

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Page 1 de 45

Table des matières

DescriptifPage 2

Séance 1..... 3
Séance 2..... 4
Séance 3..... 5

Séance 1Page 6

Fiche de préparation 6
Productions d'élèves 9
Analyse didactique 11

Séance 2Page 13

Fiche de préparation 13
Productions d'élèves 18
Analyse didactique 20

Séance 3Page 23

Fiche de préparation 23
Productions d'élèves 26
Analyse didactique 27

AnnexesPage 30

Séance 2

« Fiche résumé » de la préparation..... 31
Affiche..... 33
Productions d'élèves 34

Séance 3

Exemple de feuille de consignes 41
Exemples d'enveloppes 42
Organisation 44
Argumentation 45

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Page 2 de 45

Descriptif

Introduction

Les séances présentées dans le DVD concernent, dans un premier temps, les élèves de CP et, dans un deuxième temps, l'ensemble de la classe, ce qui permet d'illustrer la manière dont une même situation va pouvoir servir de référence pour tous et être l'occasion d'un véritable travail en double-niveau.

C'est aussi la raison pour laquelle le matériel choisi pour les élèves de CP est le même que celui que les élèves de CE1 ont utilisé lorsqu'ils ont vécu cette situation : des allumettes dont on a enlevé l'extrémité comportant le soufre, des élastiques pour constituer des paquets de dix. Les enveloppes contenant dix paquets de dix allumettes proposés aux CE1 ont été remplacés par des sachets en plastique transparent.

Les enveloppes opaques permettent aux élèves de CE1 de considérer une centaine d'allumettes comme un objet mathématique à part entière. Ils peuvent évoquer mentalement le contenu de l'enveloppe (dix paquets de dix) parce qu'ils connaissent déjà le groupement par dix.

Les élèves de CP ont à construire cette représentation mentale et le recours au sachet transparent peut être une aide à cette construction.

La séquence présentée est constituée de plusieurs séances dont trois ont été filmées et dont le montage constitue le contenu du DVD.

Les premières séances du DVD ont été menées uniquement avec les élèves de CP.

La dernière séance du DVD a été menée avec l'ensemble de la classe.

La séquence

Objectifs de l'enseignant

Pour les élèves de CP :

- Introduire le groupement par dix ;
- Faire que les élèves commencent à donner du sens à l'écriture chiffrée d'un nombre composé de deux ou trois chiffres ;
- Introduire les mots « unité », « dizaine », « centaine ».

Pour les élèves de CE1 :

- Réactiver leurs connaissances concernant l'écriture chiffrée des nombres et plus particulièrement la signification de la position de chacun des chiffres dans l'écriture d'un nombre en terme de groupement ;
- Construire la technique opératoire de l'addition posée en colonnes ;
- Utiliser leurs compétences pour pouvoir tutorer les élèves de CP et valider leur travail.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Descriptif (suite)

Page 3 de 45



Séance 1 (filmée)

Durée effective : 1h 15min

Seuls les élèves de CP sont concernés.

Objectifs de l'enseignant :

- Faire prendre conscience aux élèves que pour dénombrer une grande collection d'objets, il est nécessaire d'abandonner les procédures de comptage de un en un ou de deux en deux au profit de procédures de groupement ;
- Faire prendre conscience aux élèves que, pour que l'on puisse se mettre d'accord sur la désignation du nombre d'éléments d'une collection, il est nécessaire de choisir la même règle de groupement ;
- Introduire le groupement par dix.

Tâches des élèves :

- Prévoir le nombre n d'éléments d'une grande collection d'objets ($500 < n < 1000$) ;
- Dénombrer une grande collection d'objets.

Institutionnalisation :

- Nécessité de se mettre d'accord sur le groupement choisi pour dénombrer plus facilement une grande collection et pour pouvoir désigner le nombre de ses éléments.

Séance 1bis (non filmée) :

Seuls les élèves de CP sont concernés.

Objectifs de l'enseignant :

- Faire émerger chez les élèves les connaissances mathématiques qu'ils sont en train de construire ;
- Amener les élèves à améliorer la syntaxe et le lexique.

Tâches des élèves :

- Produire une trace écrite permettant de raconter la première séance.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Descriptif (suite)

Page 4 de 45



Séance 2 (filmée)

Durée effective : 1h 15min

Seuls les élèves de CP sont concernés.

Objectifs de l'enseignant :

- Introduire les mots « unité », « dizaine », « centaine » ;
- Amener les élèves à produire des écritures mathématiques pour traduire le contenu d'un sachet (cent bâchettes) ;
- Commencer à donner du sens à l'écriture chiffrée des nombres.

Tâches des élèves :

- Commenter les productions de la séance précédente ;
- Produire une écriture mathématique pour traduire le contenu d'un sachet de dix paquets de dix bâchettes ;
- Trouver le nombre total de bâchettes.

Institutionnalisation :

- Institutionnaliser le groupement par dix en tant que choix conventionnel ;
- Institutionnaliser les mots « unité », « dizaine », « centaine » avec leur signification ;
- Proposer plusieurs traductions du contenu d'un sachet de dix paquets de dix bâchettes.

Séances intermédiaires :

Entre la séance 2 et la dernière séance filmée, l'enseignante a proposé :

- aux élèves de CP des séances d'entraînement à l'utilisation du matériel constitué lors des séances précédentes :
 - elle écrit un nombre à deux chiffres au tableau et un élève doit aller chercher la collection de bâchettes correspondante en utilisant le matériel : bâchettes isolées et paquets de dix ;
 - réciproquement, elle propose une collection de bâchettes, comme par exemple trois bâchettes isolées et six paquets de dix bâchettes, et les élèves doivent écrire le nombre de bâchettes sur leur ardoise.Il s'agit de permettre aux élèves de construire la signification de la position de chacun des chiffres dans l'écriture d'un nombre.
Elle introduit une schématisation du matériel.
- aux élèves de CE1, une séance pour leur permettre de s'approprier la tâche qui leur sera demandée pour tutorer les élèves de CP. Elle a pour objectif de mettre à jour chez les élèves de CE1 les connaissances mathématiques qui seront utilisées pour mener à bien cette tâche.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Descriptif (suite)

Page 5 de 45



Séance 3 (filmée)

Durée effective : 1h 30min

L'ensemble des élèves de la classe est concerné.

Objectifs de l'enseignant :

- Réinvestir les connaissances acquises lors des séances précédentes pour commencer à en construire d'autres : de la numération à la technique opératoire de l'addition ;
- Donner du sens à chacun des chiffres de l'écriture d'un nombre (à deux chiffres pour les CP et à trois chiffres pour les CE1) ;
- Rendre les élèves autonomes en mutualisant leurs compétences.

Tâches des élèves :

- Les élèves de CP et de CE1 doivent associer l'écriture chiffrée du cardinal d'une collection de bâchettes à la structuration de la collection à l'aide des groupes de dix et réciproquement ;
- Les élèves de CP doivent trouver le cardinal de la réunion de deux collections de bâchettes dont le nombre d'éléments est désigné par une écriture chiffrée ;
- Les élèves de CE1 doivent contrôler le travail des élèves de CP et trouver le cardinal de la réunion des deux collections par une procédure de calcul ;
- Les élèves doivent comparer leur procédure.

Institutionnalisation :

- La signification de l'écriture chiffrée d'un nombre ;
- Le fait que ces connaissances vont être utilisées pour calculer.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 1

Page 6 de 45



Fiche de préparation

Objectifs de l'enseignant

- Faire prendre conscience aux élèves que pour dénombrer une grande collection d'objets, il est nécessaire d'abandonner les procédures de comptage de un en un ou de deux en deux au profit de procédures de groupement.
- Faire prendre conscience aux élèves que pour que l'on puisse se mettre d'accord sur la désignation du nombre d'éléments d'une collection, il est nécessaire de choisir la même règle de groupement.
- Introduire le groupement par dix.

Tâches des élèves

- Prévoir le nombre n d'éléments d'une grande collection d'objets ($500 < n < 1000$).
- Dénombrer une grande collection d'objets.

Matériel

- Une collection de bâchettes dont le nombre est compris entre 500 et 600 éléments.
- Des élastiques.
- Des sacs en plastique transparent.
- Des boîtes.

Organisation

- Alternance entre travail collectif et travail par groupe de trois élèves.

Déroulement

Phase 1 (collective) : **présentation de la situation**

La situation est présentée comme un défi : la collection de bâchettes est étalée sur une table devant l'ensemble des élèves.

Consigne 1 : « *J'ai un certain nombre de bâchettes. Mon problème est de savoir combien il y en a exactement. À votre avis combien y a-t-il de bâchettes sur la table ?* »

Chaque élève propose une réponse qui est notée sur une partie du tableau.
Les réponses seront certainement différentes.

Consigne 2 : « *Pas un d'entre vous ne m'a proposé la même réponse et je voudrais savoir combien il y a exactement de bâchettes. Que proposez-vous ? Comment peut-on faire pour savoir combien il y a exactement de bâchettes ?* »

On s'attend à ce que les élèves proposent diverses procédures de comptage de la collection de bâchettes :

- comptage de un en un ;
- comptage de deux en deux ;
- comptage de cinq en cinq ;
- éventuellement comptage de dix en dix ;
- autres procédures de comptages (de n en n avec $n \neq 1, 2, 5, 10$) ;
- réalisation de tas réguliers.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 1 : fiche de préparation (suite)

Page 7 de 45



Chacune des procédures proposées par les élèves est mise à l'épreuve.

Si les élèves proposent de faire des tas de dix bâchettes ou de compter les bâchettes de dix en dix, on leur demande de justifier ces propositions.

Conclusion

Si les élèves proposent de compter les bâchettes de n en n ($n \neq 10$) ou de faire des tas de n bâchettes, on propose de choisir $n = 10$ (en référence à une procédure de comptage que les élèves ont déjà utilisée avec pour support le tableau des nombres) pour que l'on puisse tous se mettre d'accord.

Si le comptage de dix en dix est proposé, on entérine la procédure en s'appuyant sur la justification de ce choix par les élèves.

Phase 2 (par groupe de trois) : **structuration d'une collection de bâchettes en utilisant le groupement par dix.**

Organisation

Les élèves sont groupés par trois : un capitaine et deux aides. La répartition des groupes a été prévue et écrite au tableau et le nom de chaque capitaine a été souligné. Le capitaine est plutôt un élève en difficulté.

La collection initiale de bâchettes est répartie entre chaque groupe : le capitaine de chaque équipe reçoit une boîte comportant un certain nombre de bâchettes et des élastiques.

Tâche de chacun des élèves du groupe

Le capitaine doit extraire dix bâchettes de la collection contenue dans la boîte. Lorsqu'il a compté dix bâchettes, il donne le tas à un des aides qui vérifie. Après vérification, ce dernier donne le tas à un autre aide qui doit entourer le paquet de dix bâchettes avec un élastique.

Difficultés prévues : la gestion des élastiques.

Aides : utiliser les habiletés des élèves en changeant le rôle de chacun dans les groupes. Diminuer le nombre de bâchettes des groupes les plus lents pour réguler la durée de la phase.

Conclusion

L'enseignante réunit tous les paquets de dix bâchettes réalisés par les groupes ainsi que les bâchettes qui n'ont pu être regroupées.

Consigne : « *Que peut-on faire avec ces bâchettes ?* »

Réponse attendue : s'il y en a dix ou plus, on peut encore faire un paquet de dix bâchettes.

La collection de bâchettes ainsi organisée est à nouveau placée sur une table devant l'ensemble des élèves. Introduction des mots « dizaine » et « unité ».

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 1 : fiche de préparation (suite)

Page 8 de 45



Phase 3 (collective) : retour sur les prévisions du nombre de bâchettes de la collection

Les prévisions faites par les élèves concernant le nombre de bâchettes lors de la phase 1 sont reprises.

Consigne 1 : « Gardez-vous la même idée ? Changez-vous d'idée ? Pourquoi ? »

Chaque élève est amené à proposer une réponse qui, si elle change, est inscrite à côté de la première.

Modification possible : certains élèves peuvent proposer un nombre de bâchettes dont le chiffre des unités traduit le nombre de bâchettes isolées.

Les réponses sont à nouveau analysées.

On attend à nouveau des réponses différentes.

Consigne 2 : « A nouveau, pas un d'entre vous ne m'a proposé la même réponse. Comment faire pour savoir combien il y a exactement de bâchettes ? Comment faire pour continuer à compter les bâchettes ? »

On écoute les différentes propositions. En particulier, on attend des élèves qu'ils proposent de grouper par dix les tas de dix bâchettes.

Si cette proposition n'apparaît pas, on la propose aux élèves.

Les élèves sont alors répartis par trois comme lors de la phase précédente. La collection de bâchettes est à nouveau répartie entre les groupes qui disposent de sacs transparents dans lesquels ils doivent mettre dix tas de dix bâchettes.

Introduction du mot « centaine ».

A l'issue de ce travail, toutes les bâchettes ainsi organisées sont réunies.

On propose aux élèves de réfléchir à la manière dont on va écrire le nombre de bâchettes de la collection pour la séance suivante.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 1

Page 9 de 45



Productions d'élèves

Phase 1

Voici les propositions des élèves concernant le nombre de bâchettes de la collection.

L'enseignante écrit en chiffres la proposition que chaque élève donne oralement.

Matthieu	1 000
Julien	100
Chloé	1 002
Flavien	140
Gaëlle	110
Garlonn	10 000
Warren	1 060
Claire	150
Rayane	1 080
Ophélie	3 000
Alboury	120
Marine	1 003

Voici les procédures proposées par les élèves pour dénombrer la collection de bâchettes.

- Un élève propose de compter les bâchettes une à une et vient effectuer ce comptage. L'élève effectue le comptage jusqu'à trente-quatre bâchettes. Les autres élèves réagissent devant la longueur de la procédure.
- Un autre élève propose de compter les bâchettes par cinq et vient essayer cette procédure devant toute la classe. Au fur et à mesure du comptage, il groupe les bâchettes : « j'en prends cinq, puis après dix, puis après quinze ».
- L'enseignante lui demande de justifier son choix. L'élève lui répond que c'est parce que ça va plus vite.
- On compare avec la procédure précédente et on convient que cette nouvelle procédure est quand même longue.
- Un élève propose alors de compter les bâchettes par dix : « On les compte de dix en dix et après on fait des paquets de dix, ça va de plus en plus vite ».
- En même temps, un autre élève a proposé de compter les bâchettes de vingt en vingt mais il n'a pas insisté.

Phase 2

A l'issue du travail de groupe, l'enseignante réunit tous les paquets de dix bâchettes et toutes les bâchettes isolées.

Un élève propose alors de réunir ces dernières pour pouvoir peut-être faire encore un paquet de dix.

L'enseignante exécute ce qui vient d'être proposé en montrant ce qu'elle fait et en faisant en même temps participer les élèves au comptage ($6 + 3 + 1$, ça fait 10).

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 1 : Productions d'élèves (suite) Page 10 de 45



Phase 3

Les nouvelles propositions orales des élèves concernant le nombre de bâchettes sont prises en compte par l'enseignante et écrites en chiffres à côté des précédentes.

	Phase 1	Phase 3
Matthieu	1 000	100
Julien	100	1 000 000 000
Chloé	1 002	<i>idem</i>
Flavien	140	1 000
Gaëlle	110	1 040
Garlonn	10 000	4 000
Warren	1 060	1 066
Claire	150	18 000 000 000
Rayane	1 080	200
Ophélie	3 000	<i>idem</i>
Alboury	120	<i>idem</i>
Marine	1 003	2 000 000 000

On remarque alors que certains élèves ne modifient pas leur première proposition, que d'autres proposent un très grand nombre (un d'entre eux a commencé et les autres semblent l'imiter).

Aucun élève ne prend en compte, dans sa proposition, le nombre de bâchettes isolées (le 5 qui aurait pu être proposé comme chiffre des unités). On remarque néanmoins qu'un élève modifie sa première proposition en changeant uniquement le chiffre des unités.

Les élèves sont alors amenés à donner leur avis.

Un élève dit que dix-huit milliards ça fait beaucoup.

Les élèves qui n'ont pas modifié leur proposition l'ont gardée parce qu'ils pensent que c'est la bonne.

L'enseignante interroge l'élève qui a modifié uniquement le chiffre des unités mais il ne semble pas savoir vraiment pourquoi.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 1

Page 11 de 45

Analyse didactique

Analyse a priori

Connaissances mathématiques en jeu

- La numération écrite chiffrée : aspect groupement.
- L'introduction de la règle de groupement par dix sur laquelle est fondée notre système de numération écrite chiffrée.

On peut alors construire la séance autour de l'enjeu suivant :

Il y a nécessité de se mettre d'accord sur la manière d'obtenir le nombre exact de bâchettes.

Ceci doit rendre nécessaire le choix d'un comptage efficace des bâchettes et ainsi le choix du comptage par dix et l'introduction conventionnelle du groupement par dix.

C'est parce qu'on n'arrive pas à se mettre d'accord que l'on va proposer un moyen commun pour arriver à compter efficacement les bâchettes et obtenir ainsi un consensus sur la réponse.

Variables didactiques :

- Le matériel : les bâchettes et les élastiques, les sachets en plastique transparent.
Le choix du matériel permet aux élèves de «voir» qu'une dizaine est constituée de dix unités et qu'une centaine est constituée de dix dizaines.
Ce choix peut avoir une influence sur la manière d'écrire le contenu d'un sachet transparent.
Il peut aussi faire obstacle à la mise en place de la représentation de la dizaine ou de la centaine en tant que nouvelle unité.
- La taille de la collection : elle doit être supérieure à cent pour engager les élèves à réitérer la procédure de groupement par dix.

Procédures des élèves pour dénombrer la collection

- Comptage de n en n ($n = 1, 2, 5, 10$ ou autre).
- Constitution de tas de n éléments.

Les procédures produites peuvent dépendre des connaissances et compétences déjà acquises des élèves concernant les procédures de comptage. Ici, les élèves ont les moyens de commencer à résoudre le problème en utilisant les connaissances qu'ils ont acquises : le comptage de n en n avec $n = 1, 5, 10$, connaissances développées lors des activités proposées autour du tableau des nombres jusqu'à 100, du « jeu du château »¹... Ils ont appris à repérer la régularité de la suite écrite des nombres, ils ont remarqué que lorsqu'on compte de cinq en cinq, les nombres se terminent alternativement par 0 ou 5, que quand on compte de dix en dix, les nombres se terminent par 0.

Pour être utilisée comme support aux apprentissages, cette activité ne doit pas être proposée trop tôt afin que les élèves puissent commencer à résoudre la situation avec les connaissances qu'ils ont déjà acquises et qu'ils puissent avoir conscience de l'obstacle à surmonter : dénombrer de manière efficace une collection composée d'un grand nombre d'objets pour arriver à obtenir son cardinal de manière exacte.

Difficultés prévisibles

- La gestion du matériel (bâchettes et élastiques) qui demande des compétences en motricité fine.
- Ne pas réitérer la procédure de groupement par dix aux paquets de dix bâchettes.

¹ Cf. [La progression](#)

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 1 : Analyse didactique (suite) Page 12 de 45



Analyse a posteriori

Elle est illustrée par les propos de l'enseignante lors de l'entretien.

Du côté des élèves

Les élèves ont eu l'occasion de mettre à l'épreuve les procédures de comptage déjà éprouvées pour dénombrer des collections peu importantes. Ils ont su réinvestir des connaissances acquises lors des séances précédentes, en particulier le comptage par dix.

Ils ont pu prendre conscience de la nécessité de se mettre d'accord sur une procédure commune pour dénombrer une grande collection d'objets grâce à la trace écrite de leurs différentes propositions concernant la demande de l'enseignante : savoir le nombre exact de bâchettes.

Néanmoins, à l'issue de la séance, ils ne perçoivent pas encore l'aspect conventionnel du groupement par dix. Ce fait est illustré par un élève qui, lors de la phase 3, demande à l'enseignante pourquoi on doit grouper par dix les paquet de dix bâchettes constitués lors de la phase 2.

La gestion du matériel ne leur a pas trop posé de problèmes.

Les groupes ont bien fonctionné, la tâche de chacun a été respectée ce qui a permis la structuration de la collection en paquet de dix et de cent.

Du côté de l'enseignante

Les consignes données ont permis, d'une part, de bien mettre en évidence l'enjeu de la situation tout au long de la séance et, d'autre part, d'engager les élèves dans les différentes tâches prévues.

Elle a laissé le temps aux élèves d'éprouver les procédures proposées sans mettre en avant son avis.

Elle a essayé de prendre en compte la parole des élèves et, si elle a semblé parfois ne pas le faire, ses propos lors de l'entretien montrent qu'il n'en est rien.

Par exemple, lors de la phase 2, un élève a proposé de compter les bâchettes de vingt en vingt mais il n'a pas insisté et l'enseignante n'a pas repris cette procédure pour sauter sur l'occasion de l'apparition de celle du comptage de dix en dix en la justifiant en référence aux activités autour du tableau de nombres (jeu du château ...) qui ont été l'occasion pour les élèves de pratiquer le comptage de dix en dix. La procédure de comptage de vingt en vingt sera reprise lors de la séance suivante pour mieux mettre en évidence l'aspect conventionnel du groupement par dix.

Lors de la phase 2, après avoir réuni tous les paquets de dix bâchettes et toutes les bâchettes isolées, elle a alors introduit oralement le mot « unité » : les bâchettes seules, ça s'appelle des « unités » ainsi que le mot « dizaine » : « un paquet de dix, ça s'appelle une dizaine ».

Il aurait peut-être fallu écrire ces nouveaux termes et leur signification au tableau de manière à ce que les élèves prennent mieux conscience de cette nouvelle connaissance.

Lors de la phase 3, après les nouvelles propositions des élèves concernant le nombre de bâchettes de la collection et le constat de la diversité des réponses, elle leur suggère alors de conserver l'idée du groupement par dix et de réunir dix paquets de dix bâchettes et de mettre chaque nouveau groupement dans un sac plastique transparent. Cette étape est trop rapide : elle aurait pu faire remarquer que les propositions sont encore différentes et que le problème initial était de connaître exactement le nombre de bâchettes de la collection. Elle aurait alors pu demander aux élèves de proposer des moyens pour continuer à compter les bâchettes de manière efficace.

La mise en évidence du décalage entre la préparation de l'enseignante et ce qui s'est effectivement passé permet de dégager ce qui devra être pris en compte dans la préparation de la séance suivante :

- mieux mettre en évidence les nouvelles connaissances introduites : unité et dizaine ;
- le fait que le choix du groupement par dix est une convention en revenant sur la proposition de l'élève de grouper les bâchettes par vingt.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 2

Page 13 de 45



Fiche de préparation

Introduction

Deux jours après la première séance, l'enseignante a demandé à ses élèves de raconter par écrit ce qu'ils avaient fait lors de cette dernière. Les réponses des élèves ont été corrigées du point de vue de l'orthographe et chaque élève a ensuite tapé sa proposition sur l'ordinateur.

Nous avons désigné cette séance « 1bis ». (cf. [descriptif](#))

Pour cette séance, les objectifs sont :

- faire émerger chez les élèves les connaissances mathématiques qu'ils sont en train de construire ;
- amener les élèves à améliorer la syntaxe et le lexique.

Nous sommes parties des écrits des élèves pour construire la seconde séance dont voici la fiche de préparation.

Objectifs de l'enseignant

- Introduire les mots « unité », « dizaine », « centaine » ;
- Amener les élèves à produire des écritures mathématiques pour traduire le contenu d'un sachet (cent bâchettes) ;
- Commencer à donner du sens à l'écriture chiffrée des nombres.

Tâches des élèves

- Commenter les productions de la séance précédente ;
- Produire une écriture mathématique pour traduire le contenu d'un sachet de dix paquets de dix bâchettes ;
- Trouver le nombre total de bâchettes.

Matériel

Pour la première phase

- Les affiches sur lesquelles sont écrites les productions de certains élèves obtenues à la séance 1bis ;
- Des aimants permettant de faire apparaître ces affiches au tableau ;
- La collection de bâchettes organisées en sachets de cent et en paquets de dix ;
- Les propositions des élèves faites lors de la séance 1 concernant le nombre total de bâchettes.

Pour la seconde phase

- Une feuille de papier et un crayon par élève ;
- Un sachet de dix paquets de dix bâchettes par groupe de deux élèves.

Pour la troisième phase

- La collection de bâchettes organisées en sachets de cent et en paquets de dix ;
- Les propositions des élèves faites lors de la séance 1 concernant le nombre total de bâchettes.

Organisation

- Alternance entre travail collectif et travail par groupe de deux élèves.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 2 : Fiche de préparation (suite) Page 14 de 45

Déroulement

Phase 1 (collective) : retour sur la séance 1 bis

- Rappel de ce qui a été fait lors des séances 1 et 1 bis

Consigne 1 : « J'avais mis sur cette table un certain nombre de bâchettes et nous devons nous mettre d'accord pour savoir combien il y en avait. Quelques jours plus tard, vous m'avez raconté ce qui s'était passé. J'ai lu avec attention ce que vous avez écrit et nous allons prendre un petit moment pour en parler. »

- Affichage des productions des élèves

Affichage des productions de
Marine et Gaëlle

On a fait des
mathématiques avec
des allumettes.
Gaëlle / Marine

Consigne 2 : « Qu'est-ce qui vous a permis de dire qu'on faisait des mathématiques ? »

Réponses attendues :

- il fallait compter les allumettes ;
- il fallait savoir combien il y avait d'allumettes ;
- on a proposé des nombres ;
- on a compté les allumettes par dix.

Affichages des productions d'Ophélie, de Flavien et de Garlonn

Catherine a dit
qu'il y a beaucoup
d'allumettes. Alors
que faire ?

Ophélie

Il y avait plein
d'allumettes et on
a compté de
plusieurs façons.

Flavien

Jeudi, on a compté
les allumettes parce
qu'on n'arrivait pas
à savoir combien il
y en avait.

Garlonn

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 2 : Fiche de préparation (suite) Page 15 de 45



Rappel des procédures de comptage utilisées

comptage de un en un

Consigne 3 : « Pourquoi avons-nous arrêté ? »

comptage de cinq en cinq

Consigne 4 : « Pourquoi l'avons-nous utilisé ? »

reprise de la proposition du comptage des allumettes de vingt en vingt.

Consigne 5 : « C'était une bonne idée, est-ce que ça pourrait marcher aussi ? »

comptage de dix en dix.

Institutionnalisation

Institutionnaliser le groupement par dix en tant que choix conventionnel. « Dans la communauté des mathématiciens, on a choisi une convention : une règle pour que tout le monde soit d'accord pour compter des objets : on a décidé de les compter par dix.

Parfois dans certains pays comme la Chine, avec le boulier, on compte par cinq et par deux ».

Affichage des propositions de Chloé et Warren

On a compté
les allumettes de 10 en 10
et on les a attachées.
Chloé

On a compté dix
allumettes mais c'était
un peu dur pour
savoir le nombre et
on a mis un élastique.
Warren

Consigne 6 : « Est-ce que vous vous souvenez comment nous avons appelé un paquet de dix ? »

Institutionnalisation

Introduire les mots « unité », « dizaine », « centaine » avec leur signification.

« Une allumette toute seule : une unité.

Un paquet de dix allumettes : une dizaine d'allumettes ».

Affichage de la proposition d'Albourn et de Matthieu

On a fait des
paquets de 10.
Matthieu

On les a attachées
avec des élastiques
et après on les a
mises dans des sachets.
Albourn

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 2 : Fiche de préparation (suite)

Page 16 de 45



Rappel du fait qu'un des élèves n'avait pas compris pourquoi nous mettions dix paquets dans un sachet.

Consigne 7 : « Est-ce que vous vous souvenez que Matthieu n'avait pas compris pourquoi nous avons mis dix paquets dans un sachet ? Aurions-nous pu faire autrement ? »

Affichage des propositions des élèves concernant le nombre total de bâchettes produites lors de la première séance et rappel du fait que les élèves n'étaient toujours pas d'accord sur le nombre exact d'allumettes.

<i>Ophélie</i>	<i>3 000</i>	<i>3 000</i>
<i>Albourn</i>	<i>120</i>	<i>120</i>
<i>Marine</i>	<i>1 003</i>	<i>2 000 000 000</i>
<i>Warren</i>	<i>1 060</i>	<i>1 066</i>
<i>Claire</i>	<i>150</i>	<i>18 000 000 000</i>
<i>Rayane</i>	<i>1 020</i>	<i>200</i>

« Pour se mettre d'accord sur le nombre exact d'allumettes, pour que nous puissions nous comprendre, nous avons décidé de grouper les paquets encore par dix et de les mettre dans un sachet. »

Institutionnalisation

Institutionnaliser à nouveau le groupement par dix en tant que choix conventionnel.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 2 : Fiche de préparation (suite) Page 17 de 45

Phase 2 (par groupe de deux) : écrire le contenu d'un sachet

Le matériel bâchettes, paquets, sachets est ressorti.

Les élèves sont installés par groupe de deux à leur table avec une feuille, un crayon, leur cahier mémoire.

Un sachet par groupe de deux élèves.

Consigne 8 : « Pour ne pas avoir tout le temps à recompter les bâchettes, pour que l'on se souvienne du nombre de bâchettes contenues dans un sac, vous allez essayer de trouver une écriture mathématique. »

Réponses attendues :

- 100
- $10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10$
- 10 fois 10
- 10 paquets de 10
- 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100

Demander aux élèves qui ont donné la réponse 100 de préciser :

« *Comment est-ce que tu as fait pour savoir que c'est bien 100 ?* »

Les différentes réponses sont ensuite vérifiées en utilisant le matériel.

Institutionnalisation

Introduction du mot centaine.

Une centaine de bâchettes = 100 bâchettes = 10 paquets de 10 bâchettes = 10 dizaines de bâchettes.

Phase 3 (collective) : le nombre total de bâchettes

La collection de bâchettes structurées à l'aide des groupements par dix est présente sur une table devant la classe.

Un élève vient au tableau remplir une [affiche](#) au fur et à mesure du comptage des différents objets qui composent la collection.

A l'issue du comptage du nombre de sachets, de paquets et de bâchettes isolées, demander aux élèves d'essayer d'écrire le nombre total de bâchettes.

Vérification des réponses des élèves en utilisant le comptage.

Comparaison avec les propositions produites lors de la première séance.

Conclusion

« Pour nous mettre d'accord sur le nombre exact d'allumettes, nous avons utilisé le groupement par dix. Cette façon de grouper a été choisie par les mathématiciens pour que nous puissions tous nous mettre d'accord pour compter exactement un grand nombre d'objets et pour trouver la même écriture de ce nombre. ».

Une centaine d'objets représente 100 objets ou 10 paquets de 10 objets ou 10 dizaines d'objets.

Une dizaine d'objets représente 10 objets.

Un objet représente une unité.

Remarque

Après avoir rédigé la fiche de préparation, l'enseignante a résumé les différents moments forts de cette dernière. C'est cette « [fiche résumé](#) » qu'elle a utilisée lors de la mise en œuvre.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 2

Page 18 de 45



Productions d'élèves

Phase 1 : retour sur la séance 1 bis

Les [écrits de Marine et de Gaëlle](#) évoquent explicitement les mathématiques. On peut faire l'hypothèse que pour ces deux élèves, le comptage des bâchettes de dix en dix est une activité mathématique.

L'[écrit d'Ophélie](#) évoque le grand nombre de bâchettes de la collection et la question sous-jacente des moyens envisagés pour les compter.

L'[écrit de Flavien](#) demande à être précisé : évoque-t-il les différentes procédures de comptage envisagées ? Évoque-t-il le fait que plusieurs propositions du nombre total de bâchettes ont été données ?

Les [écrits de Chloé et de Warren](#) évoquent la constitution d'un nouvel objet : le paquet de dix bâchettes (on les a attachées, on a mis un élastique).

L'[écrit d'Albourn](#) évoque la réitération du groupement par dix et la constitution d'un nouvel objet : le sachet de dix paquets de dix bâchettes.

L'analyse de ces écrits donne des informations à l'enseignante sur lesquelles elle va s'appuyer pour construire la première phase de la seconde séance afin :

- de permettre aux élèves de se rappeler l'ordre chronologique des événements et de comprendre pourquoi chaque étape a eu lieu ;
- de mettre en place des connaissances, au moment opportun.

Phase 2 : écritures mathématiques du nombre de bâchettes contenues dans un sachet

Pour trouver le nombre d'allumettes, les élèves ont tous utilisé le comptage de dix en dix. Les réponses sont exprimées de manière différente. Nous avons retenu quelques-unes d'entre elles.

[Warren et Marine](#) ont traduit l'existence de dix paquets de bâchettes dans le sachet. L'enseignante leur a alors demandé de préciser le nombre de bâchettes dans chaque paquet.

[Ophélie et Albourn](#) traduisent le comptage de dix en dix jusqu'à cent. On remarque qu'Ophélie a d'abord produit quatre-vingt-dix comme réponse. Elle a en effet sauté une dizaine dans son comptage initial. Après avoir comparé son résultat avec Albourn, elle a corrigé son erreur.

[Flavien](#) a compté de dix en dix mais il a sauté un paquet et arrive à cent alors qu'il lui en reste encore un à compter. Il poursuit son comptage après cent, en disant deux cents à la place de cent dix. En comparant avec son voisin, [Matthieu](#), il corrige son erreur.

Chloé a donné la réponse deux mille au hasard sans compter.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 2 : Productions d'élèves (suite) Page 19 de 45

Phase 3 : le nombre total de bâchettes

On détermine le nombre de sachets (six), le nombre de paquets (huit) et le nombre de bâchettes isolées (neuf) en traduisant à chaque fois par le nombre de bâchettes correspondantes :

6 sachets de 100	600
8 paquets de 10	80
9 bâchettes isolées	9

L'enseignante a demandé aux élèves d'essayer d'écrire le nombre total de bâchettes.

Les élèves proposent d'écrire le signe + devant chaque nombre traduisant ainsi la reconnaissance d'un problème additif (réunion de collections).

Cinq élèves ont donné une réponse : 900, 689, 1 000, 23 et 1 002.

Seul [Warren](#) a produit la bonne réponse. On la justifie à l'aide du matériel.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 2

Page 20 de 45

Analyse didactique

De la séance 1bis à la séance 2 : une illustration de la prise en compte des écrits des élèves pour construire une séance d'apprentissage en mathématiques

Il semblait important à l'enseignante que les enfants donnent du sens aux différentes tâches réalisées lors de la première séance. Deux jours plus tard, elle leur a demandé de raconter par écrit ce qu'ils ont vécu lors de cette dernière (séance 1bis).

En s'appuyant sur ces écrits, elle construit la deuxième séance de manière à :

- permettre aux élèves de se rappeler l'ordre chronologique des événements et de comprendre pourquoi chaque étape a eu lieu ;
- mettre en place des connaissances au moment opportun.

A partir d'une brève description du déroulement de la première phase de la séance 2, nous allons pouvoir analyser la manière dont l'enseignante prend en compte les écrits des élèves afin de les impliquer dans les apprentissages et d'atteindre les objectifs qu'elle s'est fixés.

L'enseignante rappelle ce que les enfants devaient faire, à savoir raconter ce qui s'était passé lors de la première séance.

« J'ai lu avec attention ce que vous avez écrit et nous allons prendre un petit moment pour en parler. »

Remarque : Il est important de prendre en compte ce que chacun a écrit. L'implication de tous est nécessaire. Le rôle de l'écrit est important. Le maître porte un regard sur....

L'enseignante va alors afficher les productions des élèves. L'ordre d'affichage de ces dernières a été choisi en fonction de ce que l'enseignante veut faire apparaître. Il est important, quitte à grouper certaines productions, que tous les élèves soient représentés à un moment ou un autre.

L'intégralité des écrits n'est pas retranscrit mais seulement la partie qui permet de faire avancer.

Affichage des productions de Marine et Gaëlle : « on a fait des mathématiques avec des allumettes. »

Enseignante *« Qu'est-ce qui vous a permis de dire qu'on faisait des mathématiques ? »*

Remarque : L'enseignante essaie de mettre à jour ce qui caractérise les « mathématiques » dans les tâches demandées aux élèves lors de la première séance.

Affichage des productions d'Ophélie, de Flavien et de Garlonn :

- « Catherine a dit qu'il y avait beaucoup d'allumettes. Alors que faire ? »
- « Des enfants ont trouvé des solutions différentes. »
- « On a compté les allumettes parce qu'on n'arrivait pas à savoir combien il y en avait. »

L'enseignante va alors pouvoir reprendre le problème posé et l'enjeu de la situation :

« Il y a beaucoup d'allumettes, on n'est pas d'accord sur leur nombre, donc il va falloir les compter pour savoir combien il y en a. »

Elle demande aux élèves de se remémorer les procédures de comptage utilisées et intervient pour qu'ils comprennent bien pourquoi ils en ont changé :

- comptage de 1 en 1 : *« pourquoi avons-nous arrêté ? »* ;
- comptage de 5 en 5 : *« pourquoi l'avons-nous utilisé ? »* ;
- comptage de 10 en 10.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 2 : Analyse didactique (suite) Page 21 de 45



L'enseignante introduit alors le fait que la communauté des mathématiciens a choisi une convention :

« Une règle a été créée par les mathématiciens de nombreux pays. Pour compter les objets, on a décidé de les grouper par dix. »

L'enseignante donne toutefois des exemples de pays où cette convention n'est pas appliquée.

Une proposition avait été faite par un élève de compter les allumettes par vingt lors de la première séance mais elle n'apparaît pas dans les écrits. L'enseignante la rappelle pour la valider et ainsi conforter l'élève qui l'avait trouvée. Elle répète alors la convention.

Affichage des productions de Matthieu, de Chloé et de Warren.

« On a fait des paquets de dix ».

« On les a attachés ».

« Avec un élastique ».

L'enseignante : « Est-ce que vous vous souvenez comment nous avons appelé un paquet de dix ? »

L'enseignante confirme une réponse, ou rappelle ce qui a été dit.

Affichage de la production d'Albourn : « On a compté de dix en dix avec des allumettes et après on les a mises dans des sachets ».

L'enseignante rappelle alors aux élèves qu'ils n'avaient pas tous compris pourquoi il avait été décidé de mettre dix paquets dans un sachet. Elle évoque à nouveau la convention.

Analyse a priori

Connaissances mathématiques en jeu

La numération écrite chiffrée : aspect groupement.

L'introduction de la règle conventionnelle de groupement par dix sur laquelle est fondée notre système de numération écrite chiffrée.

Le début de la construction de la compréhension de la signification de la position des chiffres en terme de groupement dans la désignation des nombres.

Variables didactiques

Le matériel : les sachets de plastique transparent.

Le choix de ce matériel permet aux élèves de « voir » qu'une dizaine est constituée de dix unités et qu'une centaine est constituée de dix dizaines.

Procédures des élèves pour produire une écriture mathématique du contenu d'un sachet

Comptage de dix en dix jusqu'à cent.

Comptage du nombre de paquets de dix bâchettes : il y a dix paquets de dix bâchettes.

Somme de dix facteurs dix.

Difficultés prévisibles:

Confusion entre les différents objets, unités, dizaines et centaines, lors des procédures de comptage pour trouver le nombre total de bâchettes.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 2 : Analyse didactique (suite) Page 22 de 45



Analyse a posteriori

Elle est illustrée par les propos de l'enseignante lors de l'entretien.

Du côté des élèves :

Ils ont eu l'occasion de revenir sur ce qui n'avait été qu'implicitement pris en compte lors de la première séance : aspect conventionnel du groupement par dix, signification du mot dizaine, du mot unité, du mot centaine.

Ils ont eu l'occasion de produire des écritures mathématiques en donnant du sens à cette expression.

Ils ont commencé à construire des relations entre la dizaine et les unités, entre la centaine et les dizaines.

Ils ont à nouveau utilisé le comptage de dix en dix pour trouver le contenu d'un sachet.

Ils ont rencontré des difficultés lors de la recherche du nombre de bâchettes :

- dans le dénombrement des sachets de cent bâchettes, les élèves comptent les sachets au fur et à mesure que l'enseignante les montre. Il y en a six. Quand il s'agit de trouver le nombre de bâchettes correspondant, certains élèves confondent sachet et contenu du sachet ;
- dans le dénombrement des paquets de dix bâchettes : les élèves dénombrent huit paquets et certains ont à nouveau du mal à trouver le nombre de bâchettes qu'ils représentent. Un élève propose huit cent bâchettes ;
- dans le comptage des bâchettes isolées, certains élèves proposent, de même, quatre-vingt-dix bâchettes à la place de neuf bâchettes.

On voit apparaître un obstacle que les élèves devront être amenés à surmonter à la fin du cycle 2 : la confusion entre valeur et quantité.

Du côté de l'enseignante :

Lors de la première phase, le choix de l'ordre des différentes productions des élèves a permis à l'enseignante de prendre en compte certains propos des élèves qu'elle avait laissés de côté lors de la première séance.

Elle s'est appuyée sur les productions des élèves pour mettre en évidence de nouvelles connaissances : le choix du groupement par dix, la dizaine, l'unité, la centaine. Elle a explicitement évoqué le rôle des conventions en mathématiques, ce qui lui a permis de justifier l'abandon de certaines procédures de comptage sans les rejeter.

Elle a aussi commencé à aider les élèves à caractériser une activité mathématique.

Lors de la deuxième phase, l'enseignante passe de groupe en groupe.

- Elle encourage.
- Elle valide : « *oui, c'est une écriture mathématique* ».
- Elle demande des précisions : « *tu as trouvé 100 mais comment as-tu fait ? Justifie* ».
- Elle donne des pistes aux plus démunis : « *tu en as combien dans un paquet ?* », « *et si je prends 2 paquets ?* », « *Continue...* ».

Lors de la mise en commun, elle interroge chaque groupe, note les propositions, demande une justification et valide.

Lors de la dernière phase, elle permet aux élèves de prendre conscience qu'en utilisant une procédure de comptage commune à tous, on peut se mettre d'accord sur le nombre total de bâchettes de la collection.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 3

Page 23 de 45



Fiche de préparation

Les séances intermédiaires entre les séances 2 et 3

Entre cette séance et la dernière séance filmée, l'enseignante a proposé :

- **aux élèves de CP** des séances d'entraînement à l'utilisation du matériel constitué lors des séances précédentes.
 - Elle écrit un nombre à deux chiffres au tableau et un élève doit aller chercher la collection de bâchettes correspondante en utilisant le matériel suivant : bâchettes isolées et paquets de dix.
 - Réciproquement, elle propose une collection de bâchettes, comme par exemple trois bâchettes isolées et six paquets de dix bâchettes et les élèves doivent écrire le nombre de bâchettes sur leur ardoise.

Il s'agit de permettre aux élèves de construire la signification de la position de chacun des chiffres dans l'écriture d'un nombre.

Elle introduit une schématisation du matériel.

- **aux élèves de CE1**, une séance pour leur permettre de s'approprier la tâche qui leur sera demandée pour tutorer les élèves de CP. Elle a pour objectif de mettre à jour chez les élèves de CE1 les connaissances mathématiques qui seront utilisées pour mener à bien cette tâche.

Objectifs

Réinvestir les connaissances acquises lors des séances précédentes pour commencer à en construire d'autres : de la numération à la technique opératoire de l'addition.

Donner du sens à chacun des chiffres de l'écriture d'un nombre (à deux chiffres pour les CP et à trois chiffres pour les CE1).

Rendre les élèves autonomes en mutualisant leurs compétences.

Tâches des élèves

Les élèves de CP et de CE1 doivent associer l'écriture chiffrée du cardinal d'une collection de bâchettes à la structuration de la collection à l'aide des groupes de dix et réciproquement.

Les élèves de CP doivent trouver le cardinal de la réunion de deux collections de bâchettes dont le nombre d'éléments est désigné par une écriture chiffrée.

Les élèves de CE1 doivent contrôler le travail des élèves de CP et trouver le cardinal de la réunion des deux collections par une procédure de calcul.

Les élèves doivent comparer leurs procédures.

Matériel

Pour la première phase :

- les sachets de cent bâchettes, les paquets de dix bâchettes, les bâchettes isolées ;
- une ardoise et un feutre par élève.

Pour la deuxième phase, pour chaque groupe de cinq élèves :

- pour l'élève de CE1 meneur de jeu (CE1a), une grande enveloppe sur laquelle sont écrits les noms des élèves de CP dont il va avoir la responsabilité. Cette grande enveloppe contient une [feuille de consignes](#) destinée au meneur de jeu et trois enveloppes plus petites. Chacune de ces enveloppes comporte le nom de l'élève de CP à qui elle est destinée et contient deux étiquettes de couleur sur lesquelles est écrit un nombre. La couleur des étiquettes est différente pour chaque élève (cf. [annexe séance 3](#)) ;

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 3 : Fiche de préparation (suite) Page 24 de 45



- pour chaque élève de CP, une boîte dans le fond de laquelle est collée une étiquette de la même couleur que les étiquettes-nombres de l'enveloppe dans laquelle il déposera ses bâchettes ;
- un crayon par élève de CP ;
- une étiquette vierge par élève de CP de la même couleur que les étiquettes nombres de l'enveloppe ;
- une feuille de papier par élève de CP ;
- pour l'élève de CE1 chargé de donner les bâchettes (CE1b) :
 - une feuille de consignes ([feuille de consignes](#)) ;
 - une feuille de report de tirage (3 colonnes au nom des 3 CP, 2 lignes pour déposer les cartes nombres, une pour le total) ;
 - une boîte contenant des paquets de dix bâchettes et des bâchettes isolées ;
 - une petite barquette servant au transport des bâchettes ;
 - une calculatrice ;
 - un crayon ;
 - de la gomme magique pour coller les étiquettes sur la feuille de report.

Organisation

Première phase : collective.

Deuxième phase : par groupe de cinq (deux élèves de CE1 et trois élèves de CP).

Phase de mise en commun : collective.

Déroulement

Phase 1 : désigner le nombre d'éléments d'une collection de bâchettes

Organisation : individuel avec entraînement sur ardoise.

De la quantité à l'écriture chiffrée

Pour les élèves de CP, on montre une affiche sur laquelle est schématisée une collection de bâchettes sous la forme de paquets de dix bâchettes et de bâchettes isolées. Pour les élèves de CE1, on propose le même type d'affiche mais avec des sachets de cent bâchettes en plus.

Les élèves écrivent sur l'ardoise le nombre de bâchettes représenté.

Vérification à l'aide du matériel réel.

Nombres choisis :

- 1) 34 pour les CP et 134 pour les CE1.
- 2) 51 pour les CP et 351 pour les CE1.
- 3) 43 pour les CP et 543 pour les CE1.

De l'écriture chiffrée à la quantité

Il s'agit de l'exercice inverse : on écrit un nombre au tableau et les élèves doivent représenter la collection sur leur ardoise en utilisant les schématisations introduites lors des séances précédentes.

Nombres choisis :

- 1) 43 pour les CP et 234 pour les CE1.
- 2) 27 pour les CP et 427 pour les CE1.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 3 : Fiche de préparation (suite) Page 25 de 45



Phase 2 : vers la technique opératoire de l'addition

Organisation : par groupe de cinq.

Présentation de l'activité

On donne la règle du jeu et on simule une partie afin que tous comprennent les différentes tâches qu'ils devront effectuer.

1) A la table A le CE1a a donné une étiquette nombre à un CP. Celui-ci part avec cette étiquette vers la table B, prend une petite barquette, met dedans la quantité désirée de bâchettes et fait valider son opération par le CE1b. Pour repartir vers la table A, le CP doit remettre au CE1b son étiquette nombre. Ce dernier la place dans la colonne du CP sur la feuille de report.

Puis le CP rapporte ses bâchettes à la table A, les verse dans sa boîte et donne la barquette au deuxième élève de CP qui se dirige alors vers la table B.

L'opération se répète de manière à ce que chaque CP soit allé chercher le matériel correspondant à ses deux étiquettes nombres.

2) Lorsque le CP a tiré les deux cartes et a rapporté le nombre de bâchettes correspondant, il doit écrire le nombre total de bâchettes qu'il a dans sa boîte et le noter sur l'étiquette vierge que lui donnera le CE1a.

3) Ensuite ce dernier donne alors à chacun des CP une feuille argumentation et leur demande de noter le prénom de celui qui, parmi eux trois, a le plus de bâchettes et d'explicitier leur réponse.

C'est le nombre le plus grand parce que

Pendant ce temps, le CE1b, à l'aide de la feuille de report et éventuellement de la calculatrice, note le total de bâchettes que possède chacun des CP.

Les équipes jouent

Mise en commun

Au tableau, un panneau récapitulatif qui reprend le prénom des douze élèves de CP. Chacun d'entre eux donne le total des bâchettes qu'il a trouvé et ce total est validé ou non par le CE1b. En cas de désaccord les bâchettes sont comptées et, si besoin est, la simulation des deux tours est refaite.

Conclusion

Introduire le fait que le matériel construit va servir à calculer des sommes et faire prendre conscience du lien entre les différentes connaissances : ce que l'on a appris sur l'écriture chiffrée des nombres va servir pour effectuer des additions.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 3

Page 26 de 45



Productions d'élèves

Phase 1

De la quantité à l'écriture chiffrée

L'enseignante montre une affiche avec la représentation suivante : 3 paquets de 10 bâchettes et 4 bâchettes pour les élèves de CP. Elle rajoute un sachet de 100 bâchettes pour les élèves de CE1.

Tous les élèves de CE1 ont écrit « 134 » sur leur ardoise.

Deux élèves de CP ont produit une réponse erronée : « 4 » (non prise en compte des paquets de 10 bâchettes), « 35 » (erreur de comptage des bâchettes isolées).

Pour les autres propositions, tous les élèves ont produit une réponse correcte.

De l'écriture chiffrée à la quantité

1) L'enseignante écrit « 43 » pour les CP et « 234 » pour les CE1.

Les élèves de CE1 ont tous produit une réponse correcte.

Trois élèves de CP ont produit une réponse erronée :

- un élève n'a pas réussi à représenter l'ensemble des bâchettes parce qu'il a voulu dessiner les dix bâchettes d'un paquet au lieu de le schématiser comme l'enseignante l'avait montré. On peut faire l'hypothèse qu'il a besoin de prendre en compte les dix bâchettes de la dizaine et qu'il ne considère pas encore la dizaine comme un objet à part entière.
- un élève n'a pas compris la consigne et a écrit « 43 ».
- une élève a dessiné un paquet de 10 bâchettes et 5 bâchettes isolées.

2) L'enseignante écrit « 27 » pour les élèves de CP et « 427 » pour les élèves de CE1.

Tous les élèves de CE1 ont produit une réponse correcte.

Trois élèves de CP ont produit une réponse erronée :

- une élève a inversé les dizaines et les unités : elle a dessiné 7 paquets de 10 bâchettes et 2 bâchettes isolées.
- un élève a oublié de dessiner des bâchettes isolées.
- un élève a dessiné un paquet de 10 bâchettes en trop.

Phase 2

Dans la phase de jeu par équipe, les élèves de CE1 n'ont aucun mal à effectuer les tâches demandées. Ils vérifient ce que font les élèves de CP sans faire à leur place.

Les élèves CE1b, qui doivent calculer le nombre total de bâchettes prises par les élèves de CP, n'utilisent pas la calculatrice. Ils effectuent chaque addition en colonne.

Les élèves CE1a laissent les élèves de CP prendre le nombre de bâchettes indiquées sur leur étiquette. Lors de la vérification, lorsque le nombre de bâchettes ne correspond pas au nombre indiqué sur l'étiquette, ils le font remarquer aux élèves de CP qui doivent corriger. Ils ne font pas le travail à leur place. Ils laissent les élèves de CP s'engager dans une procédure même si cette dernière est coûteuse.

La plupart des élèves de CP associent correctement le chiffre des dizaines du nombre écrit sur leur étiquette aux paquets de dix bâchettes. Très peu d'entre eux ne prennent que des bâchettes seules.

Un élève a pris 15 bâchettes lorsqu'il a tiré l'étiquette « 15 » mais a pris 3 paquets de 10 bâchettes et 1 bâchette quand il a tiré l'étiquette « 31 ».

Une seule élève, Chloé, n'arrive pas à associer le chiffre des dizaines du nombre écrit avec les paquets de dix bâchettes : elle ne prend que des bâchettes isolées.

Sur les douze élèves de CP, trois élèves n'ont pas trouvé le même total de bâchettes que les élèves CE1b de leur groupe : deux élèves ont trouvé le même nombre à une unité près et Chloé qui n'a pas réussi à venir à bout du comptage de toutes ses bâchettes.

Les élèves de CP ont eu du mal à produire une **argumentation** pour dire lequel d'entre eux a obtenu le plus grand nombre de bâchettes. Cette tâche, prématurée, sera reprise plus tard dans l'année.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 3

Page 27 de 45

Analyse didactique

Analyse a priori

Connaissances mathématiques en jeu

La numération écrite chiffrée : comprendre la signification de la position des chiffres dans l'écriture d'un nombre en terme de groupement.

Le champ conceptuel des structures additives : résolution d'un problème de composition de mesures (on connaît chacune des mesures et on cherche la mesure de la réunion). Procédures de comptage et procédure de calcul.

Liaison entre les connaissances concernant la numération et les procédures de calcul : vers l'utilisation des connaissances concernant la numération dans la construction de la technique opératoire de l'addition posée.

Il s'agit de faire prendre conscience aux élèves que les connaissances qu'ils sont en train de mettre en place concernant la numération seront utiles pour construire d'autres connaissances, en particulier pour comparer des nombres et pour calculer.

Variables didactiques

Première phase

La taille des nombres : des nombres à deux chiffres pour les CP et des nombres à trois chiffres pour les CE1.

L'introduction des schémas pour représenter le matériel : il peut permettre aux élèves de considérer la dizaine comme un tout, un objet à part entière, une nouvelle unité.

Deuxième phase

La taille des nombres : ce sont des nombres à deux chiffres et quand on les additionne, le nombre des unités ne dépasse pas dix. Il n'y a donc pas de retenue dans les additions posées. Les élèves de CP n'ont donc pas à gérer de procédure d'échange pour dénombrer les bâchettes et les élèves de CE1 n'ont pas à gérer de retenue dans le calcul posé.

D'autre part, les nombres à deux chiffres doivent inciter les élèves de CP à ne plus prendre que des bâchettes isolées.

Procédures des élèves

Deuxième phase

Pour réaliser la quantité de bâchettes correspondant au nombre écrit sur leur étiquette, les élèves de CP peuvent :

- ne prendre que des bâchettes isolées ;
- associer le chiffre des dizaines à des paquets de dix bâchettes et le chiffre des unités à des bâchettes isolées.

Pour trouver le nombre total de bâchettes et l'écrire, les élèves de CP peuvent :

- dénombrer les paquets de dix bâchettes, écrire le chiffre des dizaines correspondant, puis dénombrer les bâchettes isolées et écrire le chiffre des unités correspondant ;
- dénombrer les paquets de dix bâchettes et les bâchettes isolées et ensuite écrire le nombre ;
- utiliser le comptage de dix en dix, puis le comptage de un en un. S'ils ont cinq paquets de dix bâchettes et huit bâchettes isolées, ils peuvent prendre les paquets de dix bâchettes les uns à la suite des autres en comptant de dix en dix, un paquet : dix, un deuxième paquet : vingt, etc., jusqu'à épuisement des paquets de dix, puis compter les bâchettes isolées une à une.

Pour trouver le nombre total de bâchettes, les élèves de CE1 (CE1b) peuvent :

- utiliser la calculatrice ;
- utiliser la disposition des résultats liée à la feuille de report et effectuer l'addition en colonne. Dans ce cas, ils peuvent, soit commencer par additionner les dizaines puis les unités, soit faire le contraire (il n'y a pas de retenue à prendre en compte).

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 3 : Analyse didactique (suite) Page 28 de 45



Difficultés prévisibles

La difficulté à associer chacun des chiffres de l'écriture d'un nombre aux groupements de bâchettes correspondants.

La difficulté de passer du matériel au dessin, puis du dessin au schéma.

Pour les élèves de CE1, la difficulté à laisser les CP aller jusqu'au bout de leur procédure.

La prise en compte du double-niveau

Les élèves des deux niveaux ont vécu la même situation avec le même matériel à des moments différents dans l'année : déterminer le nombre d'éléments d'une grande collection d'objets. Elle devient donc une situation de référence pour tous. Il s'agit alors de s'appuyer sur les connaissances mises en jeu dans cette situation pour faire avancer l'ensemble des élèves.

La situation construite pour l'ensemble de la classe permet à chaque élève de réinvestir des connaissances, de les conforter, mais aussi de les envisager pour en construire d'autres.

Mais il est alors nécessaire de différencier. Cette différenciation se fait :

- par le choix de la taille des nombres ;
- par le choix des tâches à effectuer et des rôles attribués à chacun ;
- par le choix des activités préparatoires avant la mise en œuvre de la situation.

Analyse a posteriori

Elle est illustrée par l'enseignante dans l'entretien.

Du côté des élèves

Première phase

La majorité des élèves de CP commence à donner du sens à chacun des chiffres de l'écriture d'un nombre à deux chiffres. Les élèves de CE1 semblent avoir acquis cette compétence pour les nombres qui s'écrivent avec trois chiffres. Certains élèves de CP sont capables de réussir les exercices proposés aux élèves de CE1.

La plupart des élèves de CP et tous les élèves de CE1 ont compris le rôle de la schématisation.

Deuxième phase

La majorité des élèves de CP ont utilisé correctement les informations données par l'écriture d'un nombre à deux chiffres.

Ils ont travaillé en harmonie avec les élèves de CE1 qui les encadraient.

Ils n'ont pas, en général, rencontré de difficulté pour trouver le nombre total de bâchettes.

Ceux qui ont fait des erreurs ont réussi à trouver leur origine.

Les élèves de CE1 ont bien joué leur rôle.

Du côté de l'enseignante

Les activités proposées séparément aux élèves de CP et aux élèves de CE1 pour préparer cette séance ont porté leurs fruits : les consignes données, le matériel utilisé, les représentations proposées ont permis à chaque élève de rentrer dans les différentes tâches.

Les objectifs de l'enseignante apparaissent clairement à travers les différentes tâches proposées aux élèves.

Un travail de préparation minutieux où tout a été pensé et écrit (constitution des groupes, matériel prévu pour chacun, disposition dans la classe) a permis une bonne mise en œuvre de la situation.

L'enseignante a pu mettre en évidence les erreurs des élèves ainsi que leur origine. Elle a pu faire utiliser le matériel élaboré par les élèves pour résoudre une nouvelle situation.

Elle a su mettre à profit l'ensemble des compétences de ses élèves.

Elle sait les encourager, dédramatiser lorsqu'ils font des erreurs.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Séance 3 : Analyse didactique (suite)

Page 29 de 45



Elle a mis en place tous les éléments nécessaires pour amener l'ensemble de ses élèves à aller plus loin dans leur apprentissage.

Elle n'a pas pu aller jusqu'au bout de sa préparation : le travail de réflexion autour de la comparaison des nombres n'a pu se faire faute de temps.

La séance prévue était un peu longue.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Page 30 de 45

Annexes

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Annexes Séance 2

Page 31 de 45



« Fiche résumé » de la préparation consultée par l'enseignante lors du déroulement de la séance

Jeudi 4 mars, je vous ai proposé une situation-problème.

J'avais mis sur cette table un certain nombre de bâchettes et nous devions nous mettre d'accord pour savoir combien il y en avait.

Quelques jours plus tard, vous m'avez raconté ce qui s'était passé.

J'ai lu avec attention tout ce que vous avez écrit et nous allons prendre un moment pour en reparler.

Gaëlle – Marine

Qu'est-ce qui vous a permis de dire qu'on a fait des mathématiques ?

Réponses attendues :

On les a comptées.

Il fallait savoir combien il y en avait.

On a proposé des nombres.

On les a comptées par 10.

Ophélie

Rebondir sur ce constat.

Flavien

Pourrais-tu nous dire ce que tu entends par « de plusieurs façons » ?

Garlonn

Nous n'arrivions pas à nous mettre d'accord. Chacun d'entre vous a donné une proposition différente.

Donc nous avons décidé de les compter.

Vous rappelez-vous comment nous avons fait pour les compter ?

De 1 en 1 : pourquoi avons-nous arrêté ?

De 5 en 5 : c'est plus rapide mais c'est un peu long quand même.

De 10 en 10 : **Matthieu** nous avait proposé de 20 en 20.

Ça pourrait marcher aussi. C'est une bonne idée.

Toutefois, en mathématiques, dans de nombreux pays, une convention a été établie.

Pour que tout le monde se comprenne, il a été décidé que nous ferons des paquets de 10.

C'est une règle du jeu. Cette règle nous servira aussi pour écrire les nombres.

En Chine, une autre convention existe. Les Chinois se servent de bouliers et ils font des paquets de 5 et des paquets de 2.

Chloé ; Warren

Lecture des productions.

Montrer un paquet de 10.

Vous souvenez-vous comment nous avons appelé un paquet de 10 ?

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Page 32 de 45

SUR LE TABLEAU

Un paquet de 10 bâchettes représente une dizaine de bâchettes.

Albourn ; Matthieu

Pourquoi avons-nous mis 10 paquets dans un sac ?
Aurions-nous pu faire autrement ?

RAPPEL DE LA CONVENTION : importance d'une règle commune pour se comprendre.

Pourquoi avons-nous dû refaire un tel groupement ?

Nous n'étions toujours pas d'accord.

LE MATERIEL EST RESSORTI.

Un sac pour deux une feuille un crayon le cahier mémoire

Trouvez une écriture mathématique pour que l'on se souvienne de ce qu'il y a dans un sac.

Pour ceux qui écrivent 100 : comment as-tu fait pour savoir que c'est ce résultat ?

AFFICHAGE AU TABLEAU DES DIFFÉRENTES PROCÉDURES

$10 + 10 + \dots + 10$
10 20 30.....
10 paquets de 10.

Compléter ce qui est écrit au tableau

Un sac de cent bâchettes représente une centaine de bâchettes.

On les compte :

..... sachets de 100	
..... paquets de 10	+
..... bâchettes	+

COMPARAISON AVEC LES ESTIMATIONS

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Annexes Séance 2
Affiche

Page 33 de 45



..... *paquets de 100*

..... *paquets de 10*

..... *allumettes seules*

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Annexes Séance 2
Productions d'élèves

Page 34 de 45



On a compté de 10 en 10 avec des allumettes et après on les a mises dans des sachets .Combien il y avait d'allumettes ?

ALBOURY

On a compté de 10 en 10 avec des allumettes et après on les a mises dans des sachets . Combien il y avait d'allumettes ?

Albourn

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Annexes Séance 2
Productions d'élèves (suite)

Page 35 de 45



Il y avait plein d'allumettes et on a compté de plusieurs façons. On a compté de 10 en 10.

Flavien

flavien

Il y avait plein d'allumettes
et on a compté de plusieurs
façons. On a compté de 10 en 10.

Catherine a dit qu'il y a beaucoup d'allumettes. Alors, que faire ?

« Oui Julien on peut compter de 10 en 10. »

Ophélie

Ophélie Catherine a dit qu'il y a beaucoup d'allumettes. Alors, que faire ?
« Oui Julien on peut compter de 10 en 10. »

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Annexes Séance 2
Productions d'élèves (suite)

Page 36 de 45



Jeudi, Catherine nous a fait voir des allumettes . Il fallait les compter .
On les a comptées de 10 en 10 et on a attachées.

Les

Chloé

Jeudi Catherine nous a fait voir
des allumettes. Il fallait les compter.
On les a comptées de 10 en 10 et les a attachées.

Chloé

On a compté 10 allumettes mais c'était un peu dur pour savoir
le nombre . Et on a mis un élastique .

Warren

On a compté 10 allumettes mais c'était
un peu dur pour savoir le nombre.
Et on a mis un élastique.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Annexes Séance 2
Productions d'élèves (suite)

Page 37 de 45



On a fait les mathématiques avec des allumettes. On a compté de dix en dix.

Gaëlle

On a fait les mathématiques avec des allumettes. On a compté de dix en dix.

Gaëlle

On a fait des mathématiques avec des allumettes. Catherine nous a demandé de compter les allumettes. On a compté de dix en dix.

Marine

On a fait des mathématiques avec des allumettes. Catherine nous a demandé de compter les allumettes. On a compté de dix en dix.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Annexes Séance 2
Productions d'élèves (suite)

Page 38 de 45



flavien

400 j'ai compté de 10 en 10
si j'ai trouvé pile poil 100 allumettes
(200)
↓ il avait écrit 200
et il a ensuite effacé

matthieu

il y a dans le sac il y a des
paquets de 10 et il y a 100
allumettes. parce que 10, 20, 30, 40
50, 60, 70, 80, 90 100 ça en fait 100.

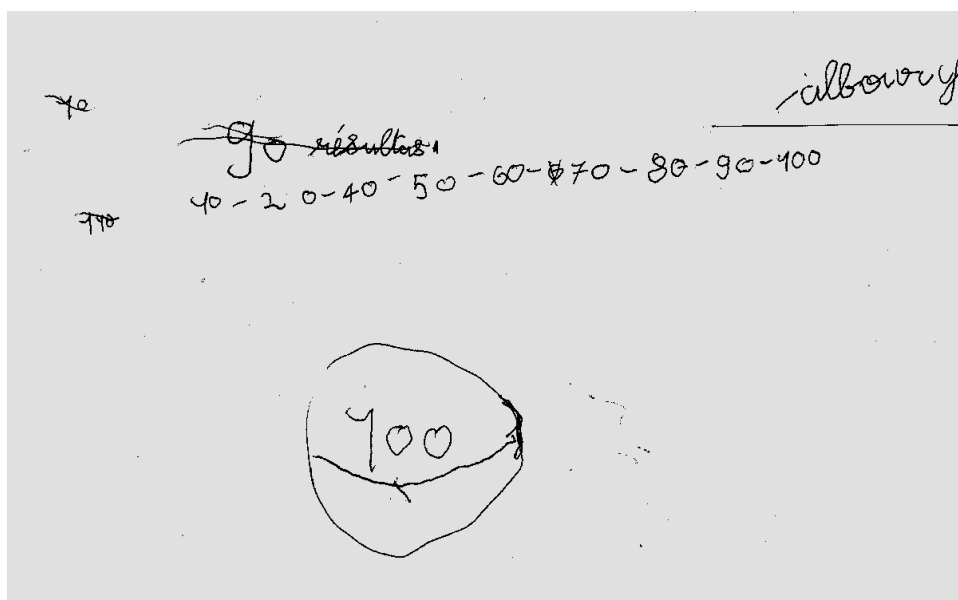
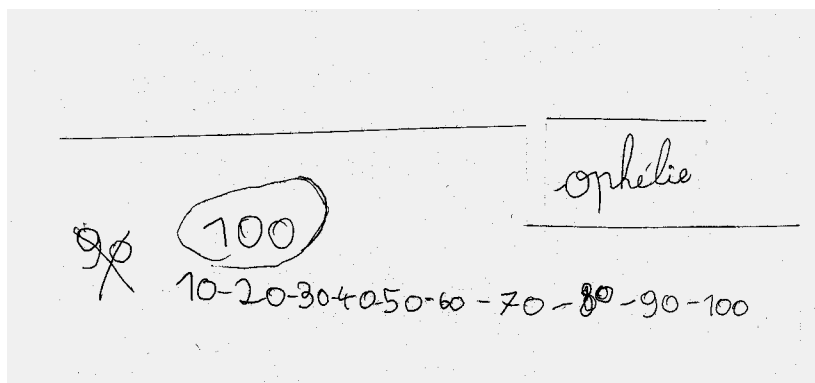
Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Annexes Séance 2
Productions d'élèves (suite)

Page 39 de 45



Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Annexes Séance 2
Productions d'élèves (suite)

Page 40 de 45

Warren

WARREN
Il y a 10 paquets ^{rajouté après la demande de p} d'allumettes dans le sac
sa faisaient 100

Il y a 10 paquets ^{et} d'allumettes dans
sa faisaient 100.

10000

Marine

$$600 + 80 + 9 = 689$$

WARREN

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Annexes Séance 3

Page 41 de 45



Exemple de feuille de consignes données à un élève CE1a

Chaque élève CE1a recevra une feuille consignes de ce type. Seuls les prénoms changeront en fonction des équipes.

CONSIGNES DONNEES A JULIEN

Place les trois enveloppes devant toi.

Au top de départ :

Donne à Rayane une étiquette nombre (je te rappelle qu'elle est dans son enveloppe) et dis lui d'aller chercher le nombre de bâchettes indiquées auprès de Brice.

Lorsque Rayane sera revenu, donne à Claire son étiquette nombre.

Lorsque Claire reviendra à son tour, donne à Warren son étiquette.

Recommence de la même façon pour la deuxième étiquette.

Quand Warren sera revenu la deuxième fois :

Donne-leur à chacun un crayon et une petite feuille de couleurs.

Demande-leur de compter combien ils ont de bâchettes dans leur boîte et de noter le nombre obtenu sur leur feuille.

Attention, chacun doit compter ses bâchettes et noter son résultat sur sa feuille !!!

Rapporte les trois boîtes et place dans chacune d'elles la feuille de couleur correspondante.

Donne-leur une feuille d'argumentation et demande-leur : « Qui a, parmi vous trois, le plus de bâchettes ? Marquez votre prénom et justifiez votre réponse. »

Exemple de feuille de consignes données aux élèves CE1b

Donne la boîte de bâchettes au CP. Tu n'as pas le droit de l'aider.

Lorsqu'il a terminé, tu dois vérifier s'il a bien pris le bon nombre de bâchettes.

1) S'il a réussi

Tu le renvoies à sa place et il doit te donner son étiquette. Tu la colles dans le tableau.

2) S'il s'est trompé

Tu lui demandes de recommencer jusqu'à ce qu'il y arrive puis tu le renvoies à sa place en prenant son étiquette et tu la colles dans le tableau.

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Annexes Séance 3

Page 42 de 45



Exemple de grande enveloppe donnée à un élève de CE1a

Rayane
Claire
Warren

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Annexes Séance 3

Page 43 de 45



Exemple d'enveloppe destinée à un élève de CP avec son contenu

Rayane

31

15

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Annexes Séance 3

Page 44 de 45

Organisation

Groupe 1

Table B

Mathilde

Table A

Vibushan

	Julien	Chloé	Matthieu
Première étiquette	23	11	10
Deuxième étiquette	31	46	35
Total	54	57	45

Groupe 2

Table B

Brice

Table A

Julien

	Rayane	Claire	Warren
Première étiquette	15	27	20
Deuxième étiquette	31	31	29
Total	46	58	49

Groupe 3

Table B

Paul-Alexis

Table A

Eléna

	Flavien	Gaëlle	Garlonn
Première étiquette	15	31	20
Deuxième étiquette	31	27	29
Total	46	58	49

Groupe 4

Table B

Charmaine

Table A

Aurélie

	Albourny	Ophélie	Marine
Première étiquette	23	11	10
Deuxième étiquette	31	46	35
Total	54	57	45

Enseigner les mathématiques au Cycle 2

« Combien de bâchettes ? »

La séquence

Annexes Séance 3
Productions d'élèves

Page 45 de 45



Argumentation

parce que 58 est plus grand que les autres.

58
parce que 45 et 49 sont plus petits que 58.