et peuvent être utilisés dans les tests.
- Les **blocs aimantés** représentent des instructions. En les accrochant les uns aux autres, on construit un script.

Géométrie

UTILISER LE THÉORÈME DE PYTHAGORE

Le théorème

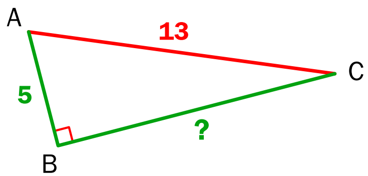
Ce qu'il dit

SI		ALORS
ABC est rectangle en **B**.	→	**BA^2** + **BC^2** = **AC^2**

Dans un triangle rectangle, le carré de l'**hypoténuse** est égal à la somme des carrés des **côtés de l'angle droit**.

À quoi il sert

À calculer une longueur dans un triangle rectangle.



La réciproque

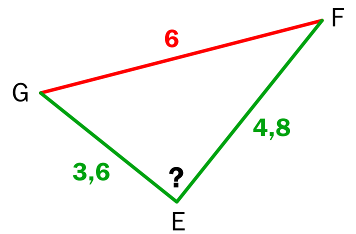
Ce qu'elle dit

SI		ALORS
EF^2 + **EG^2** = **FG^2**	→	EFG est un triangle rectangle en **E**.

Si, dans un triangle, le carré du **plus grand côté** est égal à la somme des carrés des **deux autres côtés**, alors ce triangle est rectangle. Le plus grand côté est l'hypoténuse.

À quoi elle sert

À déterminer si un triangle est rectangle.

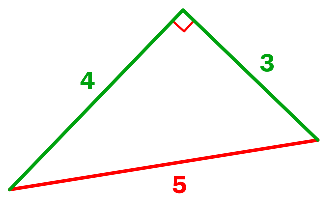


Carrés parfaits

Quelques carrés parfaits

$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$
$5^2 = 25$	$6^2 = 36$	$7^2 = 49$	$8^2 = 64$
$9^2 = 81$	$10^2 = 100$	$11^2 = 121$	$12^2 = 144$

Triangle de Pythagore



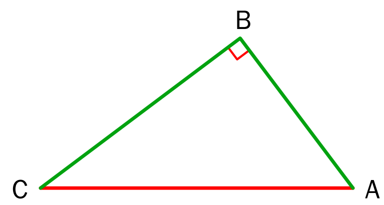
Longueurs : 3 ; 4 ; 5.

Vocabulaire

Dans un triangle rectangle :
plus grand côté = **hypoténuse**.

Exemple

Dans le triangle ABC rectangle en **B**, l'hypoténuse est [**AC**].
[**BA**] et [**BC**] sont les côtés de l'angle droit.



UTILISER LE THÉORÈME DE THALÈS

Le théorème

Coefficient k

Coefficient d'agrandissement ou de réduction entre les deux triangles :

- **AC** = **AN** × k
- **AB** = **AM** × k
- **BC** = **MN** × k

Longueurs proportionnelles

Côtés de AMN	**AN**	**AM**	**MN**
Côtés correspondants de ABC	**AC**	**AB**	**BC**

× k

Ce qu'il dit

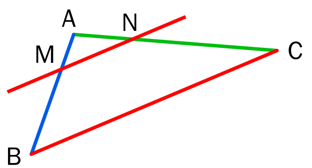
SI

Les points **M**, **A**, **B**, et **N**, **A**, **C**, sont alignés et **(MN) // (BC)**.

→

ALORS

Les triangles **AMN** et **ABC** sont proportionnels.



À quoi il sert

À calculer une longueur.

Égalité de quotients

Trois façons de calculer le coefficient :

- $k = \frac{\mathbf{AC}}{\mathbf{AN}}$
- $k = \frac{\mathbf{AB}}{\mathbf{AM}}$
- $k = \frac{\mathbf{BC}}{\mathbf{MN}}$

On a donc les égalités :

$\frac{\mathbf{AC}}{\mathbf{AN}} = \frac{\mathbf{AB}}{\mathbf{AM}} = \frac{\mathbf{BC}}{\mathbf{MN}}$ ou $\frac{\mathbf{AN}}{\mathbf{AC}} = \frac{\mathbf{AM}}{\mathbf{AB}} = \frac{\mathbf{MN}}{\mathbf{BC}}$

La réciproque

Ce qu'elle dit

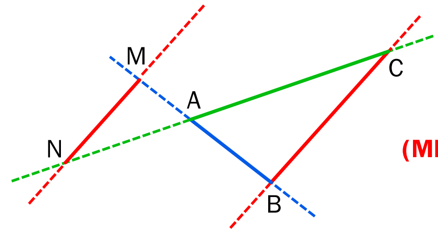
SI

Les points **M**, **A**, **B**, et **N**, **A**, **C**, sont alignés **dans le même ordre** et $\frac{\mathbf{AB}}{\mathbf{AM}} = \frac{\mathbf{AC}}{\mathbf{AN}}$.

→

ALORS

Les droites **(BC)** et **(MN)** sont parallèles.



À quoi elle sert

À déterminer si deux droites sont parallèles.

Triangles semblables

Cas général

Deux triangles sont en agrandissement ou en réduction l'un de l'autre si :

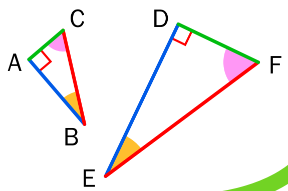
- les côtés correspondants sont proportionnels,

OU

- les angles sont égaux deux à deux.

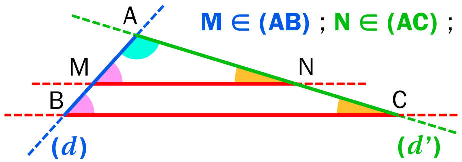
Exemple

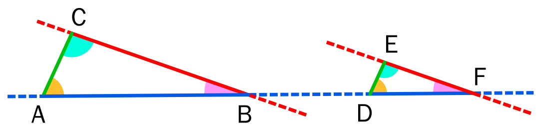
Les triangles ABC et DEF sont proportionnels.

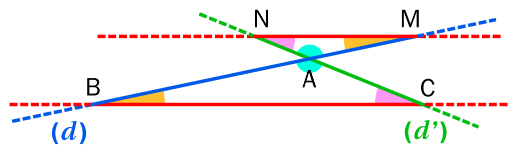


Cas particuliers

M ∈ (AB) ; **N ∈ (AC)** ; **(MN) // (BC)**







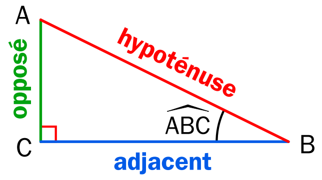
M ∈ (AB) ; **N ∈ (AC)** ; **(MN) // (BC)**

TRIGONOMÉTRIE

Vocabulaire

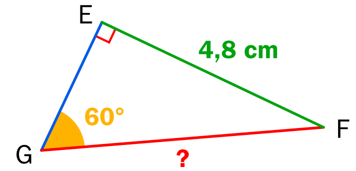
Dans le triangle ABC rectangle en C :

- [AB] est l'**hypoténuse** ;
- [CB] est le **côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$** ;
- [AC] est le **côté opposé à l'angle $\widehat{ABC}$**.



À quoi ça sert ?

Calculer une longueur



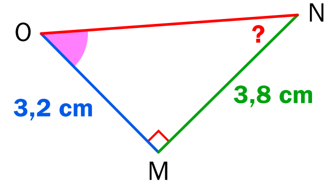
Dans un triangle EFG, rectangle en E :

$\sin \hat{G} = \dfrac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{EF}{GF}$

$GF = \dfrac{EF}{\sin \hat{G}} = \dfrac{4{,}8}{\sin 60} \approx 5{,}5$ cm

→ **sin** sur calculatrice ou table trigo.

Déterminer la mesure d'un angle



Dans un triangle MNO, rectangle en M :

$\tan \hat{O} = \dfrac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \dfrac{MN}{MO}$

$\hat{O} = \tan^{-1}\left(\dfrac{3{,}8}{3{,}2}\right) \approx 50°$

→ **$\tan^{-1}$** sur calculatrice ou table trigo.

Propriétés

Cosinus, sinus, tangente

SI

Le triangle ABC est rectangle en C.

→

ALORS

$\cos \widehat{ABC} = \dfrac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{BC}{AB}$

$\sin \widehat{ABC} = \dfrac{\text{opposé}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{AC}{AB}$

$\tan \widehat{ABC} = \dfrac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \dfrac{AC}{BC}$

Inégalités

Pour tout angle aigu $\hat{B}$:

$0 \leqslant \cos \hat{B} \leqslant 1$

$0 \leqslant \sin \hat{B} \leqslant 1$

Outils

Aide-mémoire

C A H   S O H   T O A

CAH → cos = **adjacent** / **hypoténuse**

SOH → sin = **opposé** / **hypoténuse**

TOA → tan = **opposé** / **adjacent**

Table trigo : quelques valeurs

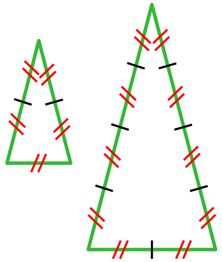
angle (en degrés)	cosinus	sinus	tangente
15	0,97	0,26	0,27
30	0,87	0,50	0,58
45	0,71	0,71	1,00
60	0,50	0,87	1,73
75	0,26	0,97	3,73

TRANSFORMATIONS DU PLAN

Agrandissement / Réduction

Conserve :
- les mesures des angles,
- l'alignement,
- le parallélisme.

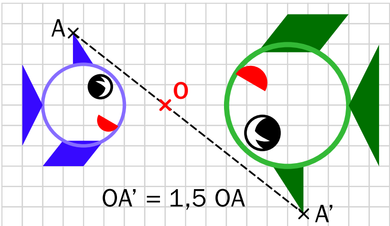
Ne conserve pas :
- les longueurs,
- les aires,
- les volumes.



Homothétie

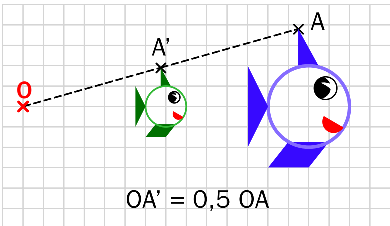
… de **centre** O, de **rapport** –1,5.

- rapport négatif → retournement
- | rapport | > 1 → agrandissement



… de **centre** O, de **rapport** 0,5.

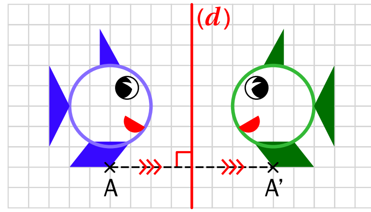
- rapport positif → même direction
- | rapport | < 1 → réduction



Symétrie

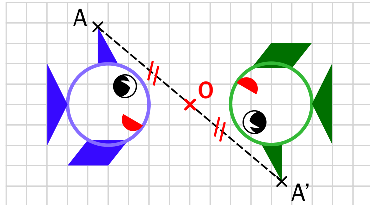
Symétrie axiale

La droite (d) est l'**axe de symétrie**.



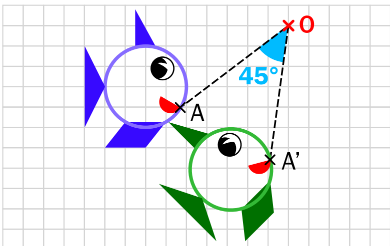
Symétrie centrale

Le point O est le **centre de symétrie**.



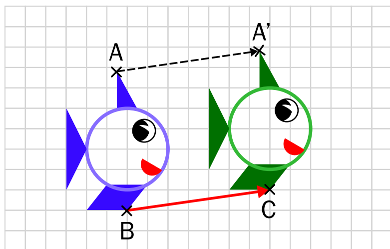
Rotation

… de **centre** O, d'**angle** 45°, dans le **sens** « direct » (sens inverse des aiguilles d'une montre).



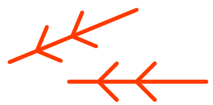
Translation

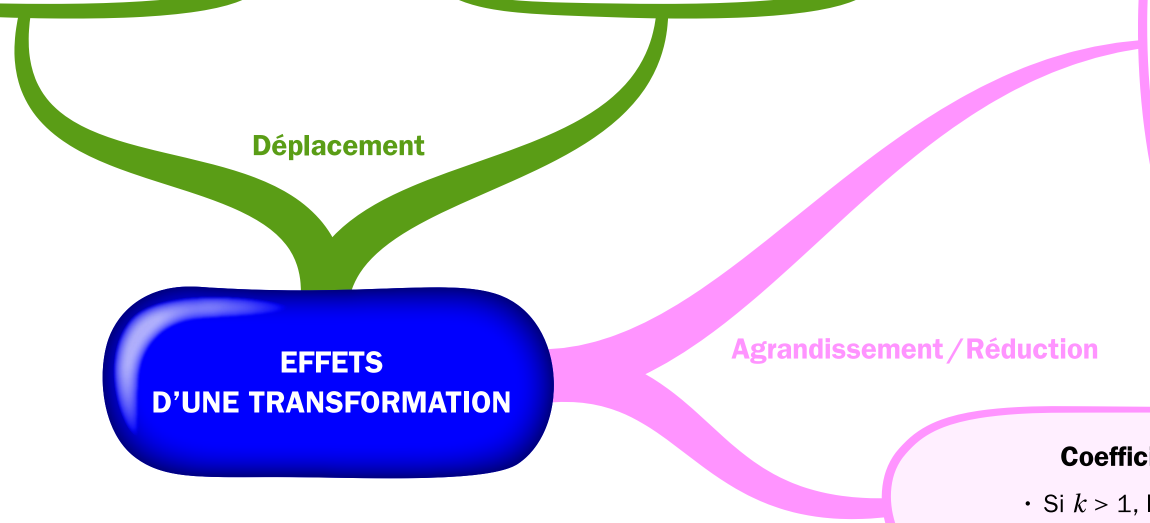
… qui transforme le point B en point C.



Déplacement

Conserve :
- les longueurs, les aires, les volumes,
- les mesures des angles,
- l'alignement,
- le parallélisme.





EFFETS D'UNE TRANSFORMATION

Déplacement

Conserve « la forme » :

- la mesure des angles,
- l'alignement,
- le parallélisme.

Conserve « les dimensions » :

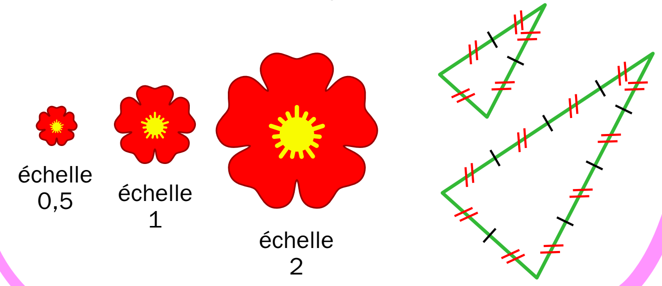
- les longueurs,
- les aires,
- les volumes.

Agrandissement / Réduction

Conserve « la forme » :

- la mesure des angles,
- l'alignement,
- le parallélisme.

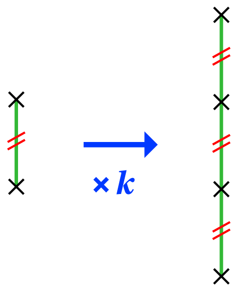
Exemples



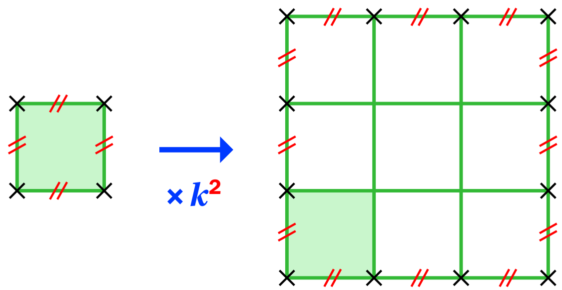
Coefficient d'agrandissement k

- Si $k > 1$, les dimensions sont agrandies.
- Si $k < 1$, les dimensions sont réduites.

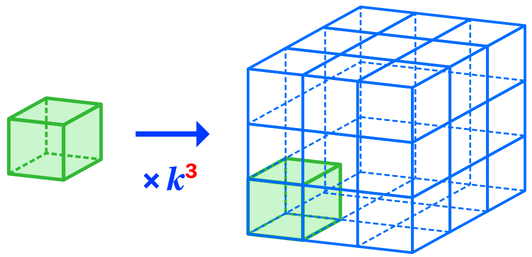
Longueurs



Aires



Volumes

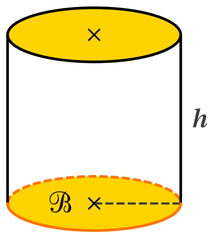


REPRÉSENTER DES SOLIDES

Deux bases

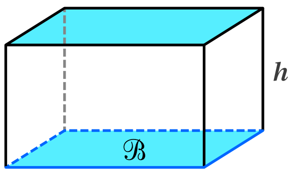
Cylindre

- Deux bases circulaires identiques.
- Une face latérale rectangulaire.



Pavé droit

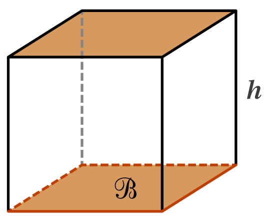
- 6 faces rectangulaires.
- 8 sommets.
- 12 arêtes.



Un pavé droit est un prisme droit particulier.

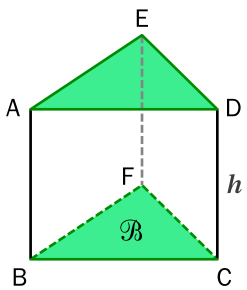
Cube

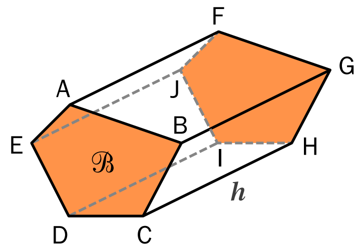
- 6 faces carrées.
- 8 sommets.
- 12 arêtes.



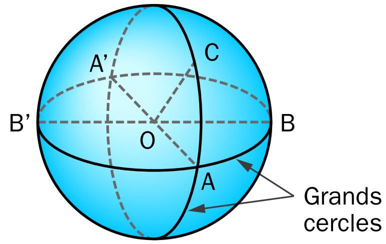
Prisme droit

- Deux bases polygonales identiques.
- Faces latérales rectangulaires.





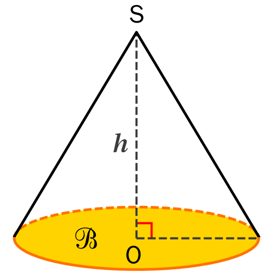
Boule



À pointe

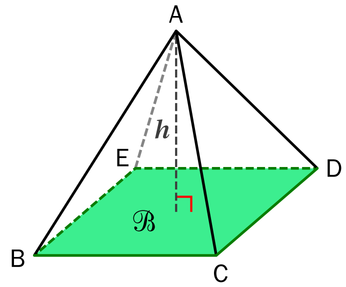
Cône

- Une base circulaire.
- Un sommet principal.



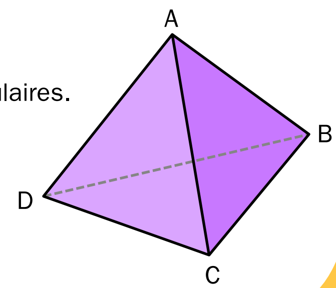
Pyramide

- Une base polygonale.
- Un sommet principal.



Tétraèdre

- 4 faces triangulaires.
- 4 sommets.
- 6 arêtes.

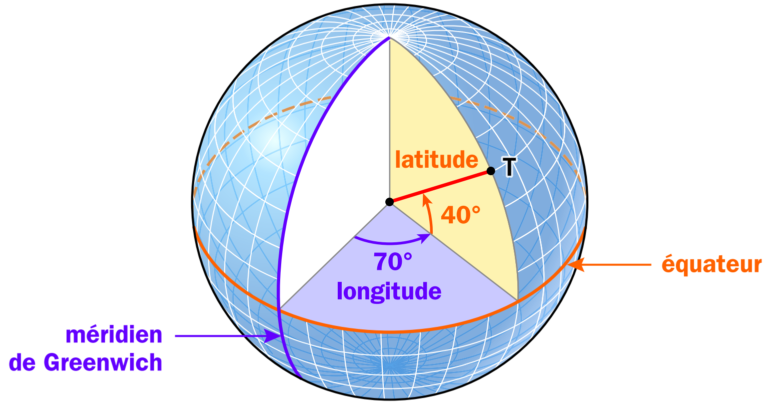


SE REPÉRER

Sur une sphère

Deux coordonnées

- **Latitude** : **angle** (de 0 à 90°) déterminant la position d'un cercle appelé **parallèle**, et **direction** Nord ou Sud. Pour la Terre, le parallèle 0 est l'équateur.
- **Longitude** : **angle** (de 0 à 180°) déterminant la position d'un demi-cercle appelé **méridien**, et **direction** Est ou Ouest. Pour la Terre, le méridien 0 est le méridien de Greenwich.



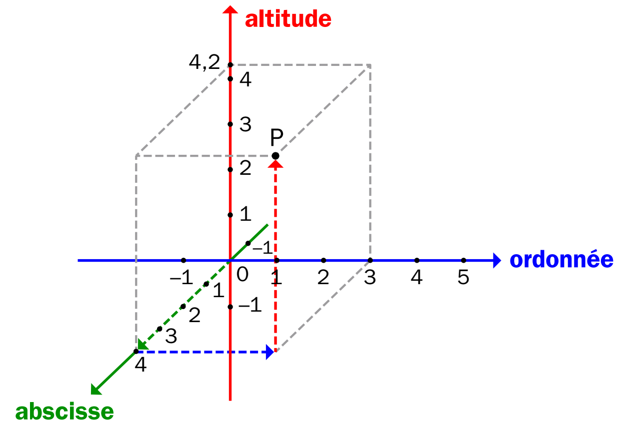
Exemple

Le point T a pour latitude **40° Nord** et pour longitude **70° Est** :
T(**40°N** ; **70°E**).

Dans un pavé

Trois coordonnées

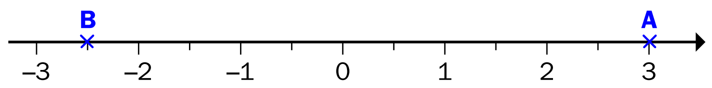
(**abscisse** ; **ordonnée** ; **altitude**)



Exemple : P(**4** ; **3** ; **4,2**)

Sur une droite

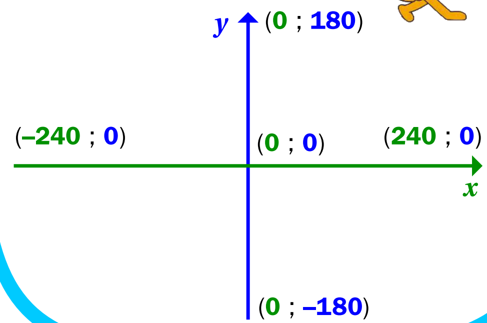
Abscisse d'un point



Exemples :
- Le point A a pour **abscisse** 3 ; on note A(3).
- Le point B a pour **abscisse** –2,5 ; on note B(–2,5).

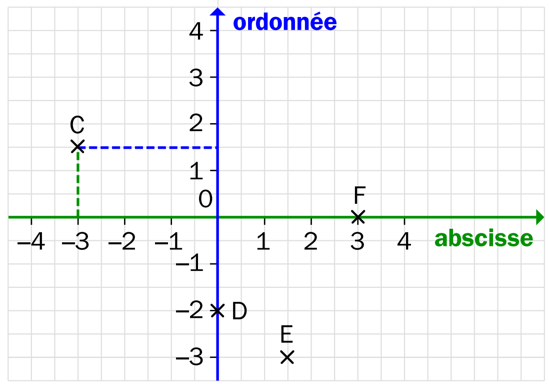
Dans le plan

Avec le logiciel Scratch



Coordonnées d'un point

(**abscisse** ; **ordonnée**)



Exemples :
- C(**–3** ; **1,5**)
- D(**0** ; **–2**)
- E(**1,5** ; **–3**)
- F(**3** ; **0**)

Fonctions –
Traitements de données

LES FONCTIONS

Fonction linéaire

Représentation graphique

C'est une droite qui **passe par l'origine** du repère.

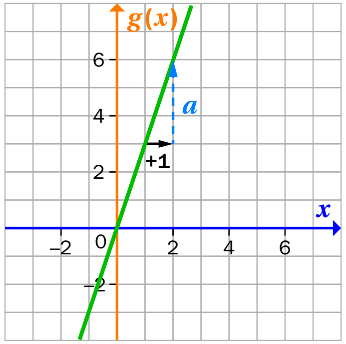


Tableau de valeurs

C'est un tableau de **proportionnalité** de coefficient a (ici $a = 3$).

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3
$g(x)$	−12	−9	−6	−3	0	3	6	9

$\times a$

Forme algébrique

$g(x) = ax$

Les images sont **proportionnelles** aux antécédents.

Exemple

$g(x) = 3x$

Cas général

Forme algébrique

C'est la formule.

$x \longmapsto f(x)$

antécédent — image

Notation : $f(x) = x^3 + 2x^2 - 6x - 7$
ou
$f : x \mapsto x^3 + 2x^2 - 6x - 7$

Exemple

$f(\mathbf{1}) = \mathbf{1}^3 + 2 \times \mathbf{1}^2 - 6 \times \mathbf{1} - 7$
$= 1 + 2 - 6 - 7 = -10$

Tableau de valeurs

x	−4	−3	−2	−1	0	**1**	2	3	← antécédents
$f(x)$	−15	2	5	0	−7	**−10**	−3	20	← images

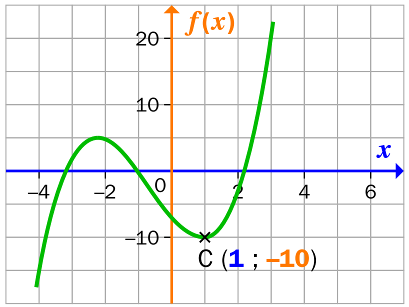
Exemple

$f(1) = -10$

Représentation graphique

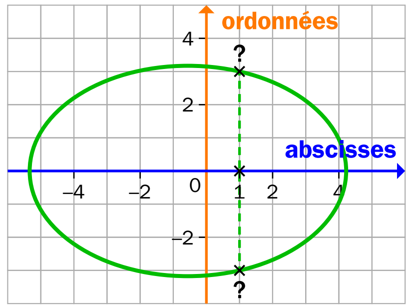
Un nombre a **une seule image**.

Exemples



C'est une fonction.

- L'**antécédent** se lit sur l'axe des abscisses, et l'**image** sur l'axe des ordonnées. L'image de 1 est −10.
- Une **image** peut avoir plusieurs **antécédents**. Ici, 0 a trois antécédents : environ −3,2 ; −1 et 2,2.



Ceci n'est pas une fonction.

On ne peut pas déterminer l'image de 1.

Fonction affine

Représentation graphique

C'est une droite qui **ne passe pas par l'origine** du repère.

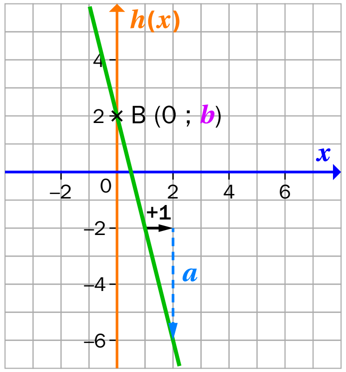


Tableau de valeurs

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3
$h(x)$	18	14	10	6	2	−2	−6	−10

+ 1

+ a

$h(0) = b$

Forme algébrique

$h(x) = ax + b$

Les images **ne sont pas proportionnelles** aux antécédents.

Exemple

$h(x) = -4x + 2$

POURCENTAGES

Définitions

- **Pourcentage** : c'est une hypothèse de proportionnalité par rapport à un total de 100.
- t % est une fraction $\frac{t}{100}$.
- **Tableau de proportionnalité** :

Partie	t
Tout	100

Exemple

Dans un cocktail, il y a un quart de jus d'orange, soit une proportion de 1 pour 4 ou de 25 pour 100 : 25 %.

À retenir

- **100 %** : c'est **le total**.
- **50 %** $= \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 0{,}5$: c'est **la moitié**.
- **25 %** $= \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 0{,}25$: c'est **le quart**.
- **10 %** $= \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0{,}1$: c'est **un dixième**.
- **20 %** $= \frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0{,}2$: c'est **un cinquième**.
- **200 %** $= \frac{200}{100} = 2$: c'est **le double**.

Appliquer un pourcentage

Méthode

Il faut calculer l'**effectif** correspondant au pourcentage donné.

Exemple

Sur 350 élèves, 28 % sont demi-pensionnaires.

▶ Combien d'élèves cela représente-t-il ?

On calcule **28 %** de 350 :

$$\frac{\mathbf{28}}{\mathbf{100}} \times 350 = \mathbf{0{,}28} \times 350 = 98$$

Donc 28 % de 350 correspondent à **98 élèves** demi-pensionnaires.

Déterminer un pourcentage

Méthode

Il faut calculer une **proportion** par rapport à un total de 100.

Exemple

28 élèves sur 140 apprennent le latin.

▶ À quel pourcentage cela correspond-il ?

On se demande quel pourcentage représentent **28** éléments sur **140** :

$$\frac{\mathbf{28}}{\mathbf{140}} = \frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 0{,}2$$

Donc 28 sur 140 représentent **20** % d'élèves latinistes.

Pourcentage d'augmentation/de diminution

- **Diminuer** un nombre de a %, c'est le multiplier par $\left(1 - \frac{a}{100}\right)$.
- **Augmenter** un nombre de a %, c'est le multiplier par $\left(1 + \frac{a}{100}\right)$.

Exemples

- Le prix d'un article à 36 € diminue de **12 %** : 36 × (1 **– 0,12**) = 31,68.
  Son nouveau prix est **31,68 €**.
- Entre 1900 et 2013, la population de Lyon est passée de 460 000 à 500 000 habitants.

$$460 \longrightarrow 500$$

$$\frac{500}{460} \simeq 1{,}087 = 1 + \frac{\mathbf{8{,}7}}{\mathbf{100}}$$

L'augmentation est de **8,7 %**.

ORGANISER DES DONNÉES

Tableau de valeurs

Un tableau de valeurs permet de **trier** des données collectées.

Exemple

Durée moyenne des activités d'un collégien par jour

Activité	**Durée** (en h)
Sommeil	8
Collège	6
Repas	3
Devoirs	2
Trajets	1
Ordinateur/télévision	2
Autres loisirs	2

Diagrammes

Diagramme en bâtons

- Représente la **répartition des données**.
- La **hauteur** de chaque bâton est proportionnelle à l'effectif correspondant.

Exemple

Durée moyenne des activités d'un collégien par jour

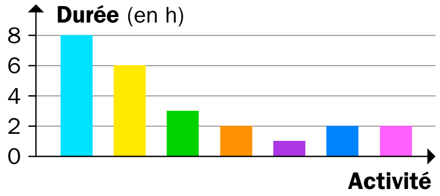


Diagramme circulaire

- L'**angle** de chaque secteur est proportionnel à l'effectif correspondant.
- La **somme** des angles est **360°**.

Exemple

Durée moyenne des activités d'un collégien par jour

Diagramme semi-circulaire

- L'**angle** de chaque secteur est proportionnel à l'effectif correspondant.
- La **somme** des angles est **180°**.

Exemple

Durée moyenne des activités d'un collégien par jour

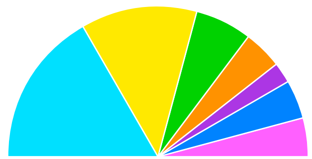


Diagramme en bandes

La **longueur** de chaque bande est proportionnelle à l'effectif correspondant.

Exemple

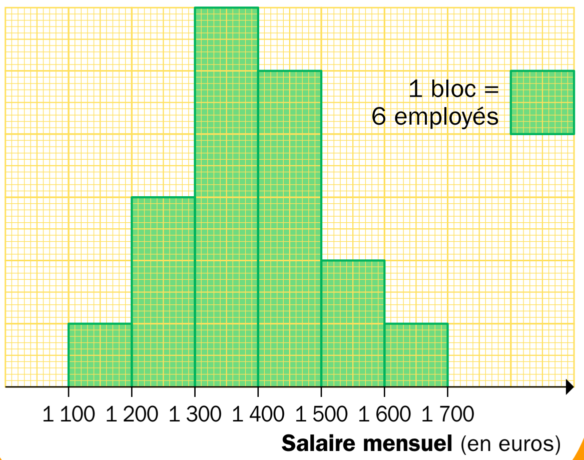
Durée moyenne des activités d'un collégien par jour

Histogramme

- Un histogramme représente la **répartition de données** regroupées en **classes**.
- L'**aire** de chaque rectangle est **proportionnelle** à l'effectif de la **classe**.

Exemple

Répartition des salaires dans une entreprise

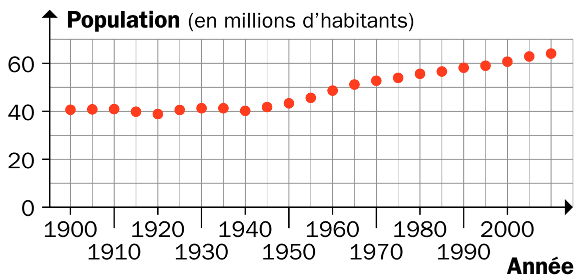


Graphique

Un graphique représente l'**évolution d'une donnée** en fonction d'une autre.

Exemple

Démographie en France entre 1900 et 2010



TRAITER DES DONNÉES

Exemples de données

Exemple 1

Nom de la ferme	Nombre moyen de litres de lait produits par jour
Beauséjour	42
Le Verger	75
La Fourragère	36
Petit pas	75
La Chausse Pierre	55
Le Palet	58
Plan Fichu	25
Le Cugnon	34
Bellastat	82
Les Liaudes	52

D'après Brevet 2015

Exemple 2

Les ingénieurs de l'Office national des forêts ont mesuré le diamètre de chaque arbre d'une forêt. Les mesures sont répertoriées ci-dessous.

Diamètre (en cm)	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
Effectif	2	4	8	9	10	12	14	15	10	4	3

D'après Brevet 2015

Effectif

- L'**effectif**, c'est le **nombre**.
- L'**effectif total** est le **nombre total** de valeurs de la série.

Exemple **1**
Effectif total : 10 fermes.

Exemple **2**
Effectif pour un diamètre de 50 cm : 10 arbres.
Effectif total : 91 arbres.

Fréquence

$$\textbf{Fréquence} = \frac{\textbf{effectif d'une valeur}}{\textbf{effectif total}}$$

- Fréquence < 1
- On peut l'exprimer en pourcentage.

Exemple **2**

Diamètre (en cm)	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	Total
Effectif	2	4	8	9	10	12	14	15	10	4	3	**91**
Fréquence*	0,02	0,04	0,09	0,10	0,11	0,13	0,15	0,16	0,11	0,04	0,03	**1**
Fréquence** (en %)	2	4	9	10	11	13	15	16	11	4	3	**100**

* Arrondie au centième. ** Arrondie à l'unité.

Étendue

Étendue = **valeur maximale – valeur minimale**

Exemple **1** : Étendue = 82 – 25 = 57 L
Exemple **2** : Étendue = 80 – 30 = 50 cm

Moyenne

$$\textbf{Moyenne} = \frac{\textbf{somme des valeurs}}{\textbf{effectif total}}$$

Lorsque les valeurs ont des effectifs différents, on calcule la moyenne pondérée qui tient compte de ces effectifs.

Exemple **1**

$$\text{Moyenne} = \frac{42 + 75 + 36 + 75 + 55 + 58 + 25 + 34 + 82 + 52}{10} = 53{,}4 \text{ L}$$

Exemple **2**

$$\text{Moyenne} = \frac{30 \times 2 + 35 \times 4 + 40 \times 8 + \ldots + 70 \times 10 + 75 \times 4 + 80 \times 3}{2 + 4 + 8 + \ldots + 10 + 4 + 3}$$

$$= \frac{5\,140}{91} \approx 56{,}48 \text{ cm}$$

Médiane

- La **médiane** est un nombre qui **partage la série en deux** séries de même effectif.
- Ne pas confondre avec la moyenne.
- Pour déterminer la médiane, il faut **ranger les données** dans l'ordre croissant.

Exemple **1**

$$\underbrace{25 \leqslant 34 \leqslant 36 \leqslant 42 \leqslant 52}_{\text{5 valeurs}} \leqslant \underbrace{55 \leqslant 58 \leqslant 75 \leqslant 75 \leqslant 82}_{\text{5 valeurs}}$$

médiane : **53,5 L**

$$\frac{52 + 55}{2}$$

Exemple **2**

Diamètre (en cm)	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80
Effectif	2	4	8	9	10	12	14	15	10	4	3
Rang	de 1 à 2	de 3 à 6	de 7 à 14	de 15 à 23	de 24 à 33	de 34 à 45	de 46 à 59	de 60 à 74	de 75 à 84	de 85 à 88	de 89 à 91

médiane : **60**
C'est la 46^{e} valeur.
45 valeurs de chaque côté

PROBABILITÉS

Vocabulaire

- **Expérience aléatoire :** expérience liée au hasard.
- **Issue :** résultat possible.
- **Évènement :** peut être réalisé ou non.
- **Probabilité :** calcul de la chance qu'un évènement se produise.

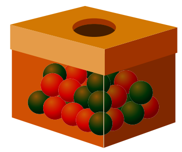
- Un **évènement certain** se produit dans tous les cas.
- Un **évènement impossible** ne se produit jamais.
- Deux **évènements incompatibles** ne peuvent se produire en même temps.
- Deux **évènements** sont **contraires** s'il se produit forcément l'un ou l'autre.

Exemples

- On lance un **dé** à six faces.

- On tire à **pile ou face**.

- On tire une bille dans une **urne** opaque.



Propriétés

- **0 ⩽ probabilité ⩽ 1.**
- Probabilité d'un **évènement certain** : 1.
- Probabilité d'un **évènement impossible** : 0.
- Somme des probabilités de deux **évènements contraires** : 1.
- Situation d'**équiprobabilité** :

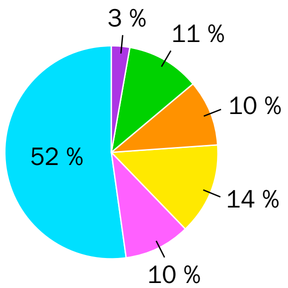
$$\text{probabilité} = \frac{\textbf{nombre de cas favorables}}{\textbf{nombre de cas possibles}}$$

Fréquence

Si on répète une expérience aléatoire un très grand nombre de fois, la **probabilité d'un évènement** correspond à la **fréquence** d'apparition de cet évènement.

Exemple

On lance 1 000 fois un dé truqué et on note la fréquence d'apparition de chaque face.



Face obtenue
- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6

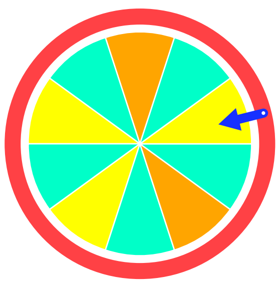
- Probabilité d'obtenir 1 : 3 %
- Probabilité d'obtenir 2 : 11 %

⋮

- Probabilité d'obtenir 6 : 52 %

Arbre

Roue de la chance



Arbre de probabilités correspondant