

Activité 1 : Modèle linéaire

1) On a une fonction affine. Chaque année, la population augmente d'une quantité voisine, ce qui correspond à une croissance additive, caractéristique d'une suite arithmétique.

2)

Années	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Population	4,442	4,517	4,609	4,714	4,814	4,901	4,970	5,072
Variation absolue $V_2 - V_1$	X	0,075	0,092	0,105	0,100	0,087	0,069	0,102

Les variations sont proches les unes des autres, ce qui justifie l'utilisation d'un modèle linéaire.

3) $\frac{5,072 - 4,442}{7} = \frac{0,630}{7} \approx 0,09$ million. L'affirmation est vérifiée car on a une augmentation moyenne 90 000 habitants par an.

4) a) L'année de référence est 2013, et la population cette année-là est 4,442 millions.

$$b) u(n) = 4,442 + 0,09n$$

$$u(3) = 4,712$$

$$u(4) = 4,802$$

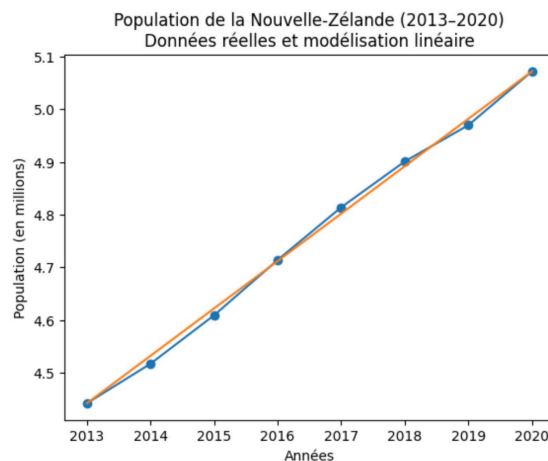
La population en 2016 est représentée par $u(3)$ et la population en 2017 est représentée par $u(4)$ en millions d'habitants.

$$c) 2050 - 2013 = 37$$

$$u(37) = 4,442 + 37 \times 0,09 = 7,772$$

La population est estimée à 7,77 millions d'habitants en 2050.

5) 6)



7) Elle est proche de 7,8 millions, mais l'extrapolation à long terme est discutable, car la croissance réelle n'est pas strictement linéaire sur plusieurs décennies.

$$8) r = \frac{51899000 - 19331000}{30} \approx 1085600$$

$$u(n) = 51899000 + n \times 1085600$$

Avec $n = 24$

$$u(24) = 51899000 + 24 \times 1085600 \approx 77953400$$

En prolongeant la tendance linéaire, on obtient environ 78 millions de tonnes de riz.

9) Notre prédiction n'est pas fiable car elle est très éloignée de la valeur réelle obtenue en 2024.

Activité 2 : Modèle exponentiel

- 1) Parce que la production augmente d'une quantité à peu près constante chaque année.
- 2) La population de Lagos suit une suite géométrique car la population augmente selon un taux de croissance quasi constant.

$$3) a) q = \frac{y_2 \frac{1}{x_2 - x_1}}{y_1} = \frac{12,6 \frac{1}{2014 - 1900}}{0,04} = 1,0518$$

$$b) u(n) = u(0) \times 1,0518^n$$

c) $u(90) = u(0) \times 1,0518^{90} = 0,04 \times 1,0518^{90} = 3,77$ millions d'habitants. La population prévue par le modèle est plus faible que celle observée mais reste similaire.

d) $u(130) = u(0) \times 1,0518^{130} = 0,04 \times 1,0518^{130} = 28,4$ millions d'habitants.

Le modèle exponentiel donne une valeur plus élevée que l'estimation de l'ONU. Il y a une surestimation due à la croissance exponentielle.

4) La population a une croissance exponentielle tandis que les ressources ont une croissance linéaire. De ce fait, il y a un déséquilibre croissant et donc un risque de pénurie des ressources.

$$5) n_d = \frac{\ln 2}{\ln 1,0518} \approx 14$$

La population double environ tous les 14 ans.

Activité 3 : Le malthusianisme

1) La population augmente de façon exponentielle et les moyens de subsistances augmentent de façon linéaire.

2) Il imagine une population londonienne immense avec une surpopulation.

3) Malthus prévoit une crise inévitable avec une population qui souffre de famine généralisée. Cependant, ce modèle suppose des ressources illimitées et ne tient pas compte de l'immigration.

4) Les limites du modèle exponentiel sont qu'elle suppose des ressources infinies, qu'elle ignore les contraintes sociales et économiques et qu'il est valable seulement à court terme.

5) Les modifications introduites par le modèle logistique de Verhulst sont l'introduction d'une capacité limite du milieu, un ralentissement de la croissance et un modèle plus réaliste tenant compte des facteurs limitants du milieu.

6) $U_0 = 11$ millions d'habitants en 1798

Le temps de doublement de la population est de 25 ans.

$$\text{Donc } 25 \geq \frac{\ln 2}{\ln q}$$

$$\ln q \geq \frac{\ln 2}{25}$$

$$q \geq e^{\frac{\ln 2}{25}}$$

$$q = 1,028$$

On a donc la suite géométrique suivante : $U_n = 11 \times 1,028^n$

En 1823, 25 ans se sont écoulés. La population est de 22 millions d'habitants.

En 1848, 50 se sont écoulés. La population est de 44 millions d'habitants.

7) 2023-1798 = 225 ans

$$U_{225} = 11 \times (e^{\frac{\ln 2}{25}})^{225}$$

= 5 632 millions d'habitants

Ou $11 \times 2^9 = 5632$ millions d'habitants. Soit presque 6 milliards d'habitants.
Or en 2023, la Grande-Bretagne comptait 68 millions d'habitants.

8) Le modèle exponentiel est pertinent sur des temps courts mais non pertinent sur des temps long.