

### Théorème de Pythagore ☞

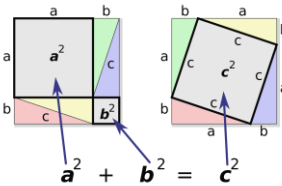
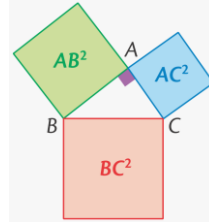
**A quoi il sert :** à calculer une longueur dans un triangle rectangle

- Si un triangle **est rectangle**, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse **est égal** à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

Autrement dit, si un triangle ABC est rectangle en A,

alors  $BC^2 = AB^2 + AC^2$  (égalité de Pythagore)

$A_{\text{carré rouge}} = A_{\text{carré vert}} + A_{\text{carré bleu}}$



$$a^2 + b^2 = c^2$$

### Ch03. Utiliser le théorème de Pythagore et sa réciproque (3<sup>e</sup>) (AFC10)

### Réciproque du théorème de Pythagore

**A quoi elle sert :** à démontrer qu'un triangle est rectangle.

- Si le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle



à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle **est rectangle**.

### Contraaposée du théorème de Pythagore

**A quoi elle sert :** à démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle.

- Si le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle



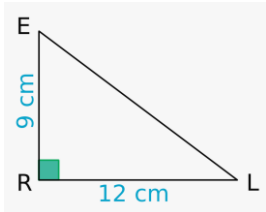
de la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés alors ce triangle **n'est pas rectangle**.

### Méthode ③ : Prouver qu'un triangle est rectangle ou non ☞

On teste l'égalité de Pythagore (3 longueurs) →

On calcule séparément : (grand côté)<sup>2</sup> ET (petit côté)<sup>2</sup> + (moyen côté)<sup>2</sup>

### Méthode ① : Calcul de la longueur de l'hypoténuse ☞ (hypoténuse ⇒ addition)



Calculer EL.

**D** : Le triangle ERL est rectangle en R.

**P** : D'après le **théorème** de Pythagore, on a :

$$c : EL^2 = ER^2 + RL^2$$

$$EL^2 = 9^2 + 12^2$$

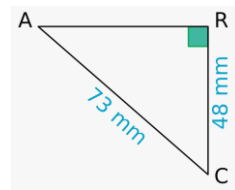
$$EL^2 = 81 + 144$$

$$EL^2 = 225$$

$$EL = \sqrt{225}$$

Soit **EL = 15 cm**

### Méthode ② : Calcul de la longueur d'un côté de l'angle droit ☞ (côté angle droit ⇒ soustraction)



Calculer AR.

**D** : Le triangle ARC est rectangle en R.

**P** : D'après le **théorème** de Pythagore, on a :

$$c : AC^2 = AR^2 + RC^2$$

$$73^2 = AR^2 + 48^2$$

$$5\ 329 = AR^2 + 2\ 304$$

$$AR^2 = 5\ 329 - 2\ 304$$

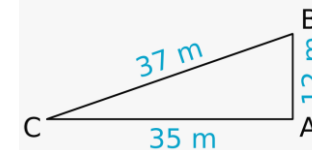
$$AR^2 = 3\ 025$$

$$AR = \sqrt{3\ 025}$$

Soit **AR = 55 mm**

⇒ réciproque

⇒ le triangle **est rectangle**



Le triangle BAC est-il rectangle ?

[BC] est le plus grand côté.

**D**. L'égalité à tester est  $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$\blacksquare BC^2 = 37^2 = 1\ 369 ;$$

$$\blacksquare AB^2 + AC^2 = 12^2 + 35^2 = 144 + 1\ 225$$

$$D'où : AB^2 + AC^2 = 1\ 369$$

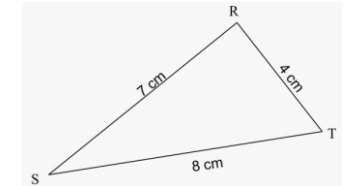
On constate que  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ,

**P**. d'après la **réciproque** du théorème de Pythagore,

**C**. Le triangle ABC **est rectangle** en A.

⇒ **contraaposée**

⇒ le triangle **n'est pas rectangle**



Le triangle RST est-il rectangle ?

[ST] est le plus grand côté.

**D**. L'égalité à tester est  $ST^2 = RS^2 + RT^2$

$$\blacksquare ST^2 = 8^2 = 64 ;$$

$$\blacksquare RS^2 + RT^2 = 7^2 + 4^2 = 49 + 16 = 65$$

On constate que  $ST^2 \neq RS^2 + RT^2$ ,

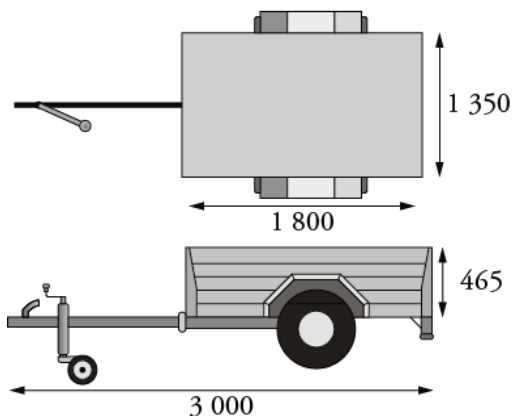
**P**. d'après la **contraaposée** du théorème de Pythagore,

**C**. Le triangle RST **n'est pas rectangle**.

**Exercice type 1. Résoudre un problème de géométrie plane à l'aide de Pythagore (Objectif DNB)**

**Énoncé.**

On dispose des informations suivantes.  
Toutes les valeurs présentes sur les schémas sont en millimètres.



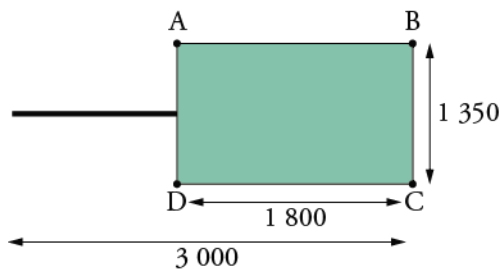
**Dimensions de la remorque**



**Longueur du fusil sous-marin : 2 100**

On suppose que le fond de la remorque est un rectangle.  
Le fusil sous-marin peut-il être placé « à plat » dans la remorque ?  
Justifier la réponse.

**Solution.**



■ Dans le rectangle ABCD, la plus grande longueur est celle d'une des deux diagonales [AC] et [BD].

On va utiliser le théorème de Pythagore pour calculer la longueur de la diagonale [AC] et vérifier si elle est supérieure à 2 100 mm !

■ **D.** Puisque le fond de la remorque est le rectangle ABCD, alors le triangle ABC est rectangle en B.

**P.** D'après le théorème de Pythagore, on a :

**C.**  $AC^2 = 1\,800^2 + 1\,350^2$

$AC^2 = 3\,240\,000 + 1\,822\,500$

$AC^2 = 5\,062\,500$

$AC = \sqrt{5\,062\,500} \rightarrow AC = 2\,250 \text{ mm} ;$

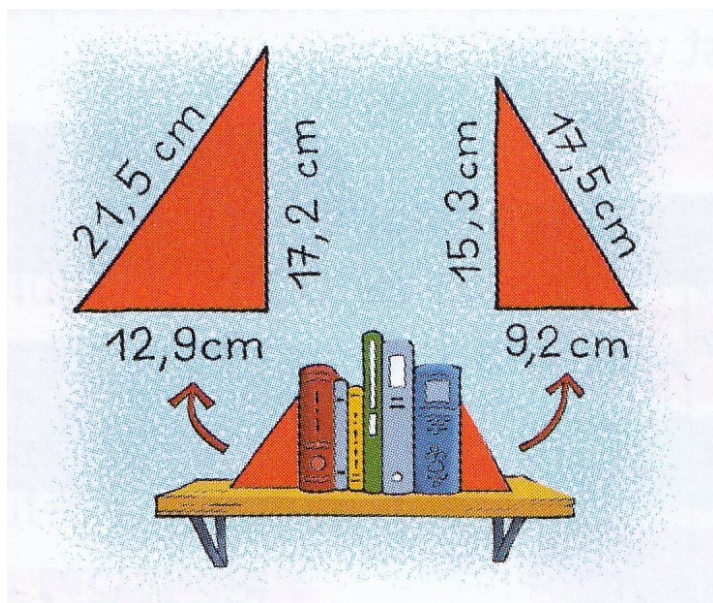
$2\,250 \text{ m} > 2\,100 \text{ m}.$

Longueur de la diagonale de la remorque > Longueur du fusil sous-marin.  
donc le fusil sous-marin **pourra être placé à plat** dans la remorque.

**Exercice type 2. Résoudre un problème de géométrie plane à l'aide de Pythagore (Objectif DNB)**

**Énoncé.**

Les serre-livres permettent-ils de maintenir les livres perpendiculairement à l'étagère ? Justifier.



**Solution.**

Vérifions si les deux serre-livres triangulaires sont rectangles ou non :

→ **Serre-livre de gauche.** Le côté le plus long est 21,5 cm.

**D.** L'égalité à tester est  $21,5^2 = 12,9^2 + 17,2^2$

■  $21,5^2 = 462,25 ;$

■  $12,9^2 + 17,2^2 = 166,41 + 295,84 = 462,25$

On constate que :  $21,5^2 = 12,9^2 + 17,2^2$ .

**P.** d'après la **réciproque** du théorème de Pythagore,

**C.** Le serre-livre triangulaire de gauche **est rectangle**.

→ **Serre-livre de droite.** Le côté le plus long est 17,5 cm.

**D.** L'égalité à tester est  $17,5^2 = 9,2^2 + 15,3^2$

■  $17,5^2 = 306,25 ;$

■  $9,2^2 + 15,3^2 = 84,64 + 234,09 = 318,73$

On constate que :  $17,5^2 \neq 9,2^2 + 15,3^2$ .

**P.** d'après la **contraposée** du théorème de Pythagore,

**C.** Le serre-livre triangulaire de droite **n'est pas rectangle**.

Donc les serre-livres **ne permettent pas** de maintenir les livres perpendiculairement à l'étagère.