

1. Triangles semblables

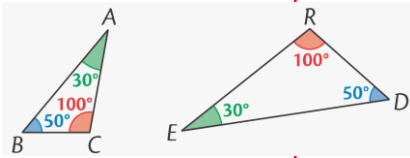
■ Triangles avec leurs angles deux à deux de même mesure \Rightarrow Triangles de **même forme** (mais pas forcément de même taille).

Exemple. \underline{D} : $\widehat{BAC} = \widehat{DER}$;

$\widehat{ABC} = \widehat{RDE}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{DRE}$

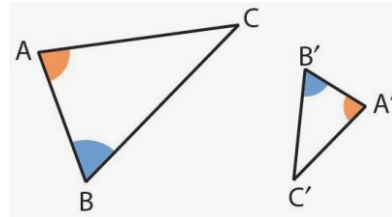
\underline{P} : ci-dessus ;

\underline{C} : Les triangles ABC et EDR sont semblables.



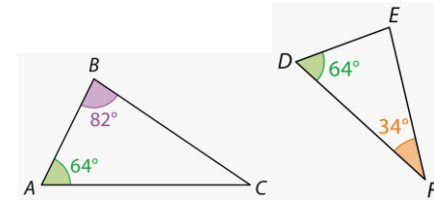
2. Reconnaître deux triangles semblables

■ Si deux triangles ont **deux angles** deux à deux de **même mesure**, alors ils sont semblables (car la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° .)



Exemple.

Justifier que les triangles ABC et DEF sont semblables.



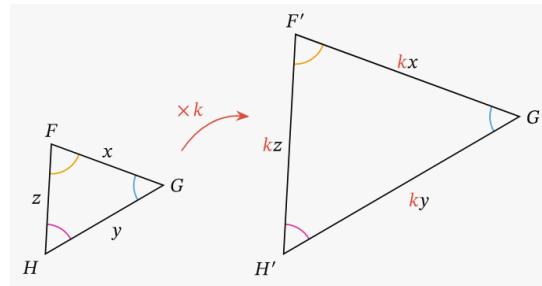
Dans le triangle ABC ,

$$\widehat{ACB} = 180^\circ - (64^\circ + 82^\circ) = 180^\circ - 146^\circ = 34^\circ.$$

• $\widehat{BAC} = \widehat{EDF} = 64^\circ$ et $\widehat{ACB} = \widehat{DFE} = 34^\circ$.

Les triangles ABC et DEF ont deux angles deux à deux de même mesure, donc ils sont semblables.

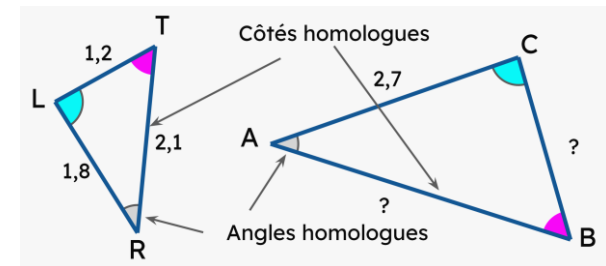
Ch08. Utiliser des triangles semblables (3^e) (AFC10)



3. Triangles semblables et proportionnalité

■ Si deux triangles sont **semblables**, alors les **longueurs** de leurs côtés sont **proportionnelles**.

■ Réciproquement, si les **longueurs** des côtés de deux triangles sont **proportionnelles**, alors ces deux triangles sont **semblables**.



côtés	LT	TR	RL	$\frac{2,7}{1,8}$ $\times 1,5$	$AB = 2,1 \times 1,5 = 3,15$ $BC = 1,2 \times 1,5 = 1,8$
côtés	1,2	2,1	1,8		
ABC	?	?	2,7		

Le triangle ABC est un agrandissement du triangle RTL de rapport $1,5 = \frac{3}{2}$

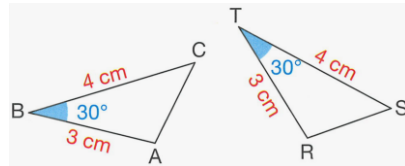
ou bien le triangle RTL est une réduction du triangle ABC de rapport $\frac{2}{3}$.

4. Triangles égaux

■ Quand deux triangles semblables ont la même taille, ils sont alors superposables et sont dits triangles **égaux**.

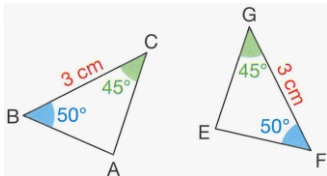
■ Un angle de même mesure compris entre deux côtés deux à deux de même longueur.

Exemple.



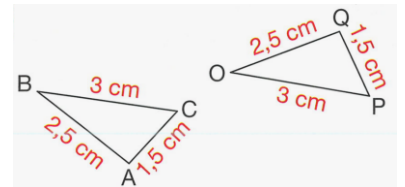
■ Un côté de même longueur compris entre deux angles deux à deux de même mesure.

Exemple.



■ Les trois côtés deux à deux de même longueur.

Exemple.



Exercice type 1. Utiliser des triangles semblables (Objectif DNB)

Énoncé.

Dans un parc, deux circuits forment deux triangles semblables. Les dimensions des côtés du petit circuit sont : 300 m, 360 m et 570 m. Le petit côté du grand circuit mesure 500 m. Quelle distance EXACTE parcourt-on quand on effectue deux tours du grand circuit ?



Solution.

D : Comme les deux triangles sont semblables, **P :** Triangles semblables et proportionnalité.

C : les longueurs de leurs côtés sont deux à deux proportionnelles.

Calcul du coefficient d'agrandissement k (à l'aide des longueurs des deux plus petits côtés homologues de chacun des triangles) : $500 = k \times 300$

d'où : $k = \frac{500}{300}$ soit $k = \frac{5}{3}$. Le grand triangle est un *agrandissement* du petit triangle de rapport $\frac{5}{3}$.

Grâce au coefficient d'agrandissement, on calcule la longueur des deux autres côtés du grand triangle.

$$360 \text{ m} \times \frac{5}{3} = \frac{360 \text{ m}}{3} \times 5 = 120 \text{ m} \times 5 = \mathbf{600 \text{ m}}$$

$$\text{et } 570 \text{ m} \times \frac{5}{3} = \frac{570 \text{ m}}{3} \times 5 = 190 \text{ m} \times 5 = \mathbf{950 \text{ m}}.$$

Calcul de la distance parcourue : On peut alors calculer la distance parcourue quand on effectue deux tours du grand circuit :

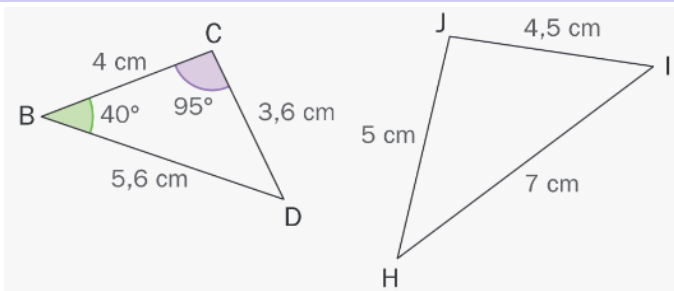
$$(500 \text{ m} + 600 \text{ m} + 950 \text{ m}) \times 2 = 2\,050 \text{ m} \times 2 = \mathbf{4\,100 \text{ m}}.$$

Exercice type 2. Démontrer que deux triangles sont semblables (Objectif DNB)

Énoncé.

On considère les deux triangles ci-contre.

Déterminer, en justifiant, les mesures des angles du triangle HIJ.



Solution.

On range les longueurs de leurs côtés dans l'ordre **croissant** :

Triangle BCD, on a : $CD < BC < BD$; Triangle HIJ, on a : $IJ < JH < IH$.

$$\frac{CD}{IJ} = \frac{BC}{HJ} = \frac{BD}{IH}$$

D : L'égalité à tester est :

(quotients des longueurs des côtés « homologues » dans le même ordre)

$$\bullet \frac{CD}{IJ} = \frac{3,6}{4,5} = \frac{4}{5} = 0,8 \quad \bullet \frac{BC}{HJ} = \frac{4}{5} \quad \bullet \frac{BD}{IH} = \frac{5,6}{7} = 0,8$$

L'égalité est **vraie** ⇒ Les longueurs des côtés des triangles sont deux à deux proportionnelles.

P : Triangles semblables et proportionnalité.

C : Les deux triangles BCD et HIJ sont **semblables**.

Le triangle HIJ est un *agrandissement* du triangle BCD de rapport $\frac{5}{4}$ (= 1,25) ou BCD est une *réduction* de HIJ de rapport $\frac{4}{5}$ (= 0,8).

⚠ Si deux rapports sont différents, alors les deux triangles NE sont PAS semblables.

Comme les deux triangles BCD et HIJ sont semblables, les angles homologues ont la même mesure.

$$\rightarrow \widehat{IJH} = \widehat{BCD} = \mathbf{95^\circ} ; \widehat{IHJ} = \widehat{CBD} = \mathbf{40^\circ} \text{ et } \widehat{HIJ} = \widehat{BDC} = 180^\circ - (95^\circ + 40^\circ) = \mathbf{45^\circ}.$$