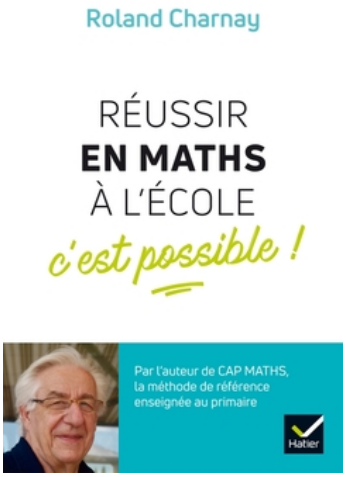


Roland Charnay, spécialiste de l'enseignement des mathématiques depuis près de 40 ans, répond à toutes les questions que **les enseignants et les parents** se posent sur la **réussite des enfants en maths**.
Les élèves français sont-ils condamnés à échouer en mathématiques comme semblent le dire les évaluations internationales ? Faut-il suivre des modèles comme ceux de la Finlande, ou ceux de Singapour ? Comment donner confiance aux enfants ? Faut-il enseigner les quatre opérations dès le CP ?

Roland Charnay, *Réussir en maths à l'école c'est possible* ! Hatier, 2018, ISBN 978-2-401-03326-9

Article : Expresso pédagogique
http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2018/03/20032018Article636571266660237668.aspx

Roland Charnay : Réussir en maths à l'école, c'est possible !

Paradoxe : second pays du monde pour les médailles Fields, la France est dans les derniers pays développés quand il s'agit d'évaluer le niveau en maths de ses élèves. Pour expliquer et dépasser ce paradoxe, dans "Réussir en maths à l'école, c'est possible (Hatier), Roland Charnay invite à réfléchir aux remèdes à apporter à l'enseignement des maths. En s'appuyant sur sa longue expérience, il écarte les tentations faciles : copier ce qui se fait ailleurs, avoir une confiance aveugle dans une méthode ou une science. Il leur préfère des horizons moins clinquants mais plus surs : former les enseignants, faire confiance à leur professionnalité, veiller aux acquisitions fondamentales. Une réflexion nécessaire au moment où les maths sont devenues un élément de communication politique.

Pourquoi ce livre en ce moment précisément ?

Du fait des débats actuels sur l'enseignement des maths. J'ai souhaité faire entendre une autre proposition car le débat actuel me semble orienté et il est toujours bon de faire entendre des voix différentes.

Dans votre ouvrage vous dites que nos mauvais résultats en maths ne sont pas dus aux programmes. Mais alors à quoi ?

Je dis qu'il y a plusieurs facteurs. Les programmes peuvent être un de ces facteurs. Mais j'observe que dans les pays qui réussissent mieux que nous il ya une différence qui tient d'abord à la politique éducative. Ce sont des pays qui mettent l'accent sur l'éducation, qui donnent des moyens, notamment en

formation des enseignants et qui ont une politique éducative continue. En France c'est moins les programmes que leur changement permanent qui pose problème. Depuis 30 ans on a changé de programme de maths au primaire en moyenne une fois tous les 5 ans. C'est justement le temps nécessaire aux enseignants pour assimiler un programme. J'en déduis qu'aucun programme n'a jamais été réellement testé !

En ce moment c'est Singapour qui a le vent en poupe. Vous dites que sa réussite n'est pas liée à une méthode. Pourquoi ?

De nombreux facteurs peuvent expliquer l'excellente place de Singapour dans les classements mondiaux. La varie méthode de Singapour c'est une politique éducative. Quand on parle de "méthode de Singapour" parle-t-on de la politique de l'État, de l'approche des maths ou de l'adaptation d'un ouvrage proposé en France ?

Le point fondamental à Singapour c'est la formation des enseignants. Or en France elle a été abandonnée pendant plusieurs années. Le rapport Villani insiste lui aussi sur ce point mais sera-t-il écouté ?

Vous dites aussi que manipuler ne suffit pas pour apprendre les maths. Que voulez-vous dire ?

Tout le monde est d'accord avec l'idée que les enfants doivent apprendre les maths à partir du réel. Mais jouer avec des objets ça n'a jamais provoqué l'apprentissage des maths. Ce qui fait apprentissage c'est quand une manipulation est orientée par un questionnement, une problématique. Ce sont les problèmes posés qui débouchent sur l'apprentissage. Là on touche une faiblesse de Singapour en ce qui concerne la résolution de problèmes.

Mais vous écrivez que la résolution de problèmes ne suffit pas non plus...

Elle est à la base de certains concepts mathématiques. Mais pour que les concepts soient appropriés il faut un travail de structuration par les enseignants. Il faut de la révision, un entrainement, de la familiarisation. Comme dit **Gérard Vergnaud** c'est un point de départ. C'est la question qui donne du sens au concept. Une fois celui-ci élaboré il doit pouvoir être utilisé dans d'autres contextes.

Si l'on veut que le niveau en mathématiques s'améliore, que doit-on faire ?

Je propose des pistes à la fin du livre. Il faut déjà se défier des tentations nostalgiques comme revenir à un âge d'or, qui n'a jamais existé, où il n'y avait pas de machine à calculer. Il faut aussi résister à la tentation de l'ailleurs : penser que transposer directement une expérience étrangère serait la solution.

Si on regarde de près Singapour par exemple, on voit que le système éducatif est très coercitif, qu'il y a beaucoup de cours particuliers. On ne peut pas simplement transposer car il y a des différences sociales et culturelles énormes.

Enfin il faut résister à la tentation scientiste. Les neurosciences apportent des choses intéressantes mais l'apprentissage des maths ne peut pas se réduire à ce seul apport. Pour penser cet enseignement il faut aussi regarder du coté de l'enfant, de la psychologie cognitive et aussi voir le coté de l'élève en classe avec d'autres élèves et un prof et des phénomènes didactiques.

Ma principale orientation dans ce livre c'est la formation des enseignants. IL faudrait aussi recruter autrement c'est à dire des enseignants du premier degré ayant plus de formation mathématique. Il faudrait leur faire confiance. Par exemple que l'évaluation ne soit pas un moyen de coercition mais un outil mis à leur disposition.

J'ouvre aussi une autre piste : faire que les savoirs enseignés soient davantage hiérarchisés. Il faudrait enseigner moins de choses mais de façon plus approfondie. Et organiser cet enseignement autour de fondamentaux comme la numération décimale ou le calcul mental. Il faut que les enfants acquièrent le sens des opérations, c'est à dire qu'ils assimilent qu'une même opération peut résoudre des catégories de problèmes différentes et qu'il y a un lien entre les opérations.

Enfin il faut aussi privilégier la résolution de problèmes. Dans Pisa on voit bien que les jeunes français ont des connaissances mais manquent de capacité à les utiliser dans des situations moins scolaires. I faut donc apprendre aux élèves des stratégies de recherche.

Propos recueillis par François Jarraud

Introduction

« En France, les guerres scolaires ce sont celles que l'on préfère. La bonne nouvelle, c'est qu'une nouvelle se profile, la guerre scolaire liée aux méthodes d'enseignement des mathématiques… »
Guillaume ERNER, France culture, 19/10/2017.

En 45 ans, l'école primaire a connu 8 changements de programmes : 1970, 1977, 1985, 1991, 1995, 2002, 2008, 2015.
Sans compter les circulaires qui précisent ou orientent leur mise en application.
Rapport aux mathématiques : complexe (gage de réussite scolaire).
Affect vis-à-vis des math : querelles et débats.
La première voie vers la réussite ne serait-elle pas d'entretenir un dialogue plus serein avec les mathématiques afin de poser les bonnes questions ?

Chapitre 1 : **Les mathématiques entre réussite et difficultés**

Que nous apprennent les enquêtes internationales ?

Un premier paradoxe :

- « *On pourrait difficilement contester que la France se situe actuellement parmi les meilleurs pays au monde en mathématiques. Elle occupe peut-être le second rang, devancée seulement par les États-Unis, voire le tout premier si l'on se rapporte à la taille de sa population.* »

John Ball, Professeur à Oxford, **2013**, « Mathématiques, l'explosion continue »

- « *Cette discipline est marquée depuis PISA 2000 par une baisse du score national, un accroissement des élèves en difficulté et un recul du nombre d'élèves appartenant à l'élite scolaire.* »

CNESCO, **2016**.

L'école mathématique française est une fierté nationale.
Les mathématiques à l'école, une inquiétude nationale.

Problème de programmes ou de méthodes pédagogiques ?

- Résultats médiocres en résolution de problèmes nouveaux (avec formulation d'hypothèses, essais, mise en relation d'informations).
- Nos élèves ont des connaissances (souvent autant que dans les pays qui réussissent le mieux) qui sont très inégalement maîtrisées. Et trop d'élèves ont des difficultés pour les mobiliser dans des situations concrètes.

Un point sur les enquêtes internationales

- Une faible proportion d'élèves est sollicitée (PISA : moins de 1%)
- Certains exercices sont plus difficiles (TIMSS)
- 23% des questions sont hors programme
- Une même classe d'âge ne se retrouve pas forcément dans le même niveau de classe (redoublement)

La question des inégalités sociales : comment pèsent-elles sur les résultats des élèves ?

- 40% des élèves français issus de milieu défavorisé sont en difficulté (moyenne OCDE = 34%).
- L'école française a des difficultés à faire réussir les élèves issus de l'immigration (la langue parlée à la maison a un rôle discriminant pour les performances des élèves) : or les évaluations mathématiques se passent à l'écrit et la question de la maîtrise de la langue est difficile à isoler.
- Les moyennes obtenues par la France au cours des différentes enquêtes cachent un système éducatif français marqué par l'échec scolaire.
- La France est en tête des pays de l'OCDE pour son déterminisme social à l'école.

« *En France lorsqu'on appartient à un milieu défavorisé, on a clairement aujourd'hui moins de chances de réussir qu'en 2003* ».
Éric Charbonnier, expert éducation à l'OCDE, PISA 2012.

Regard vers la Finlande (premières places PISA en 2003 et 2006)

- Entrée EE à 7 ans
- Avancée de tous les élèves au même rythme (à 15 ans ils sont tous dans la même classe).
- Évaluation positive : auto-évaluation, là pour aider les élèves, pas de compétition ni de sélection, porte sur les acquis et les progrès, jamais de 0 (au collège on note de 4 à 10)
- 5 millions d'habitants (chômage entre 6 et 9%)

- Politique volontariste depuis 20 ans
- Bienveillance

Regard vers Singapour ()

- Compétition à outrance (école = suite de classes prépa)
- 3h de cours particuliers par semaine pour 80% des élèves (3ans)
- Stress important et fort taux de suicide des jeunes
- Pays 12 fois moins peuplé que la France
- Politique volontariste depuis 20ans

- Le redoublement
- La différenciation pédagogique
- L'évaluation
- La langue maternelle (allophones)
- Le taux de chômage

	France	Finlande	Singapour
Nombre d'habitants	66 M	5M	5,6 M
PIB par habitant	44100$	45700$	62400$
Taux de chômage	10,3%	6,7%	2%
Politique éducative	yoyo	cons-tante	constante
Formation initiale (en math)	40h		400h
Formation continue	9h		180h
Nombre d'élèves par enseignant	Classe24	Classe20 TP 6-7	P1-2 : 30 P3-6 : 40
Salaire brut par an (10 ans d'expé.)	27.060$	32.500$	45.555$

Luxembourg 68.130 / Suisse 60.014 / Allemagne 52.900 / EU 37.720 / Norvège 40.755 / Danemark : 40.300 / Mexique 36.900 / Espagne 36. / Australie 35.100 / Pays Bas 33.700 / Canada 33.550 / Finlande 32.5 / Autriche 32. / Suède 31.700 / Costa Rica 28.900 / Portugal 28.000

Multitude de phénomènes : quel est l'impact de quel paramètre sur la réussite ou l'échec scolaire ?

- Conditions socio-économiques
- Politique scolaire (continué ou non)
- Formes d'évaluation
- Formation des enseignants

- Considération des enseignants
- Programmes scolaires
- Méthodes d'enseignement

Chapitre 2 : **Les enjeux de l'enseignement des mathématiques à l'école**. En quoi les mathématiques sont-elles utiles à tous ?

« *Les mathématiques sont un élément essentiel de la culture de l'humanité*. » **Daniel Perrin**, mathématicien.

Une évolution sociétale :

- Fin des années 50 : scolarité essentiellement primaire (jusqu'à 14 ans, avec les classes de fin d'études) : le savoir « lire-écrire-compter » (calculer) était le socle indispensable.
- Plan Langevin-Wallon (1947) : former l'homme, le citoyen, le travailleur (jamais mis en œuvre).
- Fin des années 60 : démocratisation du collège (collège unique, loi Haby 1975) : changement de finalités pour l'école primaire : former les esprits, préparer les élèves aux études ultérieures et à un monde en évolution rapide.
- Réforme des mathématiques moderne (fin des années 60) : les math deviennent un instrument de sélection. Fin de la réforme à la fin des années 70.

Les mathématiques au quotidien :

1) Changements aujourd'hui :
   - Les machines exécutent les calculs
   - La balance affiche le prix à payer et même temps que le poids
   - Les moyens de paiement nous dispensent de compter les sommes d'argent ou de rendre la monnaie.
2) Indispensable néanmoins :
   - Faire rapidement une estimation pour faire un choix raisonné
   - Déterminer le calcul à réaliser avant de le confier à une machine
   - Prendre des mesures pour des travaux domestiques
   - Lire un schéma sur une notice de montage
   - Les reconversions professionnelles
3) Les mathématiques utiles au citoyen :
   - Exemple JT 2013 et facture d'électricité (les %)
   - Lire les informations données (sous forme graphique, exemple la modification de l'échelle accentue ou réduit le phénomène présenté)

- Lecture critique des données présentées

4) Développement personnel et culturel de tous les individus :
- Entrer dans la culture mathématique
- Apprendre à penser mathématiquement
- Comprendre quels objets s'occupent des mathématiques (et avec quelles méthodes)

Quelques exemples de connaissances et compétences vitales (cf. doc)

L'enfant enrichit sa réflexion, son intelligence à travers la pratique des mathématiques. Elles sont une manière de penser, parmi d'autres, avec leur langage, leur histoire, leurs méthodes pour traiter du vrai et du faux.

Chapitre 3 : **Regard sur les mathématiques**

Quelles relations les mathématiques entretiennent-elles avec la réalité et la vérité ?

« *On ne peut expliquer le monde, faire ressentir sa beauté à ceux qui n'ont aucune connaissance profonde des mathématiques.* » **Richard Feynman**. Physicien.

Définitions du terme Mathématiques :
- Le Robert

« L'ensemble des sciences qui ont pour objet la quantité et l'ordre, l'étude des êtres abstraits (nombre, figure, fonction, etc.) ainsi que les relations qui s'établissent entre eux. »
- Larousse

« Science qui étudie par le moyen du raisonnement déductif les propriétés d'êtres abstraits (nombres, figures géométriques, fonctions, espaces, etc.) ainsi que les relations qui s'établissent entre eux. »
- Wikipédia

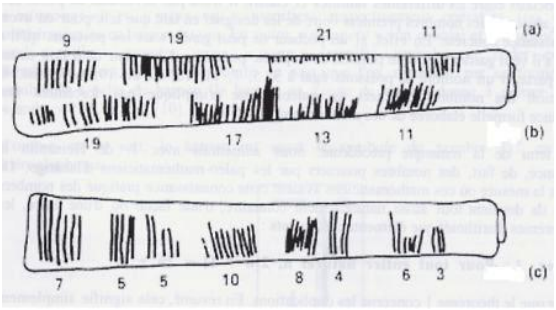
« Les **mathématiques** (ou la **mathématique**) sont un ensemble de connaissances abstraites résultant de raisonnements logiques appliqués à des objets divers tels que les nombres, les formes, les structures et les transformations. Elles sont aussi le domaine de recherche développant ces connaissances, ainsi que la discipline qui les enseigne.
Elles possèdent plusieurs branches telles que : l'arithmétique, l'algèbre, l'analyse, la géométrie, la logique mathématique, etc. Il existe également une certaine séparation entre les mathématiques pures et les mathématiques appliquées.
Les mathématiques se distinguent des autres sciences par un rapport particulier au réel car l'observation et l'expérience ne s'y portent pas sur des objets physiques. Elles sont de nature entièrement intellectuelle, fondées sur des axiomes déclarés vrais ou sur des postulats provisoirement

admis. Ces axiomes en constituent les fondements et ne dépendent donc d'aucune autre proposition. Un énoncé mathématique – dénommé généralement, après être validé, théorème, proposition, lemme, fait, scholie ou corollaire – est considéré comme valide lorsque le discours formel qui établit sa vérité respecte une certaine structure rationnelle appelée démonstration, ou raisonnement logico-déductif. Un énoncé présenté comme plausible, mais qui n'a pas encore été établi comme vrai (« démontré », en langage utilisé par les mathématiciens), s'appelle une conjecture.
Bien que les résultats mathématiques soient des vérités purement formelles, ils trouvent cependant des applications dans les autres sciences et dans différents domaines de la technique. C'est ainsi qu'Eugene Wigner parle de « la déraisonnable efficacité des mathématiques dans les sciences de la nature »

Histoire des Mathématiques :

- L'origine des nombres
- L'os d'Ishango



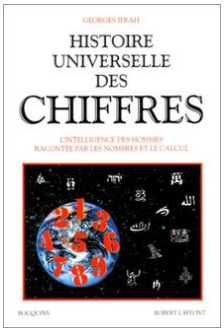


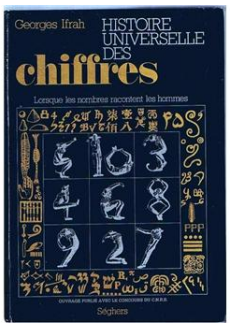
- « Dame Arithmétique » (gravure du XVIème siècle)



- Le plus grand nombre premier connu

« L'histoire universelle des chiffres » Georges IFRAH,





- Le père des mathématiques

Des nombres réels à la symétrie, en passant par la géométrie des nombres, ce dossier propose une initiation ludique à la géométrie. Les mathématiciens grecs les plus célèbres sont probablement Pythagore et **Euclide**, mais le véritable père de la géométrie est Thalès.

- L'inventeur des chiffres

Les dix **chiffres** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sont appelés **chiffres** arabes. Or, ils ont été inventés en Inde au 3e siècle av. J.-C, puis empruntés par la civilisation arabo-musulmane à partir du IXe siècle et décrits dans un ouvrage d'Al-Khawarizmi, puis introduits en Europe par les Arabes au 10e siècle.

- L'inventeur du 0

Le **zéro** a été **inventé** par les Babyloniens au IIIe siècle avant notre ère. Les scribes babyloniens, **qui** utilisaient un système de numération très complexe en base 60, ont été les premiers à employer un signe pour désigner l'absence d'unités d'un certain rang.
D'origine indienne, le zéro arrive à Bagdad au VIIIème siècle et n'est adopté en occident qu'au XIIème siècle.

- L'inventeur de l'algèbre

Le mot « **algèbre** » est dérivé du titre d'un ouvrage rédigé vers 825, Kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wa-l-muqābala (« Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison »), du mathématicien d'origine persane Al-Khwarizmi.

Un détour par la géométrie : petite histoire de cercle
Concernant la géométrie, il est essentiel de clarifier les différents objectifs de l'enseignant :
- manipulation d'un outil (le compas) : apprendre à faire différents tracés
- connaissance des propriétés de cet outil (l'écartement du compas donne le rayon / tous les points sont à égale distance du centre, le centre est indiqué par la pointe)
- construction d'objets géométriques libres (entraînement avec des rosaces pour apprendre à maîtriser le geste)
- compréhension géométrique (programmes de construction "trace un cercle de centre O et de rayon 3cm" / ...)

"La géométrie, en soi est une modélisation. Il s'agit de passer du monde environnant à un monde « géométrique ». À l'école primaire, elle reste très imbriquée au monde sensible dans lequel l'élève évolue-Les premières expériences sont dans le monde sensible (ce sont les « connaissances spatiales»).-Leurs descriptions, le vocabulaire employé participent à l'entrée dans un «savoir géométrique». L'école propose des activités qui favorisent le passage de la forme dessinée (objet de réalité)

à l'évocation d'une figure (objet de pensée)."

Il y a plusieurs géométries :

- perceptive (utilisation de ses sens)
- instrumentée
- déductive (ex: Ce quadrilatère est un losange parce que l'on a prouvé que ses diagonales se coupent en leur milieu).

Ne pas perdre de vue qu'on passe de l'objet réel vers un objet géométrique idéal, par l'usage des instruments qui matérialisent une propriété. Ex: le compas qui va marquer une distance identique pour tous les points du cercle
- la fameuse transposition didactique (chaque fois que tu proposes un apprentissage, et non pas une activité, tu dois te poser les questions de :
* ce qu'ils savent déjà (en tant que savoir-faire, savoirs et attitudes)
* ce qu'ils doivent apprendre
* comment mettre en œuvre l'activité de manière à les faire réfléchir, construire et apprendre
- les objectifs de la discipline géométrie :

- Apprendre à raisonner (nécessité d'articuler observation, intuition, connaissance et rigueur).
- Initier aux aspects culturels et esthétiques (urbanisme, architecture, arts visuels…)
- Connaître quelques utilisations courantes et professionnelles (lecture de plans ou de cartes, logiciels, astronomie...)

<u>La question de la preuve en Mathématiques</u>

- CM2 : trouver une méthode permettant de reconnaître rapidement si un nombre est ou non un multiple de 4
- Proposition 1 : le nombre des unités est 0 / 4 / 8
- Proposition 2 : la moitié du nombre est un nombre pair
- Proposition 3 : le nombre constitué des 2 derniers chiffres est un multiple de 4 (100=4x25)

- CP : 6+5=10 : contester

- Évoquer le sens de nombre et l'addition (dessiner 6 points et 5 points on obtient 11 points / sur un jeu de l'oie : départ case 5 et déplacer de 6 on atterrit sur la case 11)
- Utiliser un argument arithmétique : 5+5=10, donc 5+6 c'est 1 de plus, donc 11.

L'activité mathématique est faite de relations de proximité et de distanciation avec la réalité.

Chapitre 4 : **Les mathématiques, l'enfant, son cerveau**

Que peuvent apporter les sciences de la connaissance à la réflexion sur l'enseignement des mathématiques ?

Les premières habiletés numériques

- Bibliographie :
- « L'acquisition du nombre » Que sais-je, **Michel Fayol**, 2012.
- « La construction du réel chez l'enfant », **Jean Piaget**, 1937.

« L'intelligence organise le monde en s'organisant elle-même. »
La conservation des quantités s'élabore, pour Piaget, à partir de la coordination de compétences logiques (classification, sériation).
Rôle important du jeu, de l'action, de la réflexion et de l'anticipation.
Mais : les compétences numériques précoces ne sont pas prises en compte, les capacités logiques précèderaient les capacités numériques, le langage est sous-estimé dans la construction des premières habiletés numériques.

- « La bosse des math », **Stanislas Dehaene**, 2003. Travaux et recherches en neurosciences (capacités numériques localisables dans le cerveau ?).

Postulat du modèle : 3 types de représentations du nombre (triple code) : Analogique / Verbale / Chiffrée. Un résultat de table est mémorisé sous forme verbale (oralement) mais il peut être retrouvé en faisant appel à une évocation analogique (3 groupes de 6 jetons)

- Paramètres influençant l'apprentissage :

La motivation, l'intérêt, l'attention, l'image de l'école, la relation avec l'enseignant,…

La formation des concepts mathématiques

- Concept = 3 composantes en interaction selon **Gérard Vergnaud**.
- Le sens (les situations et les problèmes qui peuvent être traités à l'aide de ce concept).
- Les définitions, propriétés, résultats, techniques (ce qui le caractérise et qui permet d'opérer avec ce concept).
- Les représentations du concept (imagées, langagières, symboliques ; qui permettent de l'exprimer et d'opérer avec lui).

La progression scolaire

- À quel moment enseigner tel type de problème ou tel type de désignation ?
- Comment coordonner l'apprentissage des trois pôles, qui caractérisent un concept ?

- Quelles difficultés les élèves peuvent-ils rencontrer sur tel ou tel aspect ?

Chapitre 5 : **Les mathématiques en classe**

Comment les élèves apprennent-ils en situation scolaire ?

Exemple de la multiplication

- Comment cet élève conçoit-il la multiplication ?
- Pourquoi accepte-t-il finalement la multiplication ? (contrat didactique de **Guy Brousseau**, cf. effet « Topaze »)
- Où était l'obstacle ? (ce qu'il sait de la multiplication fait obstacle à son utilisation dans une situation inédite, avec des décimaux)
- L'élève pouvait-il trouver la réponse seul ? (ex. 3 raisonnements possibles).

Chapitre 6 : **Les problèmes au cœur des apprentissages mathématiques**

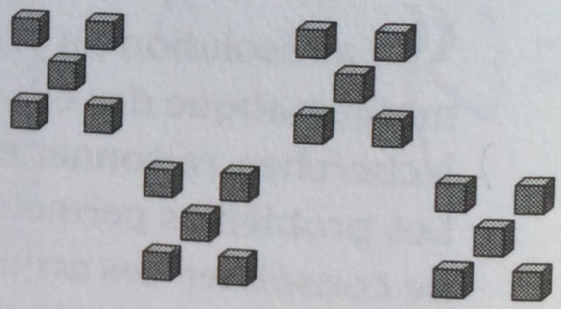
Pourquoi est-il préférable de confronter les élèves aux questions avant d'enseigner les réponses ?

« *La résolution de problème est la source du savoir car un savoir trouve son sens (et son intérêt) dans les problèmes qu'il permet de résoudre. Elle est aussi le critère du savoir car la principale mesure qui peut être faite des connaissances d'un élève réside dans l'évaluation de sa capacité à les utiliser correctement et à bon escient.* » Gérard Vergnaud.

Un exemple : aborder la multiplication en CE1

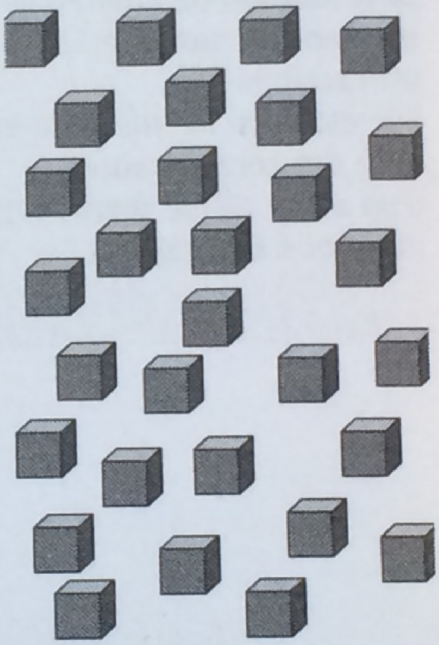
Classe A

Les élèves sont répartis en **équipes de 4**.
Chaque élève reçoit **5 cubes**.
L'enseignant demande aux élèves de trouver le nombre de cubes que possède chaque équipe.



Classe B

Au cours d'une séance précédente, les élèves ont appris à réaliser des tours de même hauteur en utilisant une certaine quantité de cubes identiques mis à leur disposition. Par exemple, avec 12 cubes, ils ont pu réaliser 2 tours de 6 cubes ou 6 tours de 2 cubes ou 3 tours de 4 cubes, etc.
Maintenant, l'enseignant montre les 30 cubes qui sont dans une boite. Ils ne sont pas à la disposition des élèves.
Il leur demande de trouver plusieurs façons de réaliser des tours de même hauteur en utilisant les 30 cubes.
Les cubes ne seront utilisés, à la fin, que pour vérifier les solutions trouvées.



Comparaison des deux approches : 3 points semblables

- Présence de matériel (cubes)
- Relier la multiplication à l'addition répétée / à l'expression verbale « fois » / à une représentation imagée (des groupes de 5,…)
- C'est l'enseignant qui apporte et explique le signe x

Comparaison des deux approches : points dissemblables

- S1 : situation connue, matériel disponible
- S2 : le matériel n'est pas disponible (réfléchir, représenter), problème nouveau (représenter un nombre sous forme de produits)
- Plus forte implication dans S2

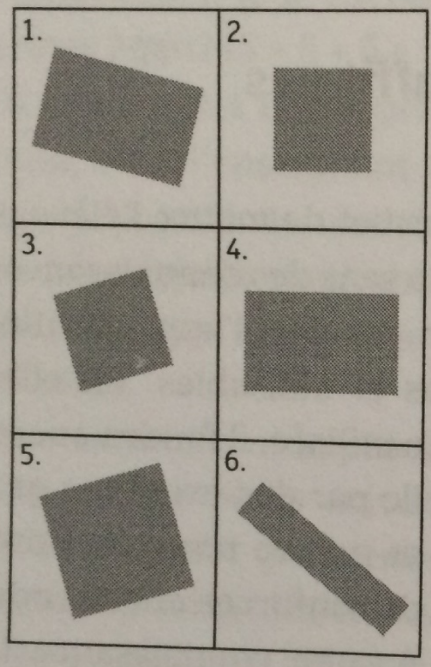
La résolution de problème ne suffit pas pour apprendre. Il n'y a pas d'apprentissage efficace sans explicitation des connaissances à acquérir et sans entrainement.

Approche par les problèmes

- Confronter les élèves à un problème qui leur permettra de donner sens et intérêt à une connaissance nouvelle.
- Choisir un problème à leur portée (ne présentant pas une charge de travail démesurée)
- Permettre des coopérations et des confrontations entre élèves à propos des solutions possibles et de leur validité (renforce le caractère social et pas seulement individuel, du savoir)
- Expliciter les connaissances à acquérir, les nommer, les formuler dans un langage mathématique (apport de l'enseignant, traces écrites, écrits de référence).
- S'entrainer, réviser pour permettre la mémorisation.
- Évaluer pour réguler les apprentissages.

Un exemple en géométrie : carré ou pas carré ?

Carré ou pas carré ?



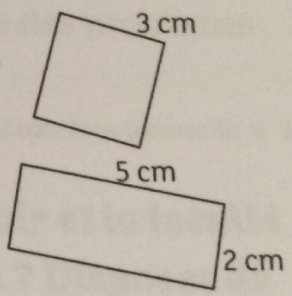
L'objectif est de faire comprendre aux élèves que, pour reconnaître ou décrire un carré, il suffit de donner une seule longueur de côté alors qu'il faut en donner deux pour un rectangle. Cette prise de conscience sera aidée si les élèves sont confrontés à une question qu'ils doivent résoudre.

1) Dans un premier temps, les élèves doivent reconnaitre les figures qui sont des carrés et celles qui sont des rectangles et celles qui ne seraient, selon eux, ni des carrés ni des rectangles. Cela peut encore faire difficulté pour les élèves qui ne reconnaissent ces figures que si elles sont dans une certaine disposition (comme les figures 2 et 4). Pour les aider, ils sont incités à découper les étiquettes, ce qui permet d'orienter différemment certaines figures.

2) Après cela, le problème est posé. Par équipes de 2, les élèves doivent choisir une figure et écrire des informations qui permettront aux autres élèves de la reconnaitre parmi les autres. Il ne faut donner ni son numéro, ni sa place sur la feuille, ni son orientation.

– Le carré et le rectangle sont des figures qui ont 4 angles droits.

– Les quatre côtés d'un carré ont la même longueur. Il est donc possible de construire un carré en n'ayant qu'une information.



– Dans un rectangle, les côtés opposés ont la même longueur.
Il faut donc deux informations pour pouvoir construire un rectangle.

La confrontation à un problème peut être le moteur des apprentissages.
Il faut confronter les élèves au problème avant d'enseigner la solution.

Chapitre 7 : **Apprendre à chercher**

Peut-on apprendre à résoudre des problèmes ?

« *L'intelligence est la capacité de résoudre des problèmes nouveaux*. »
Édouard Claparède, 1931.
« *Il n'y pas de rapport direct entre la découverte ne mathématique et la rapidité*. » **Laurent Schwartz**.

Quelle image, quelle représentation les élèves ont de ce qu'est résoudre un problème ? La question de l'énoncé, de l'écrit (ou de l'oral), de la phase de recherche et du statut du brouillon.
« Un court récit écrit qui comporte des nombres et se termine par une question. »

Définition : une situation constituée d'informations (qui peuvent être fournies sous différentes formes : matériel, image, animation sur écran, énoncé oral ou écrit) avec un questionnement et dont la résolution nécessite une recherche (une investigation). La réponse ne peut pas être donnée immédiatement et nécessite une élaboration.

Exemple de problème éval-6ème

- Je range 50 photos dans un album. Chaque page contient 6 photos. 1 combien de pages complètes / 2 combien de photos sur la dernière page.
- 50% de réussite
- Peu reconnaissent que ce pb peut être résolu par une division.
- Peu cherchent des démarches autres.

Résoudre un problème

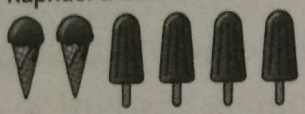
- Contexte connu
- Comprendre : se faire une représentation
- Repérer les données et interpréter la question posée
- Les actions que l'élève croit permises, nécessaires (trouver la bonne opération)

« Combien de groupes de 6 photos peut-on faire ? »

- Enseigner des stratégies
- Des essais gradués
- Inventaire des envisageables
- Déductions

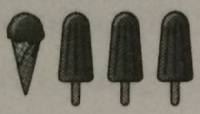
Problème proposé dans l'enquête TIMSS 2015 à des élèves de CM1

Raphaël a acheté :



Cout 22 zeds

Lena a acheté :



Cout 14 zeds

Combien coutent une  et un  ensemble ?

Réponse : _____ zeds

Combien coute un  ?

Réponse : _____ zeds

Il s'agit d'une enquête internationale sur les acquis scolaires des élèves de fin de CM1 et de terminale S, portant sur les mathématiques et les sciences.

A propos de ce problème, un chercheur spécialiste de l'évaluation, Antoine Bodin, note : *Si la stratégie experte de résolution d'un tel problème passe par un système d'équations et relève donc du niveau troisième, d'autres possibilités sont offertes à l'élève pour résoudre ce problème.*

Après avoir envisagé quelques procédures de résolution qui sont à la portée des élèves de CM1, il conclut que *de telles situations peuvent être proposées aux élèves en tant que « problème pour chercher » dans les classes de l'école élémentaire, voire de début de collège... mais qu'il est difficile d'imaginer qu'un élève de CM1, en France, puisse, dans le temps qui lui est alloué lors de l'évaluation (environ 2 minutes par item), résoudre ce type de tâche.* Il souligne ainsi les limites des enseignements apportés par certaines épreuves d'évaluation.

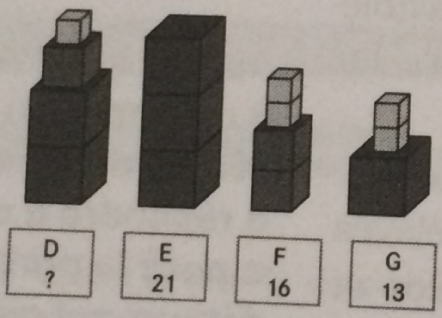
<u>Exemples de problèmes</u>

- Tours de cubes (hauteur de cubes roses et cubes bleus)
- 42 journaux coûtent 36 euros de plus que 24 journaux

<u>Mettre en place un contrat favorable</u>

- Enseigner plusieurs stratégies
- Ne pas mettre en évidence une seule stratégie (la bonne ou la meilleure)
- Permettre aux élèves de se tromper et de recommencer (la place du brouillon, le sien et celui des autres)
- Chercher avec d'autres (coopération et débat pour éviter de céder au découragement)

B Lucas a réalisé quatre autres tours avec des cubes rouges, verts et jaunes.
Quelle est la hauteur de la tour D ?



Se tromper, recommencer, essayer autre chose...

Dans ce problème, des élèves, au vu du dessin, ont commencé par ajouter les hauteurs des tours E et F puis par soustraire au résultat la hauteur de la tour G... Ils ont finalement renoncé en estimant que cela ne convenait pas.
Ils ont ensuite tenté des essais pour les hauteurs des cubes de chaque couleur. Devant la difficulté à gérer toutes les contraintes, ils ont à nouveau renoncé.
Et finalement, ils ont trouvé la solution par une démarche déductive.

<u>Compétences et connaissances</u>

- Sans les compétences nécessaires pour les mobiliser à bon escient, les connaissances sont stériles.
- Sans connaissances solides, il est difficile de devenir compétent pour venir à bout de tâches variées.
- 6 compétences mathématiques (programmes 2015)
- Chercher :

1 Prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés (texte, tableaux, diagrammes, dessins, schémas).
2 S'engager dans une démarche (observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses) en mobilisant des outils ou des procédures mathématiques et en élaborant un raisonnement adapté à une nouvelle situation.
3 Tester, essayer plusieurs pistes de résolution.

- Modéliser
- Représenter
- Raisonner
- Calculer
- Communiquer

- 2 types de connaissances

- Les outils mathématiques (concepts, techniques)
- Les stratégies

<u>Les rallyes mathématiques</u>

- Le RMT (transalpin) http://www.rmt-sr.ch/archives.html
http://www.projet-ermitage.org/ARMT/doc/bp-rmt-acces-fr.html
- Rallye Math sans frontières midi Pyrénées
http://rallyemath-espe.univ-tlse2.fr/archives.php
- MHM https://methodeheuristique.com/modules/rallye-maths/

Chapitre 8 : **Apprendre de ses erreurs**

Quelle exploitation positive peut-on faire des erreurs des élèves ?

« *La vérité de demain se nourrit de l'erreur d'hier.* » **Antoine de Saint Exupéry**, 1939.
« *On connait contre une connaissance antérieure, en détruisant des connaissances mal faites, en surmontant ce qui, dans l'esprit même fait obstacle.* » **Gaston Bachelard**, 1938.

Ressources didactiques

- **Guy Brousseau** (université Bordeaux 2) – Revue *Petit x*, n° 57 (2001). La théorie des situations permet de fonder l'étude des erreurs sur leur rôle, sur leurs effets et sur leur importance dans les processus didactiques. L'article montre ainsi de nouvelles classifications et de nouvelles méthodes d'études, plus proches du travail des professeurs, à qui il fournit ainsi une base de réflexion originale et utile.
- **Jean Ravestein** et **Gérard Sensevy** (université de Provence) – Revue *Grand N*, n° 54 (1993). Le propos de cet article est de « dégager, dans le cadre de la didactique, une typologie des erreurs » en s'appuyant sur des exemples au niveau du CM2. Les auteurs envisagent différents statuts des erreurs : l'erreur et la norme, l'erreur et la décision, le statut donné par l'enseignant à l'erreur, l'erreur en tant qu'outil de régulation, l'erreur comme matériau de constitution de nouveaux rapports au savoir et de changement de contrat.
- Par le groupe didactique des mathématiques IREM d'Aquitaine – Revue Petit x, n° 93 (2013). Cet article vise à donner aux enseignants de mathématiques du secondaire quelques pistes pour analyser des productions d'élèves, dans le but de mieux cerner la place que les erreurs devraient avoir dans la gestion de la classe. Dans un premier temps, les auteurs s'intéressent aux causes d'erreurs en s'appuyant notamment sur des travaux concernant la notion d'obstacle. Ils proposent une classification de ces erreurs dans le but de faciliter leur analyse par l'enseignant. Dans un deuxième temps, les auteurs parlent de la façon d'introduire le traitement de quelques erreurs dans la gestion de la classe, soit de façon immédiate, soit lors d'une situation spécifique, et donnent quelques exemples de remédiations expérimentées dans leurs classes de collège.

https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/revues/grand-n/consultation/consultation-des-anciens-numeros-de-grand-n-453170.kjsp
https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/revues/petit-x/consultation/consultation-des-anciens-numeros-de-petit-x-409098.kjsp

Poser un regard différent sur les erreurs des élèves

- 5+4=8 : au CP
- Méconnaissance des tables d'addition
- Comptage de un en un à partir de 5 (et pas de 6) : procédure de surcomptage déficiente. Une bonne stratégie peut conduire à une mauvaise réponse.
- On connait les doubles : 4+4=8
- On reprend la stratégie de surcomptage
- 5,7 < 5,12 et 2,7+0,8=2,15 : au CM1
- Incapacité à comparer et additionner des décimaux
- Un nombre décimal est composé de 2 entiers séparés par une virgule (conception erronée de ce qu'est un nombre décimal)
- 2,7+0,8 = 2u+7dx+8dx = 2u+15dx = 2u+10dx+5dx = 2u+1u+5dx

Les erreurs sont instructives (elles apportent des informations sur la logique des élèves). L'erreur ne témoigne pas seulement de l'absence de connaissance, mais révèle une manière de connaître (inexacte ou insuffisante). Il faut remonter aux sources de l'erreur et mettre en place des situations qui permettent à l'élève de déconstruire une connaissance erronée pour en établir une autre correcte.
L'erreur est nécessaire à certains apprentissages.
La connaissance s'oppose parfois au bon sens (cf. exercice périmètre et aire des figures).

Chapitre 9 : **Les premiers apprentissages numériques**

Manipuler suffit-il pour apprendre ?

<u>Des objets aux quantités et aux nombres</u>

- Ex.1 : l'idée de quantité (fruits et assiettes)

La quantité n'est pas le nombre. Trois types d'expression des nombres (analogique : constellation / verbal : oral ou écrit / symbolique : chiffré).

<u>Questionner pour penser (la conquête des nombres)</u>

- Ex.2 : Montrer une carte (avec une constellation) et demander cette quantité de cubes.
- Ex.3 : médailles et casiers (jetons et cartes de 6 cases)

S1 : Familiarisation (matériel disponible).
S2 : Avec de très petites quantités (indisponibles) pour aller de la quantité vers le nombre. Situation de comparaison de 2 quantités sans correspondance terme à terme possible.

S3 : Avec des quantités plus importantes (10), médailles et casiers non visibles simultanément. Passer par la représentation ou par le dénombrement (en gardant l'information).
S4 : Avec des quantités plus importantes exprimées de manière chiffrée.

Observer et manipuler suffit-il pour apprendre ?

- Ex. pbs d'addition début CP : constater un résultat (dénombrer l'ensemble des éléments) ne permet pas de construire les connaissances nécessaires relatives à l'addition.

Le rôle du questionnement : composer et décomposer des quantités

- Jeu cartes-dé (retourner 4 cartes, lancer 2 dés, prendre la carte qui correspond)

Le rôle de l'anticipation : vers le calcul (opérer sur les nombres)

- Jeu de la boîte
- Mettre des jetons, puis en rajouter, trouver le résultat
- Mettre des jetons puis en enlever, trouver le résultat
- Mettre des jetons, dire combien on en veut au total
- Dire combien on veut de jetons, en deux fois

Codage mathématique associé (ultérieurement) :

- 4+2=6 / 6=4+2 / 6-2=4

La seule manipulation ne permet pas d'apprendre. C'est l'obligation d'anticiper le résultat d'une action qui permet d'avancer vers le calcul.

Chapitre 10 : **La numération décimale au cœur des savoirs numériques.** Pourquoi des acquis solides sur notre système de numération sont-ils indispensables pour d'autres apprentissages ?

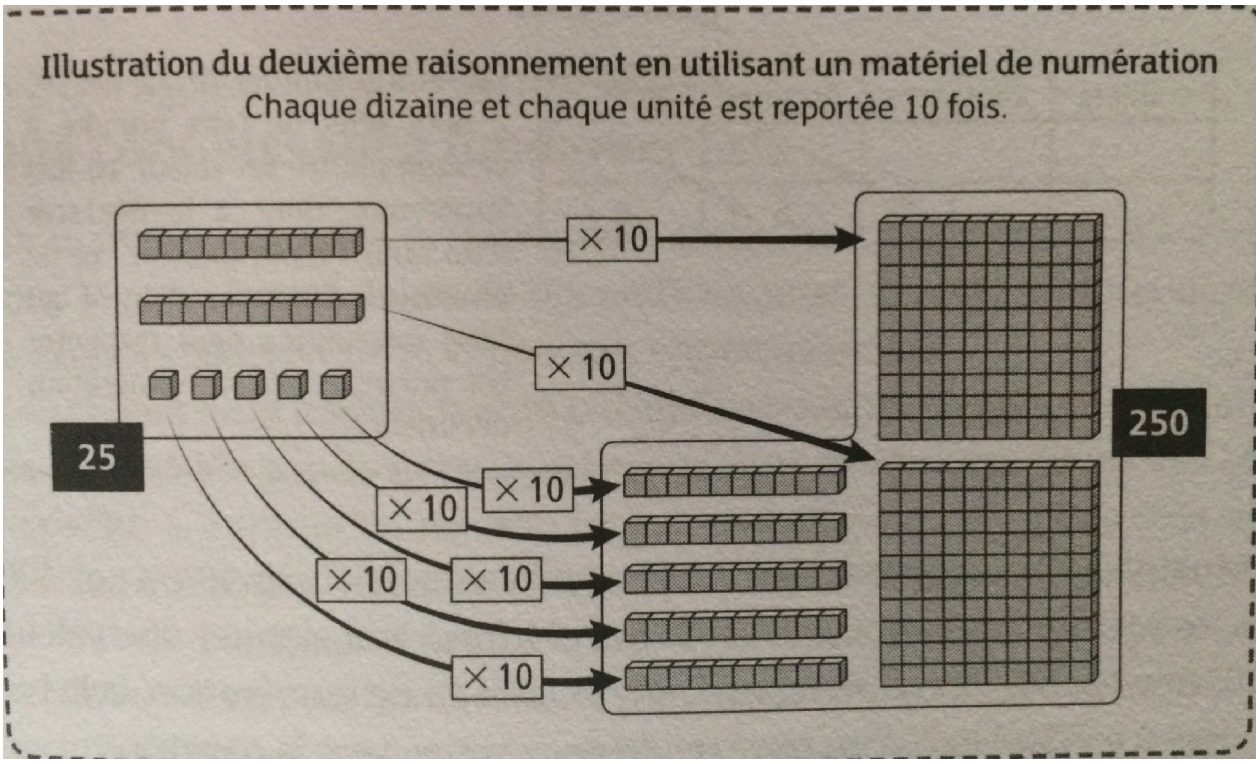
Des élèves peu sûrs avec les techniques

- Multiplier par 10, 100, 1000
- « ajouter un zéro au nombres entiers »
- « décaler la virgule vers la droite aux nombres décimaux »

50% des élèves, à l'entrée en 6ème ne maîtrisent pas cette technique

- Difficultés avec les décimaux en CM1 :
- Décaler la virgule : dans certains cas, aussi rajouter un zéro (35,2x100).
- Conception erronée de l'écriture à virgule des nombres décimaux
- Difficultés avec les entiers en CE1 :
- 25x10=2510 l'élève rajoute 10 au lieu de rajouter seulement le zéro

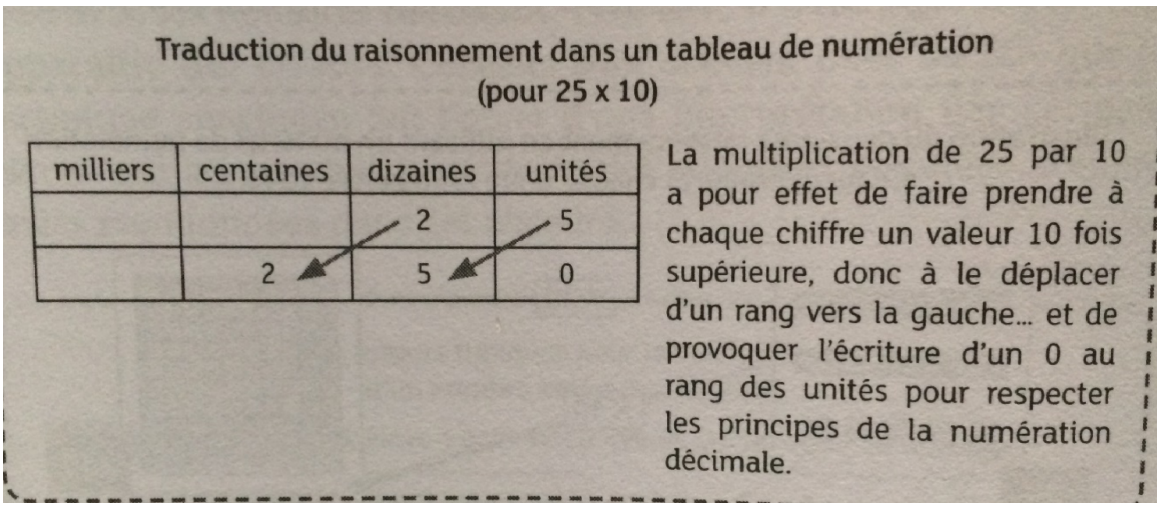
- 250x100=2500 l'élève a retenu qu'il y a 2 zéros avec x 100



<u>Des connaissances à l'appui de la maîtrise de la technique</u>

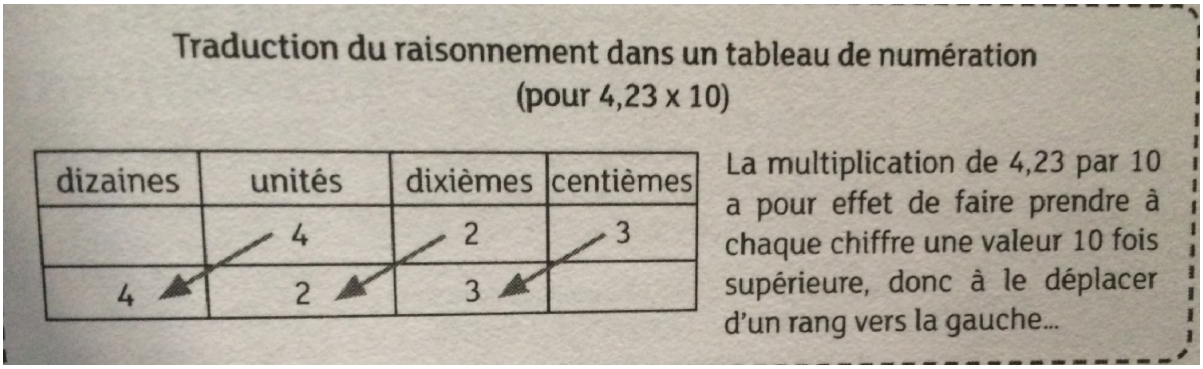
- 25x10 c'est 25 dizaines donc 250
- 25x10 c'est 2dx10 et 5ux10 c'est 20d et 50u et 20d=2c (groupements et échanges)

Chez les romains : XXV multiplié par X = CCL : les dizaines deviennent des centaines et les cinquaines deviennent des cinquantaines.



- Partir de l'égalité du nombre en *cdu,dxct* cf. tableau de numération

Ex. 4,23x10 : 4,23 = 4u 2dx 3ct : 4ux10=4d / 2dxx10=2u / 3ctx10=3dx
Donc 4,23x10=42,3



Dans la multiplication d'un nombre décimal par 10, 100, 1000, ce n'est pas la virgule qui est déplacée vers la droite mais les chiffres qui se déplacent vers la gauche.

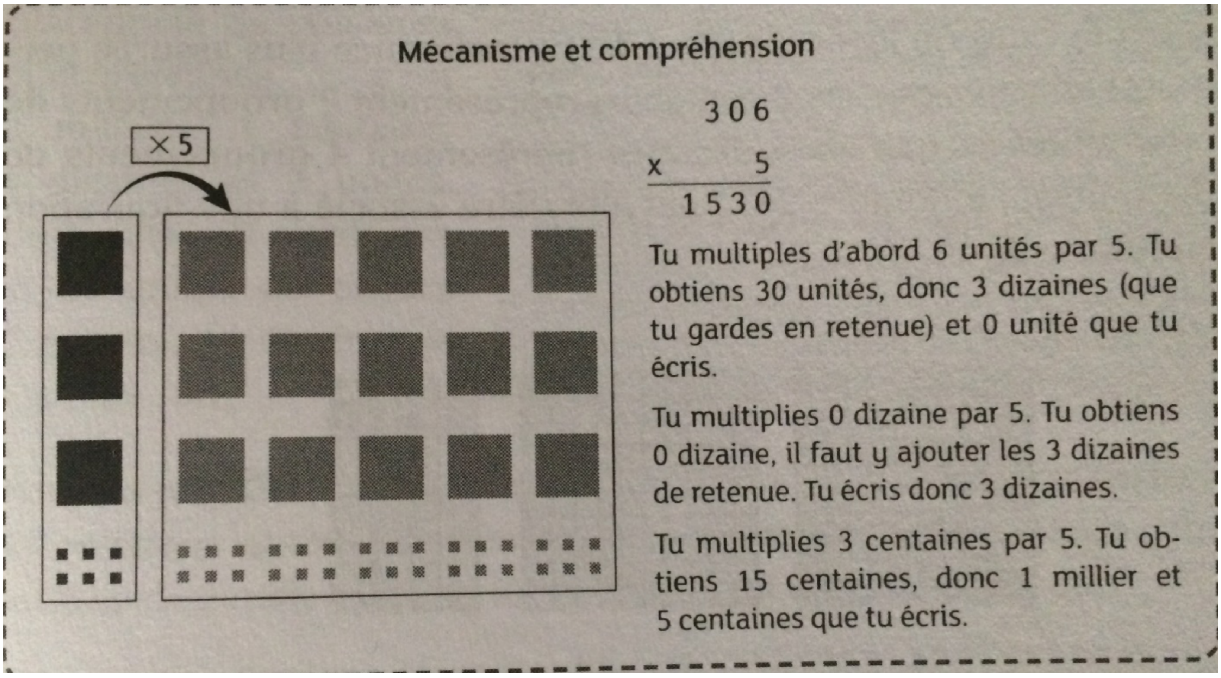
<u>Le système de numération (décimale et positionnelle) : une connaissance fondamentale</u>

- Suite des nombres de 1 en 1 et de 0,1 en 0,1
- Comparaisons de nombres
- Expression de mesure
- Multiplication / division par 10, 100, 1000 (chaque chiffre prend une valeur 10, 100, 1000 fois supérieure)
- Calcul mental (décompositions en calculs basiques)
- Calcul posé (étape de chaque technique signification des retenues)

Autres connaissances fondamentales :

- Maîtrise des nombres jusqu'à 10, puis 20 (tables + et x)
- Maîtrise du calcul mental (résultats et procédures)
- Connaissance des propriétés des opérations
- Maîtrise du sens des opérations (pbs)

<u>Illustration : la multiplication posée en colonnes</u>



<u>Apprentissage complexe de notre système de numération</u>

- Ex. problème CE2 : combien de boîtes de 10 œufs peut-on remplir avec 243 œufs ? connaissances nécessaires :
- 243=2c 4d 3u
- Une centaine est formée de 10u
- Avoir une représentation fragmentée de la plaque centaine en 10 barres dizaines
- 243=24d 3u

Faire la différence entre le chiffre des dizaines et le nombre de dizaines.

<u>Bien comprendre le système de numération :</u>

- Reconnaître la valeur d'un chiffre en fonction de son rang (dans l'écriture du nombre)
- Connaître les relations entre c-d-u
- Considérer qu'une écriture comme 2143 est susceptible de plusieurs interprétations :
- 2m 1c 4d 3u / 21c 43u / 2m 14d 3u
- Maîtriser les relations entre les plus grands nombres : 1 million c'est 1000 milliers, 1 milliard c'est 1000 millions

La connaissance qu'ont les élèves de notre système de numération reste souvent trop sommaire.

<u>Incohérence de la langue française : des chiffres et des mots</u>

Notre façon de dire les nombre ne facilite pas l'apprentissage du système de numération.
Cf. comparaison avec l'anglais, le chinois.

La compréhension de nombreux savoirs mathématiques repose sur un socle de connaissances fondamentales. Pour le domaine des nombres et des calculs, notre système d'écriture des nombres en chiffres est sans doute la connaissance la plus fondamentale. Elle doit donc occuper une place centrale à l'école primaire.

Faut-il enseigner les techniques ?

- Vulgarisation des outils modernes de calcul
- Quid de l'addition et la multiplication en colonnes, de la division avec potence ?
- Au collège on n'extrait plus la racine carrée, on n'utilise plus les tables de trigonométrie ni les règles à calcul.

À condition d'être pensé dans une optique de compréhension, l'apprentissage de certaines techniques peut être l'occasion d'un véritable travail mathématique (cela renforce les connaissances fondamentales).

Chapitre 11 : **Le calcul mental**

Pour quoi doit-il être une priorité à l'école primaire et au-delà ?

Utilité du calcul mental au quotidien

- Calculer le prix de 3 cafés
- Calculer une remise de 12%

Importance des habiletés en calcul mental

- Bien connaître un nombre (42) c'est :
- 42=40+2=30+12
- De 42 à 50 il y 8
- 42=6x7=21x2
- 42 : 6 = 7 et 42 : 2 = 21

La familiarité avec les nombres ne se limite pas à savoir comment ils s'écrivent en chiffres ou avec des mots. Elle implique de connaître les relations qu'ils entretiennent entre eux et qui permettent de les décomposer et recomposer.

Les vertus du calcul mental : « gymnastique intellectuelle »

- Développe les capacités de mémorisation

- Développe les capacités de raisonnement
- Encourage la prise d'initiatives

Habileté intellectuelle / concentration / persévérance / rigueur / autocontrôle.

Comment calculer 15x8 ?

- 10x8 + 5x8 (parce que 15 c'est 10+5)
- Connaissance 4x15=60 (cf. heure) donc 60x2
- 2x15=30, répété 4 fois (parce que 8 c'est 2x4)

<u>Calcul mental oral ou écrit ?</u>

- Dans le calcul posé, on part de la droite
- Dans le calcul mental on part de la gauche

Attention à un apprentissage prématuré des techniques de calcul posé.
En calcul mental on opère sur des mots.

<u>Comment mémoriser des résultats ?</u>

Développer la capacité à fabriquer des résultats inconnus à partir de résultats mémorisés :

- 7+8=7+7+1=14+1=15
- Ajout et retrait de 1, de 2
- Les doubles
- Les compléments à 10

Comprendre ce qu'on a à mémoriser :

- 3x5=5+5+5=15

Connaître les propriétés : commutativité

- 9+3=12 et 3+9+12

Avoir des points d'appui (pour les tables de multiplication)

- Tables de 2 et de 5
- Les carrés
- La table de 4 (le double de la table de 2)

À quoi reconnait-on qu'un enfant a mémorisé 6x7=42 ?

- 6x7=7x6
- Combien de fois 6 ou 7 dans 42 ? 42 : 6 et 42 : 7
- Décomposer 42 (6x7 / 2x3x7)
- Combien de fois 6 dans 44 ?

La répétition est nécessaire mais ne suffit pas.
Apprendre dans l'ordre et le désordre.

<u>Des connaissances au service du raisonnement, et inversement</u>

Calculer mentalement :

- Récupérer un résultat en mémoire
- Déterminer une stratégie raisonnée pour élaborer la réponse

Le calcul mental développe :

- L'imagination
- L'initiative
- Le raisonnement
- La maîtrise des opérations arithmétiques

Enseigner des stratégies (faire l'inventaire des possibles, sans forcément privilégier une stratégie).

85-48 :

- Avancer de 48 à 85 (48 à 50, 50 à 80, 80 à 85) : 37

Une soustraction peut être remplacée par un complément.

- Enlever 50 à 85, puis rajouter 2

Soustraire une différence revient à enlever le premier terme et rajouter le second : 85 – (50 – 2) = 85 – 50 + 2

- Enlever 48 : enlever 40, puis 5, puis 3

Soustraire une somme revient à soustraire successivement chaque terme de la somme : 85 – 48 = 85 – (40 + 5 + 3)

- Calculer 87-50

C'est connaître les propriétés de l'addition sur les calculs des écarts.

Déterminer une stratégie de calcul réfléchi c'est faire un choix personnel, qui peut être différent de celui des autres.

<u>Piliers essentiels des apprentissages mathématiques :</u>

- Calcul mental
- Numération décimale
- Résolution de problèmes

Chapitre 12 : **Le sens des opérations**

Faut-il enseigner les 4 opérations dès le CP ?

<u>Le sens multiple des opérations :</u>

- Le calcul 26 – 9 correspond à différentes situations :

- J'avais 26 euros, j'ai acheté x à 9 euros.

Une différence.

- Il y a 26 fruits, 9 sont des pommes, les autres des poires.

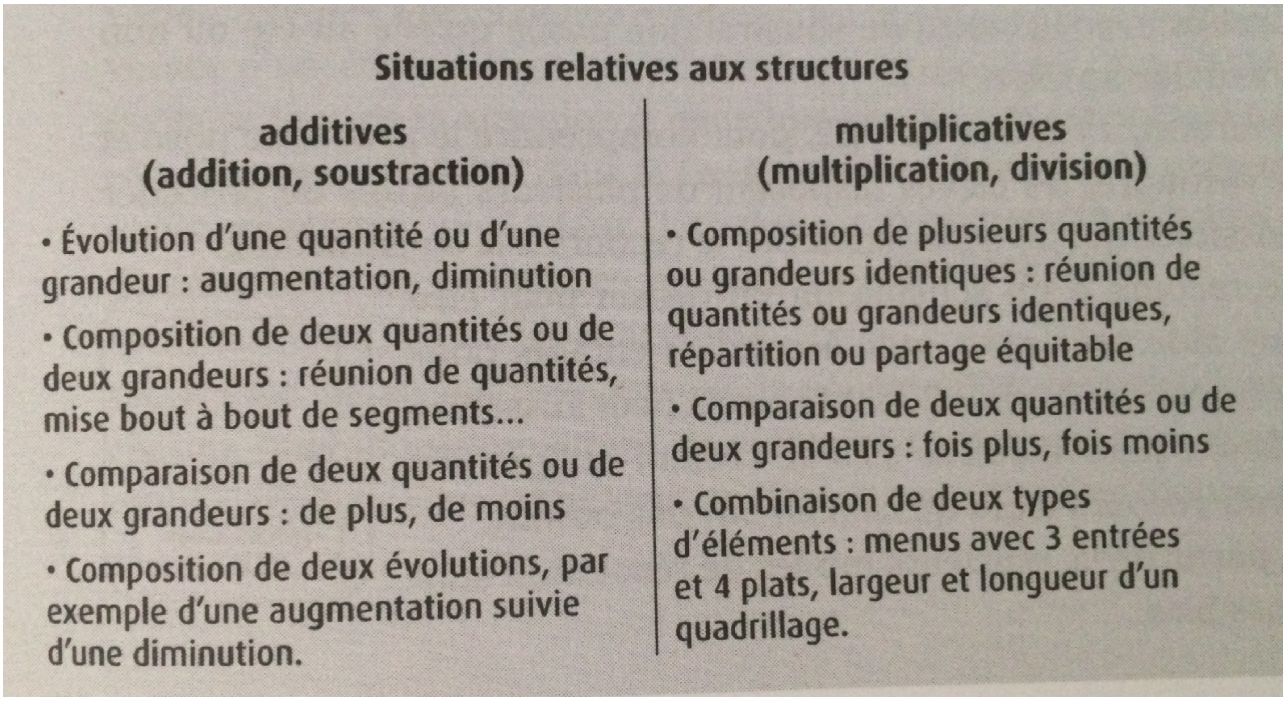
Un complément.

- Dans une classe il y a 26 filles et 9 garçons. Combien de filles de plus que de garçons ?

Un écart.

Chaque opération permet de résoudre une pluralité de problèmes de structures différentes.
Les élèves recherchent « la bonne opération ».
L'enjeu didactique est double :

- Libérer leur initiative
- Mettre en place un apprentissage organisé et structuré (des automatismes)



Situations relatives aux structures

additives (addition, soustraction)	multiplicatives (multiplication, division)
• Évolution d'une quantité ou d'une grandeur : augmentation, diminution	• Composition de plusieurs quantités ou grandeurs identiques : réunion de quantités ou grandeurs identiques, répartition ou partage équitable
• Composition de deux quantités ou de deux grandeurs : réunion de quantités, mise bout à bout de segments...	• Comparaison de deux quantités ou de deux grandeurs : fois plus, fois moins
• Comparaison de deux quantités ou de deux grandeurs : de plus, de moins	• Combinaison de deux types d'éléments : menus avec 3 entrées et 4 plats, largeur et longueur d'un quadrillage.
• Composition de deux évolutions, par exemple d'une augmentation suivie d'une diminution.	

<u>Quid du sens pluriel des opérations</u> ? cf. **Gérard Vergnaud**

- Répartir les problèmes en 2 groupes (addition-soustraction / multiplication-division). Structure additive ou multiplicative.
- Ex. Un fermier a ramassé des œufs. Il les place dans des boîtes identiques.
- 12 boîtes de 6 œufs : multiplication
- 72 œufs dans des boîtes de 6 : division, recherche du nombre de groupements identiques.
- 72 œufs dans 12 boîtes : division, recherche de la valeur de chaque groupement.

<u>Un problème à une opération ne se résout pas forcément avec une seule opération</u>

- Il existe toujours plusieurs façons de résoudre un problème même lorsqu'il est simple
- Ex. pb CE2 : 85 voitures sont garées dans le parking qui comporte 102 places. Combien de voitures peuvent encore se garer ?
- Addition à trou : 85+…=102
- Soustraction : 102-85=…
- Schéma du parking avec 2 valeurs : places prises et places libres (pour permettre de comprendre la situation)
- Simulation proche de la réalité : écrire les nombre de 85 à 102 (17 nombres représentant les 17 places libres). Rajouter des groupes de voitures (5 puis 10 puis 2)

Encourager un enfant à résoudre un problème à sa façon c'est lui donner confiance et le préparer à apprendre d'autres modes de résolution.

<u>Apprendre les sens : un apprentissage structuré et organisé</u>

- Trouver ce qui reste à la suite d'une perte, d'une diminution, d'une dépense est facilement associé à une opération arithmétique (soustraction) : connaissance première / intuitive
- Mettre en place des situations d'apprentissage pour permettre à l'élève de mettre en lien les différents sens de la soustraction
- La valeur d'un complément : 24 jetons au départ. Cache. 15 jetons visibles. 15+…=24. Dans la reformulation du problème : pour trouver le nombre de jetons cachés il faut enlever les 15 visibles et dénombrer ceux qui restent.

Action et reformulation sont des appuis pour assurer la mise en relation de différents sens d'une opération. Élaborer des situations de référence. Mettre en lien avec le calcul mental : 32-29 plus facile à calculer de 29 à 32. Idem pour 3 aller à 32, plus facile 32-3.

<u>Problèmes concrets problèmes verbaux</u>

- Situations matérielles (boîtes, images et caches réels,…)
- Problèmes oralement
- Énoncés écrits (entrainement individualisé)

<u>Les 4 opérations dès le CP</u> ?

- Des situations de partage équitable (GS-CP)
- Des situations de groupements réguliers (GS-CP)

La formulation : 6 partagé en deux c'est combien ? Combien de fois 3 dans 6 ?

L'introduction prématurée d'un symbole (comme :) pour la division peut occasionner des blocages chez beaucoup d'enfants.

La reconnaissance d'une opération comme permettant de résoudre une variété de problèmes nécessite un apprentissage structuré et organisé dans la durée. Il faut tenir compte du fait que les opérations entretiennent des relations entre elles.

Perspectives

Trois tentations risquées

- Nostalgie (PIAAC : les 45-65 ans ont de mauvaises performances)
- Ailleurs (replacer dans le contexte global)
- Scientisme

Le danger de la réduction des exigences

- Simplification des tâches (préférer la simplification du domaine numérique pour une même tâche)
- Si on n'est pas confronté aux mêmes activités on n'apprend pas la même chose

La hiérarchisation des savoirs mathématiques

- Maîtrise des nombres jusqu'à 10, puis 20
- Connaissance approfondie du système de numération décimale
- Mémorisation de résultats élémentaires
- Connaissance des propriétés des opérations arithmétiques
- Capacité à résoudre des problèmes élémentaires
- Disponibilité de plusieurs stratégies de résolution de problèmes

Intérêt exigence et plaisir

- Curiosité
- Développer le plaisir grâce au jeu et au défi
- Entrainement
- Exercice
- Évaluation

La paix scolaire et les apprentissages mathématiques …