1. Puissances d'un nombre

■ **Exposant positif** : a nombre et n nombre entier positif

a^n se lit « a exposant n » et $a^n = \underbrace{a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}$

Exemples.

• $\left(\frac{2}{7}\right)^3 = \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{8}{343}$; • $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$

⚠ L'exposant ne s'applique qu'au nombre et pas au signe, sauf si celui-ci est **à l'intérieur des parenthèses**.

■ **Exposant négatif** : a nombre non nul et n nombre entier positif

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ fois}}}$$

Exemples. • $(-5)^{-4} = \frac{1}{(-5)^4} = \frac{1}{(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)} = \frac{1}{625}$;

• $\left(\frac{4}{9}\right)^{-3} = \left(\frac{9}{4}\right)^3 = \frac{9}{4} \times \frac{9}{4} \times \frac{9}{4} = \frac{729}{64}$

Cas particuliers :

■ $a^1 = a$; ■ $a^0 = 1$; ■ $a^{-1} = \frac{1}{a}$; ■ $1^n = 1$; ■ $0^n = 0$

2. Opérations sur les puissances

• $9^4 \times 9^3 = 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^{4+3} = 9^7$

(**produit** → on **additionne** les exposants)

• $\frac{8^3}{8^5} = \frac{8 \times 8 \times 8}{8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8} = 8^{3-5} = 8^{-2}$

(**quotient** → on **soustrait** les exposants)

• $(7^2)^3 = 7^2 \times 7^2 \times 7^2 = 7^{2 \times 3} = 7^6$

(**puissance** → on **multiplie** les exposants)

Ch05. Calculer avec des puissances (3e)

(AFC1)

4. Multiplier par une puissance de 10

■ Exposant n **positif** →

Décalage de la virgule de n rangs vers la **droite**.

■ Exposant n **négatif** →

Décalage de la virgule de n rangs vers la **gauche**.

6. Préfixes scientifiques			De l'∞ grand à l'∞ petit
Préfixe	**Symbole**	**Puissance**	**Exemple**
giga	G	10^9	1 GW = 10^9 W
méga	M	10^6	1 mégapixel = 10^6 pixels
kilo	k	10^3	1 km = 10^3 m
unité		10^0	
milli	m	10^{-3}	1 mg = 10^{-3} g
micro	µ	10^{-6}	1 µs = 10^{-6} s
nano	n	10^{-9}	1 nL = 10^{-9} L

5. Écriture scientifique d'un nombre

A quoi elle sert : ■ Évaluer un **ordre de grandeur** et de comparer des valeurs.

L'écriture scientifique d'un nombre est donnée par l'expression : $a \times 10^n$ où $1 \leq a < 10$ (a n'a qu'un chiffre non nul avant la virgule) et n est un entier relatif.

Exemples. • C = 4 320 = $4{,}32 \times 10^3$

• D = 0,071 = $7{,}1 \times 10^{-2}$

3. Puissances de 10

A quoi elles servent : ■ Simplifier l'écriture ….

■ **… de grands nombres (Exposant positif)** :

n un entier positif non nul :

$$10^n = \underbrace{10 \times \cdots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 1\,\underbrace{0 \ldots 0}_{n \text{ zéros}}$$

Exemples.

$$10^8 = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{8 \text{ fois}} = \underbrace{100\,000\,000}_{8 \text{ zéros}}$$

• 1 gogol = 10^{100} = 10….000 (1 suivi de 100 zéros)

■ **… de petits nombres (Exposant négatif)** :

n un entier positif non nul :

10^{-n} désigne l'inverse de 10^n,

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10 \times \cdots \times 10}_{n \text{ facteurs}}} = \frac{1}{1\,\underbrace{0 \ldots 0}_{n \text{ zéros}}} = 0,\ \underbrace{00 \ldots 01}_{n \text{ décimales}}$$

Exemple.

$10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100\,000} = 0{,}000\,01$ (il y a **5** chiffres après la virgule).

Méthode 1. Passer de l'écriture scientifique à l'écriture décimale

• $5{,}78 \times 10^6 = 5{,}78 \times 1\,000\,000 = 5\,780\,000$

• $29{,}1 \times 10^{-5} = 29{,}1 \times 0{,}000\,01 = 0{,}000\,291$

Méthode 2. Passer de l'écriture décimale à l'écriture scientifique

• 175 000 000 = $1{,}75 \times 10^{\cdots}$ → 175 000 000 = $1{,}75 \times 10^8$

• 0,000 005 9 = $5{,}9 \times 10^{\cdots}$ → 0,000 005 9 = $5{,}9 \times 10^{-6}$

Méthode 3. Calculs

• Donner l'écriture scientifique et décimale de

$$A = \frac{70 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-5}}{2{,}8 \times 10^{-4}}$$

$$A = \frac{70 \times 2}{2{,}8} \times \frac{10^3 \times 10^{-5}}{10^{-4}} = \frac{140}{2{,}8} \times 10^{3-5+4}$$

A = 50×10^2 = 5 000 (E.D) = 5×10^3 (E.S)

➔ **Fiche Mémo du chapitre**

Exercice type 1. Utiliser les puissances (Objectif DNB)

Énoncé.

On laisse tomber une balle d'une hauteur de 1 m.

A chaque rebond, elle rebondit aux trois quarts de la hauteur d'où elle est tombée.

a. Exprimer à l'aide de la notation puissance la hauteur, en m, atteinte par la balle au 5e rebond ?

b. A partir de combien de rebonds la balle remontera-t-elle de moins de 10 cm ?

Solution.

a. $\frac{3}{4}$ = 0,75 et = 75 cm.

La hauteur de la balle au 5e rebond est égale à :

h = 1 m $\times$ $0{,}75^5 \approx 0{,}24$ m soit environ **24 cm**.

b. A l'aide de la calculatrice, on obtient :

$0{,}75^8 \approx 0{,}10$ et $0{,}75^9 \approx 0{,}08$.

Donc la balle remontera de moins de 10 cm à partir de **9 rebonds**.

Exercice type 2. Utiliser les puissances (Objectif DNB)

Énoncé.

Un cheveu humain pousse à une vitesse d'environ $1{,}25 \times 10^{-5}$ m/h.

Un cheveu de Léo mesure 5,4 cm.

a. Quelle sera sa longueur, en cm, dans 60 jours ?

b. Quelle proportion de la longueur initiale du cheveu la pousse représente-t-elle ? Donner le résultat sous forme fractionnaire.

Solution.

a. 60 jours = 60 $\times$ 24 h = 1 440 h.

Calculons la longueur L de la pousse pour 60 jours.

L = $1{,}25 \times 10^{-5}$ m/h $\times$ 1 440 h = $1\,800 \times 10^{-5}$ m

L = $1{,}8 \times 10^3 \times 10^{-5}$ m = $1{,}8 \times 10^{3-5}$ m = $1{,}8 \times 10^{-2}$ m

Or, 10^{-2} m = 1 cm d'où : L = 1,8 cm. 5,4 cm + 1,8 cm = 7,2 cm.

Dans 60 jours, la longueur de ce cheveu sera **7,2 cm**.

b. Proportion = $\frac{L}{5{,}4 \text{ cm}} = \frac{1{,}8 \text{ cm}}{5{,}4 \text{ cm}} = \mathbf{\frac{1}{3}}$

Exercice type 3. Utiliser les puissances (Objectif DNB)

Énoncé.

Une bactérie « se divise » en deux bactéries, chacune des deux bactéries obtenues « se partage » en deux nouvelles bactéries... Lorsque les conditions sont favorables, le nombre de bactéries peut être multiplié par deux toutes les trente minutes.

Un chercheur place une bactérie en conditions favorables.

Combien obtient-il de milliards de bactéries au bout de 18 h ?

Solution.

18 h = 36 $\times$ 0,5 h = **36** $\times$ 30 min.

Le nombre de bactéries doublant toutes les 30 min :

Au bout de 1 $\times$ 30 min, on obtient 2 = 2^1 bactéries ;

Au bout de 2 $\times$ 30 min, on obtient 2 $\times$ 2 = 2^2 bactéries ;

Au bout de 3 $\times$ 30 min, on obtient 2 $\times$ 2 $\times$ 2 = 2^3 bactéries ;

…..

Au bout de 36 $\times$ 30 min, on obtient 2^{36} bactéries.

Or, 2^{36} = 68 719 476 736.

Au bout de 18 h, on obtient environ **68 milliards** de bactéries.