

1. Expression littérale (Vocabulaire)

■ Expression avec des nombres et des lettres.

A quoi elle sert : produire une formule ou traduire un programme de calcul pour **généraliser** un calcul, prouver une propriété en général.

■ Une **même lettre** représente le **même nombre** :

→ C'est une **variable** si sa valeur peut changer sinon c'est une **constante**.

■ **Calculer une expression littérale** : en attribuant une valeur aux variables.

Exemples. • $P = 2 \times \pi \times r$ ($r \rightarrow$ variable et $\pi \rightarrow$ constante !).

• Un cinéma vend 10 € une carte d'abonnement à domicile puis 3 € la place.

On exprime le prix p en fonction du nombre n de places achetées par la

formule $p = 10 + n \times 3$. Pour 8 entrées, $p = 10 + 8 \times 3 = 34$ €

• Le programme de calcul suivant : « Je choisis un nombre a .

Je le multiplie par 7. J'ajoute 9 au produit obtenu. » peut être traduit par l'expression : $a \times 7 + 9$

• Le volume d'un cône de rayon 4 cm et de hauteur 5 cm est égal à

$$V = \frac{\pi \times 4^2 \times 5}{3} = \frac{80}{3}\pi \approx 84 \text{ cm}^3.$$

2. Simplifications d'écriture

■ **convention** : on n'écrit pas le **signe « x »** devant *une lettre ou une parenthèse*.

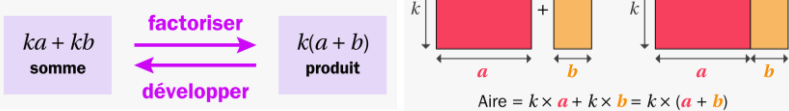
■ **notations** : pour tout nombre a , $a \times a$ se note a^2 (a au carré), $a \times a \times a$ se note a^3 (a au cube), etc ...

■ **égalités évidentes** : $0 \times a = 0$; $1 \times a = a$; $-1 \times a = -a$.

■ **commutativité de l'addition et de la multiplication**.

3. Distributivité simple

$$ka + kb = k(a + b)$$



Exemples.

• **Développer** $A = -4(3y - 2)$

On peut utiliser le tableau suivant :

\times	$3y$	-2
-4	$-12y$	8

$$A = -12y + 8$$

• **Factoriser** $B = 12x - 8$

On fait apparaître un facteur commun

(ici, 4)

$$B = 4 \times 3x + 4 \times (-2)$$

$$B = 4(3x - 2)$$

Ch07. Utiliser le calcul littéral (3^e) (AFC6)

Exemples.

• $3 \times m = 3m$; Cette règle ne s'applique pas pour le produit

3×5 qui ne peut pas s'écrire 35 ! $3 \times 5 \neq 35$

• $a \times b = ab$; • $c \times 4 = 4 \times c = 4c$ (plutôt que $c4$)

• $7 \times (x + 2) = 7(x + 2)$; • $(8 + x) \times (3 - y) = (8 + x)(3 - y)$

• $3 + a + 2 = 3 + 2 + a = 5 + a$;

• $2x \times 3x = 2 \times x \times 3 \times x = 2 \times 3 \times x \times x = 6 \times x^2 = 6x^2$

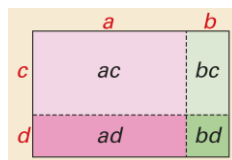
Ne pas confondre a^2 et $2a$!

$a^2 = a \times a$ et $2a = 2 \times a = a + a$ (de même, pour a^3 et $3a$).

4. Distributivité double

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Développer



Exemple.

2 → La double distributivité

Développer

$$B = (2x - 3)(5x - 4)$$

$$B = 10x^2 - 8x - 15x + 12$$

$$B = 10x^2 - 23x + 12$$

On recopie l'expression. Ensuite, on peut utiliser un tableau tel que celui-ci :

\times	$5x$	-4
$2x$	$10x^2$	$-8x$
-3	$-15x$	12

On réduit, c'est-à-dire, on compte les termes en x^2 puis les termes en x puis enfin les termes constants. ($-8 - 15 = -23$ pour les termes en x)

5. Réduire

■ Développer ou factoriser permet de **réduire** une expression littérale (en regroupant les termes **par famille**).

Exemples.

$$\bullet 6z + 2z = (6 + 2)z = 8z$$

$$\bullet 2(x + 3) + 4(x - 5) = 2x + 6 + 4x - 20 = 6x - 14$$

$$\bullet 3 - (a - 7) = 3 - 1(a - 7) = 3 - a + 7 = -a + 10$$

$9 - 8x$ ou $4x^2 + 6x$ ne peuvent pas être réduites

$$\bullet 3x^2 + 4x - 5 + 2x^2 - x + 11 = \boxed{3x^2} + \boxed{4x} - \boxed{5} + \boxed{2x^2} - \boxed{x} + \boxed{11}$$

$$= 3x^2 + 2x^2 + 4x - 1x + 11 - 5 = 5x^2 + 3x + 6$$

6. Identité remarquable

$$\bullet (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exemples.

• Développer $(5x - 3)(5x + 3)$

On reconnaît l'identité remarquable précédente

$$(5x - 3)(5x + 3) = (5x)^2 - 3^2$$

$$= 25x^2 - 9$$

• Factoriser $64 - 36x^2$

$$64 - 36x^2 = (8)^2 - (6x)^2$$

On reconnaît l'identité remarquable précédente

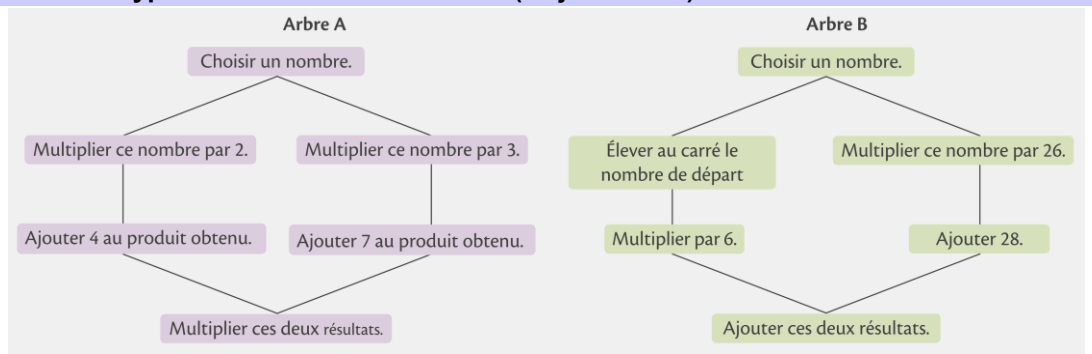
$$a^2 - b^2 \text{ avec } a = 8 \text{ et } b = 6x$$

$$(8)^2 - (6x)^2 = (8 + 6x)(8 - 6x)$$

Exercice- type 1. Utiliser le calcul littéral (Objectif DNB)

Énoncé.

Voici deux arbres de calcul :
 Manolo prétend que, pour n'importe quel nombre de départ, ces deux arbres de calcul donnent le même résultat.
 Manolo a-t-il raison ? Justifier.



Solution.

On note x le nombre de départ.

- Avec l'arbre **A**, le nombre final est : $(2x + 4)(3x + 7) = 6x^2 + 26x + 28$ (distributivité double)
- Avec l'arbre **B**, le nombre final est : $6x^2 + 26x + 28$ → Donc Manolo a **raison**.

Exercice- type 2. Utiliser le calcul littéral (Objectif DNB)

Énoncé.

« Si n est un entier, $(n + 1)(n - 1) + 1$ est toujours égal au carré d'un nombre entier ». Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

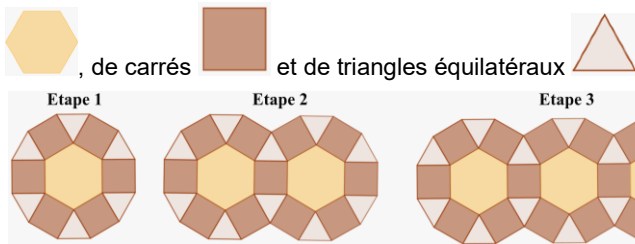
Solution.

On développe $(n + 1)(n - 1) + 1$.
 → $(n + 1)(n - 1) + 1 = n^2 - 1^2 + 1 = n^2$.
 n est un entier, donc n^2 est bien le carré d'un nombre entier.
 Cette affirmation est **vraie**.

Exercice type 3. Utiliser le calcul littéral (Objectif DNB)

Énoncé.

Un carreleur décide de réaliser une frise à l'aide d'hexagones



1°) Pour chacune des étapes 1, 2 et 3, compléter les cadres ci-dessous en indiquant le nombre de carrés et le nombre de triangles équilatéraux.

Étape 1	Étape 2	Étape 3
Hexagone : 1	Hexagone : 2	Hexagone : 3
Carrés :	Carrés :	Carrés :
Triangles équilatéraux :	Triangles équilatéraux :	Triangles équilatéraux :

2°) Indiquer dans le cadre ci-dessous combien il faudra d'hexagones, de carrés et de triangles à l'étape 4 ?

Étape 4
Hexagone :
Carrés :
Triangles équilatéraux :

3°) n désigne un nombre entier positif non nul.

Le carreleur désire connaître le nombre de carrés nécessaires pour réaliser la frise à l'étape n . Il demande à ses deux enfants Chaïma et James d'écrire en fonction de n , une expression qui donne le nombre de carrés qu'il devra utiliser pour réaliser la frise à l'étape n . Chaïma propose l'expression $A = 6n - (n - 1)$ et James propose l'expression $B = 6 + 5(n - 1)$.

Démontrer que les expressions A et B proposées par Chaïma et James sont égales.

4°) Le carreleur dit à ses enfants: « Félicitations vous avez trouvé tous les deux une expression qui donne le nombre de carrés à utiliser pour réaliser la frise à l'étape n . »

Donner une expression C qui donne le nombre de triangles équilatéraux nécessaires pour réaliser la frise à l'étape n .

5°) Combien le carreleur devra-t-il utiliser d'hexagones, de carrés et de triangles équilatéraux pour réaliser la frise à l'étape 26 ?

Solution.

1°)

Étape 1	Étape 2	Étape 3
Hexagone : 1	Hexagone : 2	Hexagone : 3
Carrés : 6	Carrés : 11	Carrés : 16
Triangles équilatéraux : 6	Triangles équilatéraux : 10	Triangles équilatéraux : 14

2°)

Étape 4
Hexagone : 4
Carrés : 21
Triangles équilatéraux : 18

3°) n désigne un nombre entier positif non nul

D'une part, $A = 6n - (n - 1) = 6n - n + 1 = \mathbf{5n + 1}$

D'autre part, $A = B = 6 + 5(n - 1) = 6 + 5n - 5 = \mathbf{5n + 1}$

Les expressions A et B sont bien égales.

4°) $\mathbf{C = 6 + 4(n - 1) = 4n + 2}$

5°) A l'étape 26, il devra utiliser :

→ $\mathbf{26}$ hexagones.

→ $5 \times 26 + 1 = 130 + 1 = \mathbf{131}$ carrés.

→ $6 + 4 \times (26 - 1) = 6 + 4 \times 25 = 6 + 100 = \mathbf{106}$ triangles équilatéraux.