Ch. Henaff - V. Martinie - P. Millery - S. Peyronie

CALCUL MENTAL

CM1

Acquérir et mémoriser des stratégies

RESSOURCES PDF

RETZ

Introduction

Le calcul mental dans les programmes

Les programmes définissent le cahier des charges de l'enseignement du calcul mental au cycle 3, cycle auquel appartient le CM1. Six compétences majeures sont définies pour les mathématiques : chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer. Trois compétences sont énoncées pour le domaine **Calculer** :

- **Calculer avec des nombres décimaux, de manière exacte ou approchée, en utilisant des stratégies ou des techniques appropriées (mentalement, en ligne ou en posant les opérations).**
- **Contrôler la vraisemblance de ses résultats.**
- **Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.**

Dans l'introduction de la partie **Nombres et calculs**, on relève : « *Ainsi, même si le calcul mental permet de produire des résultats utiles dans différents contextes de la vie quotidienne, son enseignement vise néanmoins prioritairement l'exploration des nombres et des propriétés des opérations. Il s'agit d'amener les élèves à s'adapter en adoptant la procédure la plus efficace en fonction de leurs connaissances mais aussi et surtout en fonction des nombres et des opérations mis en jeu dans les calculs. Pour cela, il est indispensable que les élèves puissent s'appuyer sur suffisamment de faits numériques mémorisés et de modules de calcul élémentaires automatisés (...)* »

Enfin, le tableau des **attendus de fin de cycle** définit ce qui doit être enseigné au cycle 3.

- Pour la compétence **Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux** :

– Mémoriser des faits numériques et des procédures élémentaires de calcul.

– Élaborer ou choisir des stratégies de calcul à l'oral et à l'écrit.

– Vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur.

- Addition, soustraction, multiplication, division.
- Propriétés des opérations :
  - $2 + 9 = 9 + 2$
  - $3 \times 5 \times 2 = 3 \times 10$
  - $5 \times 12 = 5 \times 10 + 5 \times 2$
- Faits et procédures numériques additifs et multiplicatifs.
- Multiples et diviseurs des nombres d'usage courant.
- Critères de divisibilité (2, 3, 4, 5, 9, 10).

- Pour le calcul mental :

Calculer mentalement pour obtenir un résultat exact ou évaluer un ordre de grandeur.

- Pour le calcul en ligne :

Utiliser des parenthèses dans des situations très simples.

- Pour le calcul instrumenté :

Utiliser une calculatrice pour trouver ou vérifier un résultat.

Commentaires :

Les programmes insistent sur la nécessité d'amener les élèves à connaitre les répertoires et à maitriser les procédures simples de calcul.
Dans cette perspective, la pratique du calcul mental ne suffit pas. **Elle doit être précédée de l'identification et de l'institutionnalisation de procédures élémentaires qui seront ensuite entrainées afin d'être automatisées.** Pour chacune des opérations, il est indispensable de **fixer l'objectif à atteindre en fin d'année, la ou les procédures à enseigner et les attendus concernant la production du résultat par l'élève.**
Par ailleurs, pour atteindre l'objectif de mémorisation de faits numériques, il faut **enseigner une méthodologie**, sans laquelle de nombreux élèves demeureront incapables de stocker ou de restituer ces résultats si importants dans la mise en œuvre des procédures de calcul.
Enfin, la gestion mentale des calculs constituant un obstacle, il convient d'apporter aux élèves les conseils méthodologiques leur permettant d'y parvenir.
Les programmes ne définissent pas un volume horaire pour le calcul mental. Toutefois, **la pratique quotidienne de l'activité** est à recommander car la régularité et la fréquence de la pratique sont nécessaires à l'automatisation des savoir-faire.

Quelques définitions

Préalable à la conception de l'enseignement, un peu de vocabulaire s'impose.

Calcul en ligne / Calcul posé

Un calcul peut être effectué en ligne suivant différentes procédures.

Le choix de l'une ou de l'autre est lié à ses avantages (exemple : pas de mémorisation de la retenue si on commence par l'unité la plus grande), aux compétences de l'élève (exemple : degré de maitrise des répertoires et des procédures) et aux caractéristiques des nombres employés (exemple : procédures spécifiques au nombre 9).

Un calcul posé est l'application d'une technique écrite en colonnes, organisée comme un tableau de numération. Il s'effectue suivant un algorithme identique, pour tous les calculs relevant de la même opération. Les élèves opèrent alors sur les « chiffres » (valeur positionnelle) et non sur les nombres.

L'application de la technique posée au calcul en ligne n'est pas pertinente, en raison des risques d'oubli d'une retenue, en particulier dans les soustractions.

Calcul **en ligne**	Calcul **posé**
Traces écrites : $75 - 36 = 39$ $184 - 45 = 184 - 40 - 5 = 144 - 5 = 139$ $184 - 49 = 184 - 50 + 1 = 134 + 1 = 135$ On opère sur **les nombres**.	*Trace écrite :* $\begin{array}{rccc} & 1 & 8 & {}^{1}4 \\ - & & 4_{1} & 7 \\ \hline & 1 & 3 & 7 \end{array}$ On opère sur **les chiffres**.

Calcul mental / Calcul écrit

On parle généralement de calcul mental dès lors que l'on renonce à tout intermédiaire écrit, c'est-à-dire qu'aucune production écrite n'intervient entre l'énoncé du calcul et la production du résultat. Par exemple, écrire $58 + 34 = 92$ relève du calcul mental alors que $58 + 34 = 58 + 30 + 4 = 88 + 4 = 92$ ne relève pas du calcul mental mais du calcul écrit.

Remarque : certains chercheurs en didactique des mathématiques, dont François Boule[1], précisent que les situations de calcul mental ne doivent pas être habillées de problèmes.

---

1. François Boule, professeur de mathématiques, formateur au CNEFEI.

Calcul mental	Calcul écrit
Trace écrite : 184 – 47 = 137 La procédure de calcul n'est pas visible.	*Traces écrites :* 184 – 47 = 184 – 40 – 7 = 144 – 7 = 137 La procédure **est visible.**

Calcul mental avec ou sans écrit

En calcul mental, l'énoncé peut être oral et/ou écrit. S'il est exclusivement oral, sa mémorisation est nécessaire, ce qui constitue une tâche supplémentaire pouvant perturber la mise en œuvre de la procédure. La production du résultat peut être orale ou écrite, cette dernière favorisant le contrôle de la réussite de tous les élèves.

Calcul mental avec écriture du calcul	Calcul mental **sans écriture du calcul**
Trace écrite : 184 – 47 = 137 La procédure est gérée mentalement. Il dispense de la mémorisation du calcul.	*Trace écrite :* 137 La procédure est gérée mentalement. **Il nécessite la mémorisation du calcul.**

Calcul automatisé / Calcul réfléchi

On parle de calcul automatisé lorsque les séances de calcul mental ont pour but de rendre routinières, c'est-à-dire rapides et sures, des procédures simples de calcul.

Concernant les opérations plus complexes, l'objectif prioritaire ne réside pas dans la rapidité, mais plutôt dans la stratégie, c'est-à-dire le choix d'une démarche de calcul et sa justification.

On parle de calcul mental réfléchi si la tâche demandée n'a pas fait l'objet d'un apprentissage préalable et s'il appartient à l'élève de combiner ses connaissances et ses savoir-faire pour résoudre le problème posé.

Calcul automatisé	Calcul réfléchi
Exemple : *35 – 28 = 7*	*Exemple :* *Faire 37 en utilisant des nombres choisis parmi 2, 3, 4 et 5.*
L'élève utilise une procédure imposée. *Exemple :* *35 – 28 = 35 – 20 – 8* *= 15 – 8* *= 7*	**L'élève utilise des procédures acquises mais doit décider du choix et de l'ordre des opérations.** *Exemple :* *3 + 4 = 7* *7 × 5 = 35* *35 + 2 = 37*

Calculs à une ou plusieurs étapes

Un calcul à une étape relève de connaissances en numération, de la restitution d'éléments du répertoire et de la mise en œuvre de procédures simples de calcul.

Exemples :

37 + 8 → 38 – 39 – 40 – … (comptage)

30 + 8 / 15 + 10 / 61 – 10 (connaissances en numération)

7 + 8 / 7 × 8 (connaissance des répertoires)

37 + 8 par utilisation du répertoire et ajout d'une dizaine (procédure simple)

Un calcul à plusieurs étapes est un enchainement de plusieurs calculs à une étape.

Exemple : 61 – 38 = 61 – 30 – 8 = 31 – 8 = 23

Procédure

On appelle procédure l'ensemble des étapes effectuées pour un calcul.

On appellera **procédure élémentaire** une procédure composée de deux ou trois étapes.
Exemples de procédures élémentaires pour calculer 37 + 28 :

Procédure 1	Procédure 2
Ajout des dizaines, puis des unités avec utilisation d'un répertoire (7 + 8 = 15) : *37 + 28 → Je fais 37 + 20, puis + 8.*	Ajout des dizaines, puis des unités qu'on décompose pour passer par la dizaine supérieure : *37 + 28 → Je fais 37 + 20, puis + 3 et enfin + 5.*

Répertoire

On appelle **répertoires additifs et multiplicatifs** la liste des résultats utilisés pour effectuer les opérations posées.

Ces résultats sont également mobilisables lors de la mise en œuvre des procédures de calcul mental ou écrit.

Les programmes ne font plus référence à des répertoires pour la soustraction et pour la division. Ces répertoires existent pourtant, mais ne font pas l'objet d'une mémorisation. Leurs résultats doivent être retrouvés rapidement grâce aux liens identifiés avec les répertoires additifs et multiplicatifs.

Comptage/ Décomptage

On parle de comptage/décomptage lorsque les élèves utilisent la comptine numérique ou les doigts (par correspondance terme à terme) pour trouver le résultat d'un calcul additif ou soustractif.

Le comptage/décomptage est une procédure de dénombrement. Il est un passage (obligé) pour accéder au calcul. Peu à peu, il doit tendre à disparaitre au profit du recours aux résultats mémorisés.

La démarche

Sur quels principes fonder l'enseignement du calcul mental ?

Les **procédures élémentaires** doivent être enseignées et pas seulement sollicitées dans des calculs divers. Pour cela, elles doivent donner lieu à des phases d'étude d'exemples, de formulation orale et écrite, d'application et d'entrainement, avec en fin de parcours une contrainte de rapidité. C'est à ces conditions qu'elles sont automatisées et deviennent des outils mobilisables.

La **mémorisation des répertoires** incombe à l'école et non aux familles car c'est aux enseignants qu'il revient d'apprendre aux élèves comment rendre leur mémoire efficace. Elle doit donc commencer au plus tôt. Elle doit être conçue et guidée par l'enseignant, et ce jusqu'au moment où tous les résultats pourront être restitués très vite et dans un ordre aléatoire. La connaissance des répertoires est importante car elle libère de l'énergie pour la mise en œuvre des procédures.

Le **calcul réfléchi** doit tenir une place importante dans la programmation, et ce à partir du moment où les élèves disposent d'un socle suffisant de connaissances et de savoir-faire. En effet, c'est là que se manifestent les compétences de haut niveau, la capacité à mobiliser et à utiliser les résultats des répertoires et les procédures connues. Il est toutefois important de préciser que le calcul réfléchi se pratique plus qu'il ne s'enseigne.

Si la pratique du calcul mental permet d'approfondir la compréhension des nombres, à l'inverse la **connaissance de la suite des nombres** est nécessaire à la mise en œuvre des procédures de calcul mental. Il convient donc de consolider en début d'année la connaissance du domaine numérique qui sera exploré au cours de l'année.

Le calcul mental se compose de :
- l'enseignement de procédures élémentaires,
- la mémorisation des répertoires,
- la pratique du calcul réfléchi.

Des activités visant à la consolidation de la suite numérique doivent être programmées.

Quel contenu programmer pour les séances ?

Les quinze minutes d'une séance quotidienne de calcul mental ne peuvent pas être consacrées exclusivement à la mémorisation, les données scientifiques encourageant plutôt des actions étalées dans le temps. Par ailleurs, nous pensons que l'enseignement du calcul est plus efficace lorsqu'il repose sur des séances courtes et répétées, le rappel quotidien de procédures de calcul (modèles) jouant un rôle essentiel.

La mémorisation des répertoires et l'enseignement du calcul s'articulent au sein des séances de calcul mental.

Comment préparer les séances ?

La préparation d'une séance ne peut se limiter à l'écriture de quelques calculs. Chaque séance doit être conçue pour permettre à l'élève de franchir une nouvelle étape dans la construction de ses savoirs et savoir-faire. Un objectif doit être défini avec précision et communiqué en début de séance. La mise en œuvre de celle-ci doit correspondre en tous points à ce qui est annoncé et chaque calcul doit donc avoir été préparé.

C'est lorsqu'il n'a pas tout prévu que l'enseignant parfois improvise, « pour aller un peu plus loin », intégrant une difficulté supplémentaire, dans les derniers calculs, sans qu'elle ait été enseignée au préalable.
Exemple : Lors d'une séance consacrée à + 5 sans franchissement de dizaine, l'enseignant donne à effectuer le calcul 36 + 5.

Cette stratégie est inappropriée dans la mesure où elle contribue à déstabiliser ce qui vient d'être construit, parfois avec difficulté par certains élèves.

Chaque séance de calcul mental doit être préparée avec rigueur :
- un objectif unique doit être ciblé ;
- tous les calculs doivent être prévus.

Sur quel support faire travailler les élèves ?

Les élèves aiment généralement travailler sur l'ardoise, notamment du fait de l'alternance entre activités individuelles et collectives. L'utilisation de ce support permet un contrôle rapide de la production de l'élève... Encore faut-il que l'enseignant fasse preuve de rigueur et d'exigence dans le marquage des temps du travail. Un signal sonore doit annoncer « Calculez (dans votre tête) », un autre « Écrivez » (donc tous au même moment) et un dernier « Levez l'ardoise » (tous ensemble, et en direction de l'enseignant !).

À défaut du respect de ces quelques règles, certains élèves attendent le moment de lever l'ardoise pour copier un résultat qu'ils ont lu sur l'ardoise d'un voisin.

L'apprentissage s'accommode bien du travail sur l'ardoise, les calculs étant alors donnés un par un, et corrigés au fur et à mesure, afin de répéter la procédure et de favoriser son ancrage.

Le support papier permet à l'enseignant de conserver une trace et de procéder à une analyse des productions de manière différée. Par exemple, les entrainements chronométrés composés de séries de calculs doivent être faits sur support papier. Le modèle y est toujours disponible et la gestion du cadre de travail est plus simple pour l'élève.

Le choix du support de travail dépend de l'objectif de la séance :
- l'utilisation de l'ardoise est adaptée aux premières phases de l'apprentissage ;
- le support papier est pertinent pour les phases d'entrainement et pour les évaluations.

La mémorisation des répertoires

Comment fonctionne la mémoire ?

- **La mémoire a besoin de sens.** Il faut mettre en évidence l'intérêt de mémoriser, et par opposition « l'énergie perdue à réinventer » ce qui est stable, ce qui ne changera jamais (exemple : 6 + 7 feront toujours 13). Il faut aussi montrer que la connaissance des répertoires facilite la mise en œuvre des techniques et la réussite des tâches de calcul.
- **La mémoire aime que les éléments à mémoriser soient organisés.** C'est un principe d'empilement qu'il faut respecter, chaque répertoire étant dans un premier temps mémorisé dans l'ordre.
- **La mémoire n'aime pas être surchargée.** Faire mémoriser tout un répertoire le même jour, c'est trop pour la mémoire de bien des élèves. Il est préférable de segmenter le répertoire en plusieurs « tronçons » et d'en faire mémoriser un par séance.
- **La mémoire fonctionne mieux s'il y a un enjeu.** Pourquoi solliciter sa mémoire si le risque (ou la chance ?) existe de ne pas être interrogé ? Faire restituer individuellement, à chaque fois et par écrit contribue à mobiliser l'attention de chacun. Par ailleurs, la mesure des scores de réussite constitue un bon moyen de motiver l'élève.
- **La mémoire a besoin de réactivations régulières, de révisions...** C'est une condition de la mémorisation à long terme, l'efficacité de la restitution (exactitude et rapidité) étant directement liée à la fréquence des rencontres et des révisions. Celles-ci ont pour but lors d'une première phase d'ancrer solidement le répertoire dans l'ordre, puis lors d'une seconde de favoriser la restitution des résultats dans un ordre aléatoire.
- **La mémoire a besoin de pauses.** Après le stockage d'un répertoire, il est bon de laisser passer quelques jours avant de réviser. Alors, le repérage de ce qui est stabilisé et de ce qui « s'est envolé » permet de mieux organiser la révision en zoomant sur les éléments du répertoire qui le nécessitent.
- **La mémoire enfouit ce qui n'est pas rappelé régulièrement.** Les « oublis » de ce qu'on croyait pourtant savoir sont normaux. Il est important de le dire aux élèves.

Qu'est-ce que connaitre un répertoire ?

La mémorisation des répertoires concerne **les répertoires additifs et multiplicatifs.**

Un élève maitrise un répertoire quand il est capable d'en restituer les résultats dans un ordre aléatoire et avec exactitude et rapidité, sans passer par la reconstruction avec les doigts ou la récitation du répertoire dans l'ordre.

La rapidité de restitution est un critère d'efficacité. Plus la restitution d'un résultat est rapide, moins elle mobilise d'énergie, plus cette dernière est disponible pour des tâches de calcul plus complexes.

Comment organiser la mémorisation des répertoires ?

Pour beaucoup d'élèves, la répétition orale et/ou écrite des tables ne suffit pas. **Un véritable enseignement de la mémorisation est donc nécessaire, un enseignement méthodologique au cours duquel l'élève apprend certes les répertoires mais aussi et surtout comment fonctionne sa mémoire.**

L'apprentissage commence par **la construction du répertoire**. Celle-ci se fait avec les élèves et cette phase valide les objets à mémoriser.

La mémorisation se compose du geste de stockage, de révisions programmées et de temps de contrôle.

- **Le geste de stockage** est le moment où « on prend ce qui est sur le cahier pour le mettre dans sa tête ».

Il est précédé par un repérage précis des caractéristiques de l'objet à mémoriser et des éléments facilitant la mémorisation, la restitution ou le contrôle de celle-ci.
Exemple : Dans la table x5, l'alternance 0/5 dans les résultats est une aide à la mémorisation.

Le stockage s'effectue en variant les entrées (visuelle, auditive ou kinesthésique) pour permettre à chaque élève d'utiliser ses points forts et de travailler ses points faibles... On peut écrire, se parler, se parler en écrivant, écrire « en l'air ».

- **Les révisions** visent à consolider ce qui est fragile, à combler les blancs (exemple : « Je ne parviens pas à retrouver dans ma mémoire combien font 7 + 8. »), à rectifier les erreurs (exemple : « 7 + 8 ne font pas 14. ») et à gagner en rapidité de restitution.
Elles se font avec le répertoire sous les yeux, les révisions n'étant pas des contrôles.
Elles doivent être multiples et variées dans leur forme.
Par exemple, on peut prévoir :
1) des révisions, avec restitution dans l'ordre de la mémorisation ;
2) des révisions, avec déstructuration du répertoire en vue d'une restitution dans un ordre aléatoire ;
3) des révisions pour préparer une restitution chronométrée.
Il est bon que les révisions soient espacées dans le temps.
Exemple : 6 + 5 est mémorisé dans la table de + 5... Plus tard, faire chercher les sommes 11 permet de retrouver 6 + 5 par une autre entrée.

Les révisions prennent fin seulement lorsque la mémorisation est considérée comme définitive, ce qui n'exclut pas quelques retours sur les répertoires, avant une séance de calcul posé, par exemple.

- **Le contrôle** est une restitution individuelle, orale ou écrite des résultats. Elle peut être précédée d'**un temps d'évocation** qui vise à rappeler « en surface » ce qu'on a mémorisé.
Exemple : Le maitre peut demander à ses élèves de fermer les yeux et de revoir le tableau sur lequel était écrit le répertoire, de le réciter dans sa tête...

L'évocation devient inutile lorsque la mémorisation est suffisamment stabilisée, lorsqu'on n'a plus besoin de redire toute la table, lorsque chaque résultat peut être restitué automatiquement, indépendamment des autres.

La demande de restitution doit être en cohérence avec ce qui a été travaillé.
Exemple : Pendant la phase de stabilisation du répertoire dans l'ordre croissant, la demande de l'enseignant se limite à la restitution de la table dans l'ordre.
À l'inverse, si c'est la rapidité de restitution dans un ordre aléatoire qui est exercée, l'enseignant ne laisse pas le temps de reconstruire la table dans l'ordre.

Le besoin de progressivité amène chronologiquement les élèves à :

1. **Restituer le répertoire complet dans l'ordre.**
2. **Restituer les résultats dans un ordre aléatoire.**
3. **Restituer les résultats rapidement dans un ordre aléatoire.**

La mémorisation des répertoires doit s'effectuer à l'école, suivant une progression et une programmation cohérentes. Elle doit comprendre des temps de stockage, d'autres de révision et des contrôles réguliers.

La mémorisation d'un nouveau répertoire peut déstabiliser les savoirs installés. Des révisions mêlant différents répertoires sont alors prévues pour les réactiver.

L'enseignement de procédures élémentaires (automatisées)

Comment déterminer les procédures à enseigner ?

Pour répondre à cette question, nous prendrons pour exemple le calcul du produit 24×6. La procédure doit être analysée pour identifier :

- **Le nombre et la nature des étapes qu'implique sa mise en œuvre**

Procédure 1 – Le calcul du produit 24×6 s'effectue en 3 étapes :		
Étape 1	décomposition de 24 par utilisation de la distributivité	*Exemple :* $24 \times 6 = 20 \times 6 + 4 \times 6$
Étape 2	calcul des produits intermédiaires avec réécriture de leur somme	*Exemple :* $= 120 + 24$
Étape 3	calcul de la somme	*Exemple :* $= 144$

Le travail d'identification du nombre d'étapes se traduit par la formulation du calcul écrit détaillé, celui-ci constituant la première phase de l'apprentissage. On remarque que plus le nombre des étapes est élevé, plus l'accès au calcul mental s'avère difficile, ce qui rend nécessaire la maitrise des prérequis.

- **Les prérequis qu'elle suppose**

Le calcul du produit 24×6 nécessite les prérequis suivants :		
Étape 1	la décomposition d'un nombre et la distributivité	*Exemple :* $24 \times 6 = 20 \times 6 + 4 \times 6$
Étape 2	le calcul des produits $a \times b$, avec a multiple de 10 et $b < 10$ et la connaissance des répertoires $\times 2$, $\times 4$ et $\times 6$	*Exemple :* $= 120 + 24$
Étape 3	le calcul de $a + b$, avec a multiple de 10 et $b > 10$	*Exemple :* $= 144$

La maitrise des prérequis conditionne l'apprentissage. Elle permet à l'élève de se concentrer sur l'ensemble des étapes de la procédure. C'est sur l'identification des prérequis que s'appuient la progression et la programmation.

- **Les conditions de son utilisation**

Les élèves (et les adultes aussi !) ont tendance à toujours utiliser les mêmes procédures, car ils n'analysent pas les calculs avant de les effectuer. La pertinence à utiliser une procédure doit faire l'objet de débats lors des phases collectives.

La procédure utilisée pour calculer 24 × 6 peut être utilisée pour des calculs similaires, tels 25 × 6 et 29 × 6, mais elle n'est alors pas nécessairement la plus appropriée.

Procédure 2	
On pourra effectuer le calcul 25 × 6 en utilisant les résultats connus du répertoire × 25.	*Exemple : 25 × 6 = 25 × 4 + 25 × 2* *= 100 + 50* *= 150*

Procédure 3	
On pourra effectuer le calcul 29 × 6 en utilisant 30 – 1 comme écriture du nombre 29.	*Exemple : 29 × 6 = 30 × 6 – 1 × 6* *= 180 – 6* *= 174*

Mais il n'est de choix qu'entre des procédures qu'on maitrise !

On remarque que certains élèves sont capables d'étendre le domaine d'utilisation d'un type de procédure. *Exemple : S'ils ont étudié la procédure utilisant 9 = 10 – 1 pour calculer des différences (87 – 9), ils pensent à utiliser la même écriture de 9 pour calculer des produits (27 × 9 donc 27 × 10 – 27 × 1).*

La procédure 1 présentée ci-dessus est « généraliste » car elle est utilisable avec tous les nombres.
Les procédures 2 et 3 sont appropriées à des contextes particuliers.
On enseignera prioritairement la procédure « généraliste ».
Dans un second temps, d'autres procédures seront enseignées pour enrichir la palette des outils disponibles.

Comment enseigner une procédure ?

Le calcul automatisé vise à faire acquérir les procédures élémentaires, celles qui sont ensuite sollicitées dans des procédures plus complexes.

La démarche d'enseignement d'une procédure est la suivante :

1) Analyse d'exemples
Les prérequis à la procédure sont révisés. Puis la procédure est présentée collectivement avec un exemple écrit explicitant toutes les phases du calcul. Elle est étudiée afin d'en identifier les différentes phases, les connaissances et savoir-faire mobilisés, la présentation de la trace écrite.

2) Formulation orale et écrite de la procédure
La procédure est institutionnalisée. Pour cela, elle est décrite par des phrases et illustrée par un exemple écrit sur un outil collectif ayant vocation à être utilisé lors de temps de rappel.

3) Application et entrainement de la procédure écrite
Cette phase, transitoire, permet à l'élève d'intégrer les différentes étapes de la procédure. Elle favorise l'accès à la procédure mentale.

4) Application et entrainement de la procédure mentale

La procédure est appliquée puis entrainée dans les conditions de son apprentissage, d'abord pour assurer sa bonne mise en œuvre, ensuite en vue de son automatisation.

Le critère rapidité est alors introduit notamment au moyen de l'activité **4 couleurs** décrite en annexe *(cf. Connaissance et utilisation des répertoires)*.

Peut-on enseigner des procédures mentales sans les travailler au préalable à l'écrit ?

Les procédures de calcul mental sont différentes des procédures de calcul posé. Il est important de les formaliser par écrit, avec les différentes étapes du calcul. Ainsi, on permet aux élèves de mieux identifier leurs spécificités.

Exemple : $41 - 27 = 41 - 20 - 7$
$= 21 - 7$
$= 14$

C'est dans un second temps qu'il faudra apprendre à les mettre en œuvre mentalement.

Exemple : $41 - 27 = 14$

Faire écrire toutes les étapes des procédures dans un premier temps, c'est favoriser leur compréhension, les repères visuels jouant un rôle important. Vouloir enseigner la gestion mentale de procédures sans avoir travaillé celles-ci à l'écrit, c'est priver les élèves de ces repères.

L'enseignement des procédures écrites précèdera celui des procédures mentales.

Faut-il écrire ou dicter les calculs ?

Le calcul est dit mental si l'écrit ne comporte pas de trace de la procédure. L'opération, elle, peut être écrite...

Exemple : $67 + 25 = 92$, *c'est du calcul mental puisqu'il n'y a pas trace de la procédure de calcul.*

Ne pas écrire au tableau le calcul à effectuer, c'est-à-dire imposer la gestion mentale simultanée des nombres et de la procédure, c'est prendre le risque que la mémorisation des nombres fasse obstacle à la mise en œuvre de la procédure. Dans un premier temps, il faut privilégier la mise en œuvre mentale de la procédure.

La pratique du calcul dicté devient pertinente lorsque la ou les procédures sollicitées ont été entrainées. L'élève n'étant pas mis en difficulté par le calcul, il peut alors mobiliser une part de son énergie et de sa concentration à la gestion mentale qu'impose la mémorisation.

Tant que les procédures ne sont pas maitrisées, on écrit les calculs à effectuer au tableau ou sur papier.

La pratique du calcul réfléchi

Le calcul réfléchi doit mettre l'élève en situation de réinvestir ses connaissances et ses savoir-faire. Les activités proposées doivent donc répondre aux contraintes suivantes :

- **L'élève doit avoir le choix de la ou des procédures de calcul.** La consigne ne doit donc cibler aucune procédure en particulier, mais doit au contraire permettre d'en mobiliser plusieurs.
- **L'élève doit maitriser connaissances et savoir-faire lui permettant de répondre à la consigne.** Le calcul demandé doit être d'un niveau de difficulté raisonnable, de sorte que l'énergie à mobiliser soit consacrée principalement au choix des procédures.

L'activité appelée ***Le compte est bon*** permet d'élaborer une progression dans les consignes et la difficulté des calculs.

Les règles du *compte est bon* (activité de référence)

Il faut atteindre un nombre cible en utilisant des nombres appelés « nombres cartes » et des opérations.

Chaque nombre carte ne peut être utilisé qu'une fois au plus, alors qu'une opération peut l'être autant de fois que de besoin.
Exemple : Avec les nombres cartes 5, 6, 2 et 2 et le nombre cible 32, on peut proposer les 2 solutions suivantes :

Solution 1	*Solution 2*
$5 \times 6 = 30$	$5 \times 2 = 10$
$30 + 2 = 32$	$10 + 6 = 16$
	$16 \times 2 = 32$

Il est possible de faire varier les paramètres de l'activité, *par exemple le nombre et la taille des nombres cartes.*

La consigne peut aussi être précisée, *par exemple : « Tu dois atteindre le nombre cible en utilisant le moins possible de nombres cartes. »*

Lorsque les nombres cartes ne permettent pas d'atteindre le nombre cible, l'activité consiste alors à s'en approcher au plus près.
Exemple : Avec les nombres cartes 5, 6 et 2, il n'est pas possible d'atteindre le nombre cible 33. On peut s'en approcher au plus près en obtenant le nombre 32.
La solution est alors : $5 \times 6 = 30$
$30 + 2 = 32$

Les caractéristiques de l'activité

L'activité appartient au domaine du calcul réfléchi. Elle pose en effet un problème de calcul dont aucune procédure de résolution n'a été enseignée au préalable. Il appartient à l'élève d'identifier les nombres et les opérations à utiliser ainsi que de combiner les calculs.

L'activité favorise la consolidation des savoirs et des savoir-faire. Au cours des essais effectués, les répertoires sont mobilisés de façon aléatoire, de même que les procédures élémentaires de calcul, ce qui contribue à consolider leur maitrise.

Quelques principes pour une pratique efficace

- **Les nombres cibles, les nombres cartes et les opérations à utiliser doivent être prévus à l'avance pour chaque calcul proposé à la recherche.**

On s'assure ainsi de l'adéquation de chaque situation avec les possibilités des élèves, en particulier lors des premières séances.

Quand il est pratiqué, le tirage au sort des nombres cartes et de la cible conduit parfois à des situations où la cible ne peut pas être atteinte mais seulement approchée, ce qui nécessite une approche différente.

- **Le domaine numérique exploré par l'activité doit correspondre à celui exploré lors de l'apprentissage des procédures.**

La pertinence d'une procédure complexe réside dans l'articulation entre les procédures élémentaires utilisées.

- **La recherche doit être suivie d'une correction collective et d'un ou plusieurs calculs d'application.**

Le compte est bon est une activité de recherche, donc difficile. Malgré tout, elle doit être profitable à tous les élèves. Dans cette perspective, elle est organisée en trois phases :
1) La première est le **calcul de recherche**.
2) Celle-ci doit être suivie d'une **correction collective** au cours de laquelle on identifie l'ordre des opérations ou une stratégie permettant d'atteindre la cible.

3) Pour terminer, **un ou plusieurs calculs d'application** sont soumis aux élèves. Ce ou ces calculs sont choisis pour permettre la mise en œuvre de la stratégie mise à jour lors de la correction du calcul de recherche.

- **L'enseignant doit exiger des élèves qu'ils écrivent les calculs l'un en dessous de l'autre...**

Exemple : Pour faire 29 avec les nombres cartes 1, 5, 2 et 4.

Solution à valider :
$2 + 4 = 6$ $6 \times 5 = 30$ $30 - 1 = 29$

Solution à refuser :
$2 + 4 = 6 \times 5 = 30 - 1 = 29$

Progressions

Quels sont les grands axes de l'enseignement du calcul mental au CM1 ?

En amont du CM1, tous les répertoires additifs et multiplicatifs ont été mémorisés ; par ailleurs, une procédure au moins a été enseignée pour chacune des opérations. À ce niveau, les objectifs visent la consolidation des savoirs et des savoir-faire.

Dans le domaine de la connaissance et de l'utilisation des répertoires :
- Mettre en œuvre une méthodologie de révision autonome.
- Restituer instantanément les résultats des répertoires additifs et multiplicatifs.
- Retrouver rapidement les résultats des répertoires soustractifs et de la division.

Dans le domaine du calcul automatisé :
- Consolider les procédures étudiées jusqu'au CE2 et étendre leur domaine d'application.
- Apprendre et automatiser de nouvelles procédures.
- Apprendre à choisir la bonne procédure, donc à identifier les conditions d'utilisation d'une procédure.
- Gérer mentalement la mémorisation et le traitement d'un calcul.
- Apprendre ou consolider des procédures particulières.

Numération et calcul

Objectif : Savoir dire rapidement et sans erreur une suite de nombres inférieurs à 1 000.

Période : Semaines 1 à 6.

La connaissance de la suite ordonnée des nombres est indispensable en calcul mental, en particulier tant que les répertoires ne sont pas maitrisés. Le surcomptage la mobilise dans le calcul des sommes et le décomptage dans celui des différences.
Exemple : Lorsqu'ils calculent 32 – 5, les élèves passent par le décomptage : 31-30-29-28-27.

Lorsqu'on utilise une procédure en appui sur les répertoires mémorisés, la connaissance de la suite numérique permet par exemple d'effectuer avec aisance les ajouts ou retraits de dizaines.
Exemple : Pour calculer 32 – 5 par utilisation de 12 – 5 = 7, il faut aussi savoir enlever une dizaine à 32.

Les exercices proposés en début d'année de CM1 contribuent à consolider la récitation de la suite numérique et par conséquent à gagner en rapidité. Ils s'effectuent avec une file numérique collective pour les nombres inférieurs à 100, et ce tant que tous les élèves n'ont pas acquis une dextérité suffisante dans son utilisation.

Par la suite, l'entrainement à la récitation de la suite numérique se poursuit jusqu'au nombre 1 000. On conforte ainsi la compréhension du système décimal.

Connaissance et utilisation des répertoires

Des révisions collectives sont programmées en début d'année de CM1, mais dans un second temps, pour tenir compte des besoins spécifiques de chaque élève, il faut en venir à des révisions individuelles. Pour cela, on enseigne collectivement une méthodologie qui sera ensuite mise en œuvre en autonomie.

La mémorisation des répertoires additifs et multiplicatifs

Objectif : Restituer, dans un ordre aléatoire et rapidement, les résultats des calculs additifs.
Période : Semaines 1, 3, 5, 8, 13, 15, 17, 19, 21, 23 et 29.

Objectif : Restituer, dans un ordre aléatoire et rapidement, les résultats des tables de multiplication.
Période : Semaines 2, 4, 6, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25 et 27.

Au CM1, la mémorisation des répertoires concerne **tous les répertoires additifs et multiplicatifs**, soit :
- ceux étudiés au CE1 pour lesquels on attend une restitution immédiate de résultats (tables de x2, x3, x4 et x5) ;
- ceux étudiés au CE2 qu'il faudra consolider et pour cela prévoir plusieurs révisions (tables de x6, x7, x8 et x9).

Les liens entre les répertoires additifs et soustractifs

Objectif : Restituer le résultat d'un calcul soustractif à partir d'une somme.
Période : Semaines 1, 3, 5, 10, 13, 15, 17, 19, 21, 23 et 29.

On appelle répertoire soustractif la liste des résultats mobilisables dans un calcul soustractif.
Exemple : Voici le répertoire (ou table) de – 3 :

3 – 3 = 0	*4 – 3 = 1*	*5 – 3 = 2*	*6 – 3 = 3*	*7 – 3 = 4*
8 – 3 = 5	*9 – 3 = 6*	*10 – 3 = 7*	*11 – 3 = 8*	*12 – 3 = 9*

La mémorisation des répertoires soustractifs n'est pas inscrite dans les programmes, mais pour effectuer les calculs soustractifs avec aisance et fiabilité, les élèves doivent être capables d'en retrouver les résultats à partir des répertoires additifs. L'objectif est notamment de faire disparaitre les pratiques de décomptage.

Il faut donc faire prendre conscience des liens entre les répertoires additifs et soustractifs, puis entrainer les élèves à les activer de plus en plus rapidement.

Pour cela, on apprend aux élèves que la connaissance d'un calcul du répertoire additif donne accès à la connaissance d'un autre calcul additif par commutativité, mais aussi à celle de deux calculs soustractifs.

La révision des répertoires additifs se prolonge par l'activation des liens avec les résultats soustractifs.
Exemple : Pour la somme 14 → On rappelle que 6 + 8 = 14, d'où 8 + 6 = 14, 14 – 6 = 8 et 14 – 8 = 6.

On remarque la présence d'un trio de nombres (6 ; 8 ; 14), commun aux 4 calculs. Sur l'ensemble des répertoires étudiés, c'est-à-dire les sommes de 7 à 18, on dénombre 32 trios de nombres.

Au CM1, l'étude des trios constitue le cœur des activités d'activation des liens entre répertoires additifs et soustractifs, car leur connaissance favorise la stabilisation de tous les faits numériques.

Les répertoires spécifiques

Objectif : Mémoriser les sommes égales à 100 de deux multiples de 10.

Période : Semaine 12.

Au CM1, la mémorisation des sommes égales à 100 de 2 multiples de 10 favorise le repérage des associations entre des nombres amis dans les calculs et donc le recours à des procédures plus simples et plus fiables.

Objectif : Mémoriser les sommes égales à 1 et les différences associées de deux noms décimaux exprimés en dixièmes.

Période : Semaines 25 et 27.

Au CM1, les procédures de calcul faisant intervenir les nombres décimaux sont abordées dans des cas simples, notamment lorsque la somme des deux parties décimales est égale à 1 (exemple : 27,2 + 0,8). La mémorisation des sommes égales à 1 favorisera la réussite des calculs.

Objectifs : Mémoriser les moitiés des nombres inférieurs à 20.
Mémoriser les moitiés des multiples de 10 inférieurs à 100.

Période : Semaine 12.

Au CM1, la mémorisation des moitiés les plus courantes est programmée pour favoriser la mise en œuvre de la procédure de calcul de la moitié d'un nombre.

Calcul automatisé

L'addition – somme de deux nombres entiers

Objectif de fin d'année : Calculer a + b, avec a < 100 et b < 100.

Au CM1, deux procédures sont révisées (procédures 1 et 2) ; une est enseignée (procédure 3). L'objectif est d'amener les élèves à choisir la procédure appropriée au calcul à effectuer.

- **Procédure 1 :**

1) Décomposer **b** en dizaines et unités.
2) Ajouter les dizaines de **b**.
3) Ajouter les unités de **b** par utilisation des répertoires.

Pour additionner deux nombres à 2 chiffres :

a) J'ajoute les dizaines.
b) J'ajoute les unités.

Exemple : $57 + 34$

$57 + 34 = \underline{57 + 30} + 4$
$= 87 + 4$
$= 91$

Les caractéristiques de la procédure

Sa mise en œuvre est adaptée à tous les nombres, à la condition que les répertoires soient connus. L'ajout des dizaines précédant celui des unités, il n'y a pas de retenue que l'élève pourrait « oublier ». Lors de l'ajout des unités, l'élève doit repérer s'il y a franchissement ou pas d'une dizaine supplémentaire.

Progression :

Calculer a + b, avec :			
Étape 1	b < 10, sans franchissement de dizaine	*Exemple :* $64 + 5$	**Semaine 1**
Étape 2	b < 10, avec franchissement de dizaine	*Exemple :* $64 + 8$	**Semaine 2**
Étape 3	Mémorisation du calcul	*Exemple :* $64 + 8$	**Semaine 5**
Étape 4	a et b > 10	*Exemple :* $57 + 34 = 57 + 30 + 4$	**Semaine 8**
Étape 5	Mémorisation du calcul	*Exemple :* $57 + 34 = 57 + 30 + 4$	**Semaine 11**

- **Procédure 2 :**

1) Décomposer **b** en dizaines et unités.
2) Ajouter les dizaines de **b**.
3) Décomposer les unités de **b** pour faire apparaitre le complément à la dizaine supérieure de a.
4) Ajouter le complément à la dizaine supérieure de **b**.
5) Ajouter les unités restantes.

Pour additionner deux nombres à 2 chiffres :
a) Je décompose le 2^e^ nombre.
b) J'ajoute les dizaines du 2^e^ nombre.
c) J'ajoute les unités du 2^e^ nombre.

Exemple : $56 + 27$

$$\begin{aligned} 56 + 27 &= \underline{56 + 20} + 4 + 3 \\ &= 76 + 4 + 3 \\ &= 83 \end{aligned}$$

Les caractéristiques de la procédure

La décomposition des unités du deuxième terme permet d'éviter la mobilisation des résultats les plus difficiles des répertoires additifs. Cette décomposition ajoute une étape au calcul et engendre des difficultés de mémorisation puisque celle-ci concerne la somme intermédiaire (76, puis 80 dans l'exemple ci-dessus) et les unités restant à ajouter (+ 3).

Progression :

Calculer a + b, avec :			
Étape 1	b < 10, avec franchissement de dizaine	*Exemple :* $64 + 8 = 64 + 6 + 2$	**Semaine 13**
Étape 2	b > 10, avec franchissement de dizaine	*Exemple :* $64 + 28 = 64 + 20 + 6 + 2$	**Semaine 13**

- **Procédure 3 :**

1) Modifier l'écriture de **b** pour faire apparaitre la dizaine supérieure (nombre **c**).
2) Ajouter **c**.
3) Enlever ce qui a été ajouté en trop.

Pour additionner deux nombres à 2 chiffres :

a) Je modifie l'écriture de la somme.
b) J'ajoute les dizaines.
c) J'enlève les unités ajoutées en trop.

Exemple : $75 + 28$

$$\begin{aligned} 75 + 28 &= \underline{75 + 30} - 2 \\ &= 105 - 2 \\ &= 103 \end{aligned}$$

Les caractéristiques de la procédure

Les répertoires additifs sont peu mobilisés. Cette procédure est intéressante pour ajouter un nombre terminé par 8 ou par 9.

Progression :

Calculer a + b, avec :		
b > 10, avec franchissement de dizaine	*Exemple :* $64 + 28 = 64 + 30 - 2$	Semaine 19

- **Choix entre plusieurs procédures :**

Étape 1	Entre les procédures 1 et 2	Avec calculs mémorisés	**Semaine 17**
Étape 2	Entre les procédures 1, 2 et 3	Avec calculs mémorisés	**Semaines 23 et 29**

La soustraction – différences de deux entiers

Objectif : Calculer a – b, avec a < 100.

Au CM1, deux procédures sont révisées (procédures 1 et 2) ; une est enseignée (procédure 3). L'objectif est d'amener les élèves à choisir la procédure appropriée au calcul à effectuer.

- **Procédure 1 :**

1) Décomposer **b** en dizaines et unités.
2) Retrancher au nombre **a** les dizaines de **b**.
3) Retrancher les unités de **b** par utilisation des répertoires.

Pour soustraire un nombre à 2 chiffres à un autre nombre à 2 chiffres :

a) J'enlève les dizaines.
b) J'enlève les unités.

Exemple : $84 - 28$

$$\begin{aligned} 84 - 28 &= \underline{84 - 20} - 8 \\ &= 64 - 8 \\ &= 56 \end{aligned}$$

Les caractéristiques de la procédure

Le retrait des dizaines précédant celui des unités, il n'y a pas de retenue que l'élève pourrait « oublier ». Pour retirer les unités, lorsqu'il y a changement de dizaine, la soustraction du répertoire n'est alors pas directement visible (exemple: dans 64 – 8, on ne voit pas explicitement 14 – 8). Il faut penser au changement de dizaine (exemple : pour 64 – 8, 14 – 8 = 6, alors j'écris 6 aux unités et je retire une dizaine à 64.)

Progression :

Calculer a – b, avec :			
Étape 1	b < 10, sans franchissement de dizaine	*Exemple :* *59 – 4*	Semaine 1
Étape 2	b < 10, avec franchissement de dizaine	*Exemple :* *52 – 6*	Semaine 3
Étape 3	Mémorisation du calcul	*Exemple :* *52 – 6*	Semaine 5
Étape 4	a et b > 10	*Exemple :* *52 – 36 = 52 – 30 – 6*	Semaine 10
Étape 5	Mémorisation du calcul	*Exemple :* *52 – 36 = 52 – 30 – 6*	Semaine 11

- **Procédure 2 :**

1) Décomposer **b** en dizaines et unités.
2) Soustraire au nombre **a** les dizaines de **b**.
3) Décomposer les unités de **b** pour faire apparaître le même chiffre des unités que dans **a**.
4) Soustraire le nombre trouvé à **a** pour obtenir la dizaine inférieure.
5) Soustraire les unités restantes.

Pour soustraire un nombre à 2 chiffres à un nombre à 2 chiffres :
a) J'enlève les dizaines du 2e nombre.
b) J'enlève les unités du 2e nombre.

Exemple : *74 – 36*
74 – 36 = *74 – 30 – 4 – 2*
= *44 – 4 – 2*
= *40 – 2*
= *38*

Les caractéristiques de la procédure

La décomposition des unités est facilement identifiable (exemple : 46 – 28. Il faut décomposer 8 en 6 + 2). Les résultats les plus « difficiles » des répertoires soustractifs ne sont pas mobilisés. La décomposition des unités ajoute une étape au calcul. De plus, elle engendre une difficulté de mémorisation des unités restant à retrancher (– 4 dans l'exemple).

Progression :

Calculer a – b, avec :			
Étape 1	b < 10, avec franchissement de dizaine	*Exemple :* *52 – 6 = 52 – 2 – 4*	Semaine 15
Étape 2	b > 10, avec franchissement de dizaine	*Exemple :* *52 – 36 = 52 – 30 – 2 – 4*	Semaine 3

- **Procédure 3 :**

1) Modifier l'écriture de **b** pour faire apparaitre la dizaine supérieure (nombre **c**).
2) Enlever **c**.
3) Ajouter ce qui a été enlevé en trop.

Pour soustraire un nombre à 2 chiffres à un nombre à 2 chiffres :

a) Je modifie l'écriture de la différence.
b) J'enlève les dizaines.
c) Je rajoute les unités enlevées en trop.

Exemple : $75 - 28$
$75 - 28 = \underline{75 - 30} + 2$
$= 45 + 2$
$= 47$

Les caractéristiques de la procédure

Les répertoires additifs sont peu mobilisés. Cette procédure est intéressante pour soustraire un nombre terminé par 8 ou par 9.

Progression :

Calculer a – b, avec :		
b > 10, avec franchissement de dizaine	*Exemple :* $64 + 28 = 64 + 30 - 2$	**Semaine 21**

- **Choix entre plusieurs procédures :**

Étape 1	Entre les procédures 1 et 2	Avec calculs mémorisés	**Semaine 17**
Étape 2	Entre les procédures 1, 2 et 3	Avec calculs mémorisés	**Semaines 23 et 29**

La multiplication de deux nombres entiers

Objectif : Calculer mentalement a × b, avec a < 100 et b < 10.

- **Procédure :**

1) Décomposer a en dizaines (d) et unités (u), pour écrire **a × b = d × b + u × b**.
2) Calculer **d × b = d'** et **u × b = u'**.
3) Écrire **a × b = d' + u'**.
4) Calculer **d' + u'**.

Pour multiplier un nombre par ...

a) Je décompose la multiplication.
b) Je fais séparément les 2 multiplications.
c) Je fais la somme des 2 résultats.

Exemple : 38×5
$84 - 28 = \underline{30 \times 5} + \underline{8 \times 5}$
$= 150 + 40$
$= 190$

Les caractéristiques de la procédure

Les difficultés se situent dans l'application de la distributivité (écriture de la somme de deux produits) et dans la présence de 2 calculs à effectuer au cours de l'étape b), ce qui impose leur mémorisation.

Au CM1, la procédure n'est pas difficile à mettre en œuvre, mais sa gestion mentale si. La progression vise dans un premier temps à amener les élèves à la maitrise de la procédure écrite, puis à leur apprendre comment gérer mentalement les calculs qui la composent.

Progression :

Calculer a × b, avec :			
Étape 1	a < 20, b = 3, puis b = 5 (calcul partiellement écrit)	*Exemple : 18 × 5*	**Semaine 2**
Étape 2	a < 20 et b < 10 (calcul partiellement écrit)	*Exemple : 18 × 8*	**Semaines 9 et 18**
Étape 3	a < 100 et b < 6 (calcul mental)	*Exemple : 23 × 4*	**Semaine 18**
Étape 4	a < 100 et b < 10 (calcul mental)	*Exemple : 56 × 4*	**Semaines 22 et 28**

La division de nombres entiers

Objectif : Calculer mentalement le quotient q et le reste r de a divisé par n, avec n < 10, q < 20 et r < n.

- **Procédure :**

1) Décomposer le dividende pour faire apparaitre n × 10.
2) Écrire le dividende sous la forme n × 10 + n × b, avec b < 10.
3) Écrire **a = (n × q) + r, avec q = 10 + b.**

Pour calculer une division dont le diviseur est inférieur à 10 et le quotient supérieur à 10 :

a) Je décompose le nombre.
b) Je fais apparaitre les produits.

Exemple : 57 : 4
ou 57 = 4 × ... + ...
57 = 40 + 17
= 4 × 10 + 4 × 4 + 1
= 4 × 14 + 1

Les caractéristiques de la procédure

L'écriture de la réponse concerne deux nombres, le quotient et le reste.

Au CM1, si la procédure n'est pas difficile à mettre en œuvre, la gestion mentale l'est. La progression amène dans un premier temps à la maitrise de la procédure écrite, puis à la suppression de l'écriture de l'étape b).

Progression :

Calculer a : n, avec :			
Étape 1	n = 2, 3, 4 ou 5 et q < 10	*Exemple : 48 : 5*	**Semaine 4**
Étape 2	a < 100 ; n < 8 ; 10 < q < 20	*Exemple : 98 : 7*	**Semaine 7**
Étape 3	n < 10 ; 10 < q < 20	*Exemple : 143 : 8*	**Semaines 14, 20 et 30**

Remarque : Au CM1, la gestion mentale du calcul d'une division n'est pas un objectif. L'écrit à produire aura la forme suivante :

143 : 8
→ 143 = 80 + 63
= 8 × 17 + 7 Le quotient est 17.
Le reste est 7

Calculs avec des nombres décimaux

Au CM1, **pour l'addition et la soustraction**, le traitement distinct effectué sur les parties entières et décimales contribue à consolider la compréhension des nombres décimaux. On enseigne deux procédures distinctes, applicables chacune à une partie des décimaux. On installe ainsi les prérequis qui permettront, au CM2, d'effectuer les calculs avec deux décimaux.

Deux procédures sont enseignées pour chacune des deux opérations ; elles concernent des nombres spécifiques. La première mobilise le répertoire des sommes égales à 1, mais ne nécessite pas de calcul pour la partie entière. La seconde ne nécessite pas de calcul pour la partie décimale.

Pour la multiplication, l'apprentissage cible le positionnement de la virgule au résultat.

Pour la division, seuls les calculs de la moitié des nombres entiers impairs et inférieurs à 20 seront explorés.

Progression :

Étape 1	Somme de deux décimaux, dont un est inférieur à 1, avec somme des parties décimales égale à 1	*Exemple :* *56,8 + 0,2*	Semaine 25
Étape 2	Somme d'un entier et d'un décimal	*Exemple :* *56,1 + 27*	Semaine 25
Étape 3	Moitié d'un nombre impair inférieur à 20	*Exemple :* *la moitié de 17*	Semaine 26
Étape 4	Différence d'un entier (1er terme) et d'un décimal inférieur à 1 (2e terme)	*Exemple :* *57 – 0,2*	Semaine 27
Étape 5	Différence d'un décimal (1er terme) et d'un entier (2e terme)	*Exemple :* *56,1 – 27*	Semaine 27
Étape 6	Produit d'un entier et d'un nombre décimal inférieur à 1	*Exemple :* *36 × 0,5*	Semaine 26

Autres calculs

Objectif : Calculer le complément à 100 d'un nombre.
Période : Semaine 16.

- **Procédure 1 :**

1) Trouver **a**, le complément à la dizaine supérieure.
2) Trouver **b**, le complément de a à 100.
3) Calculer **a + b**.

Pour calculer le complément à 100 :

a) Je cherche le **complément à la dizaine supérieure**.

b) Je cherche le **complément à 100 de ce nombre**.

c) J'additionne les deux nombres trouvés.

Exemple : Quel est le complément à 100 de 15 ?

15 + 5 = 20

20 + 80 = 100

5 + 80 = 85

- **Procédure 2 :**

Pour trouver le complément à 100 d'un nombre :

a) Je cherche **le complément à 9** pour trouver le **chiffre des dizaines.**

b) Je cherche **le complément à 10** pour trouver le **chiffre des unités.**

Au CM1, la révision de la procédure 1 (enseignée au CE2) permet d'accéder à l'observation de régularités. Celles-ci sont formulées dans une procédure 2 qui permet de gagner en rapidité. On observe que la procédure 2 concerne les chiffres, alors que la procédure 1 est un calcul sur les nombres.

Objectif : Calculer la moitié de a, a étant un nombre pair inférieur à 100.
Période : Semaine 26.

- **Procédure :**

1) Décomposer **a** en la somme d'un multiple de 10 (**b**) et d'un nombre inférieur à 10 (**c**).
2) Trouver **la moitié de b** et **la moitié de c.**
3) Calculer **b + c.**

Pour calculer la moitié d'un nombre :

a) Je décompose le nombre.

b) Je cherche la moitié de chacun des deux nombres.

c) J'additionne les deux nombres trouvés.

Exemple : Quelle est la moitié de 96 ?

96 = 90 + 6

45 est la moitié de 90.

3 est la moitié de 6.

45 + 3 = 48

La progression amène dans un premier temps à la maitrise de la procédure écrite, puis à la suppression des écrits intermédiaires.

Objectif : Calculer le résultat d'une chaine de 4 opérations.
Période : Semaines 6, 12 et 30.

La pratique du calcul en chaine développe une forme d'agilité mentale, car les procédures à mettre en œuvre ne sont pas anticipées. De plus, elle favorise l'amélioration de la gestion mentale.

Objectif : Calculer avec les multiples de 10.
Période : Semaine 24.

Lorsque les calculs sur les multiples de 10 et concernant les 4 opérations sont étudiés séparément, les élèves ont tendance à en confondre les règles. Leur consacrer une semaine spécifique permet de les comparer et de programmer un entrainement suffisant.

Calcul réfléchi

Objectif : Mobiliser ses connaissances et ses savoir-faire dans des problèmes de calcul.

Période : Semaine 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28 et 30.

La **progression** est organisée en 9 séquences. Chaque séquence est définie par des paramètres spécifiques et une consigne unique. La dernière séquence introduit la variable « hasard », puisque les nombres cartes et les nombres cibles sont tirés au sort. Chaque séquence est constituée de 4 séances, composées chacune d'un calcul de recherche et d'un ou plusieurs calculs d'application.

Programmation du *compte est bon* :

Titres	Consignes	Période
Les premiers comptes sont bons	Atteindre le nombre cible en utilisant des nombres choisis dans une liste de 5 et les opérations connues	**Semaine 14**
***Le compte est bon* par deux chemins**	Atteindre le nombre cible de deux façons différentes.	**Semaine 16**
***Le compte* aux deux cibles**	Atteindre deux cibles différentes avec une série de nombres.	**Semaine 18**
***Le compte est bon* avec le moins possible de nombres cartes**	Atteindre une cible en utilisant le moins possible de nombres pris dans une série.	**Semaine 20**
***Le compte est bon* avec le plus possible de nombres cartes**	Atteindre une cible en utilisant le plus possible de nombres pris dans une série.	**Semaine 22**
***Le compte est bon* avec les nombres 10 et 25**	Atteindre une cible en utilisant des produits par 10 et par 25.	**Semaine 24**
***Le compte est bon* avec un seul nombre**	Atteindre une cible en utilisant un seul type de nombre carte.	**Semaine 26**
***Le compte* est presque bon**	S'approcher au plus près d'une cible en utilisant des nombres pris dans une liste de nombres cartes.	**Semaine 28**
Les défis du *compte est bon*	Atteindre la cible en utilisant des nombres tirés au sort.	**Semaine 30**

Présentation des symboles utilisés


Documents PDF du CD-Rom


Matériel collectif ou individuel nécessaire à préparer avant la séance