

# Calcul Mental au cycle 2

*Mercredi 4 mars 2020*

*Sophie Beulaygue CPC-EPS Circonscription de SALON*

# Plan de l'animation pédagogique

- Entrer dans l'animation : Questionnaire «le Q-sort»
- Définitions : deux exemples
- Premières mises en situation : un peu de calcul mental
- Méthodes et manuels
- 1 Qu'est-ce que le calcul mental ? S'entendre sur le vocabulaire
- 2 A quoi sert le calcul mental ? Intérêt social et pédagogique
- 3 Sur quoi s'appuie le calcul mental ? Rappels mathématiques
- Présentation des ressources du netboard et de divers jeux

## Q-Sort Calcul mental

- Vous avez 10 affirmations présentées sur votre fiche.
- Vous devez attribuer à chaque affirmation un coefficient (-2 / -1 / 0 / +1 / +2) en fonction de la valeur que vous souhaitez attribuer à cette affirmation.
- Vous devez renseigner le tableau au bas de la fiche en notant le numéro de l'affirmation dans les cases correspondantes.
- Vous ne pouvez pas mettre plus de -2, +1,... que prévus.
- Vous vous positionnerez près du carton (-2 / -1 / 0 / +1 / +2) en fonction du coefficient attribué à l'affirmation citée.

# Définitions

- **François Boule** : «Le calcul mental vise à établir et renforcer des représentations numériques et la structuration de l'ensemble des nombres. C'est en cela qu'il contribue à une meilleure compréhension des opérations numériques et de leurs propriétés principales, toutes connaissances nécessaires en particulier à l'amélioration du calcul écrit ou instrumenté. »
- **Alain** : «Le calcul mental est une partie brillante et neuve de notre enseignement. Le maître et même l'élève y inventent sans cesse de nouveaux moyens de courir sans se tromper. Ce genre d'exercice est sain pour l'esprit...Mais la vitesse ne doit jamais y être séparée de la sûreté...On apprend à compter comme on apprend à traverser une rue ; il ne s'agit pas d'aller lentement ; mais il faut saisir le moment, apprendre à disposer de soi, et faire vite, sans aucune peur. »

## Calculer mentalement, calculer rapidement

- $48 \times 250 =$

- $28056 : 7 =$

# Résultats et procédures

- $48 \times 250 = 12000$
- Qu'est-ce que je sais de 48 ? de 250 ?
- 48 c'est  $4 \times 12$ ,  $50 - 2$  / 250 c'est le quart de 1000 ( $48 \times 1000 : 4$ )
- Qu'est-ce que je sais de la multiplication par 50 ?
- $28056 : 7 = 4008$
- Qu'est-ce que je sais de la table de 7 ?
- $8 \times 7 = 56$  /  $4 \times 7 = 28$
- Qu'est-ce que je sais de la multiplication par 10 et 100 ?
- $408 \times 7 = 2856$

## Michaël STIFEL «Arithmetica Integra», 1544

- $8 \times 32$  ?
- $16 \times 64$  ?
- $32 \times 128$  ?

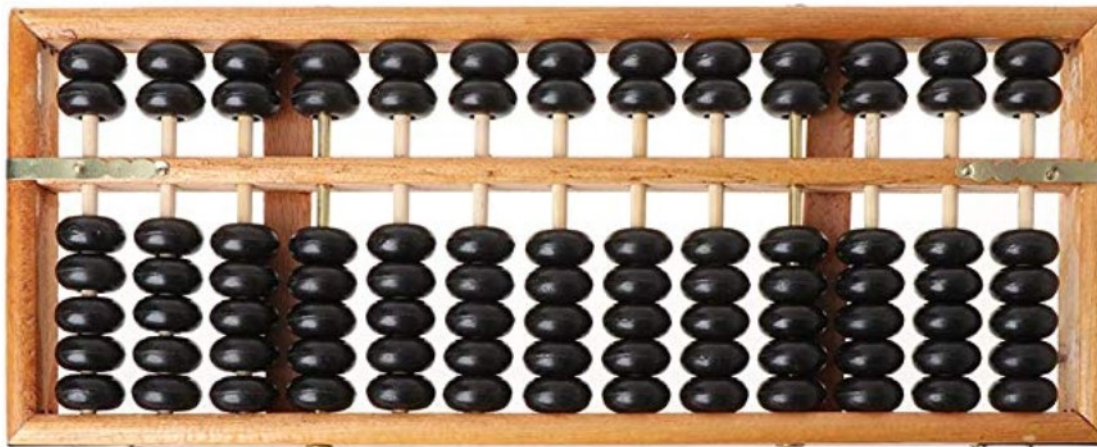
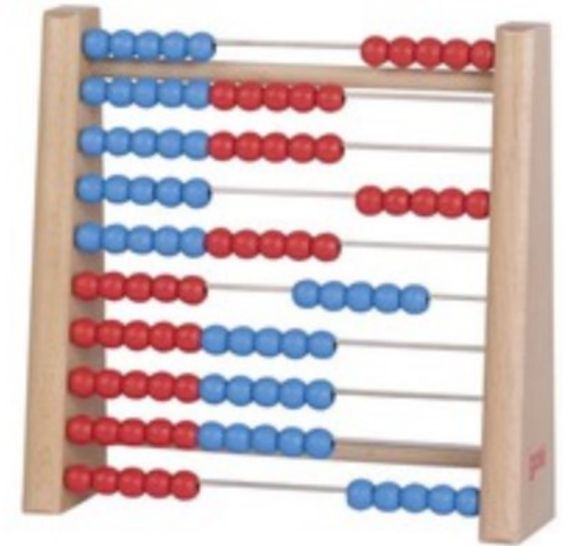
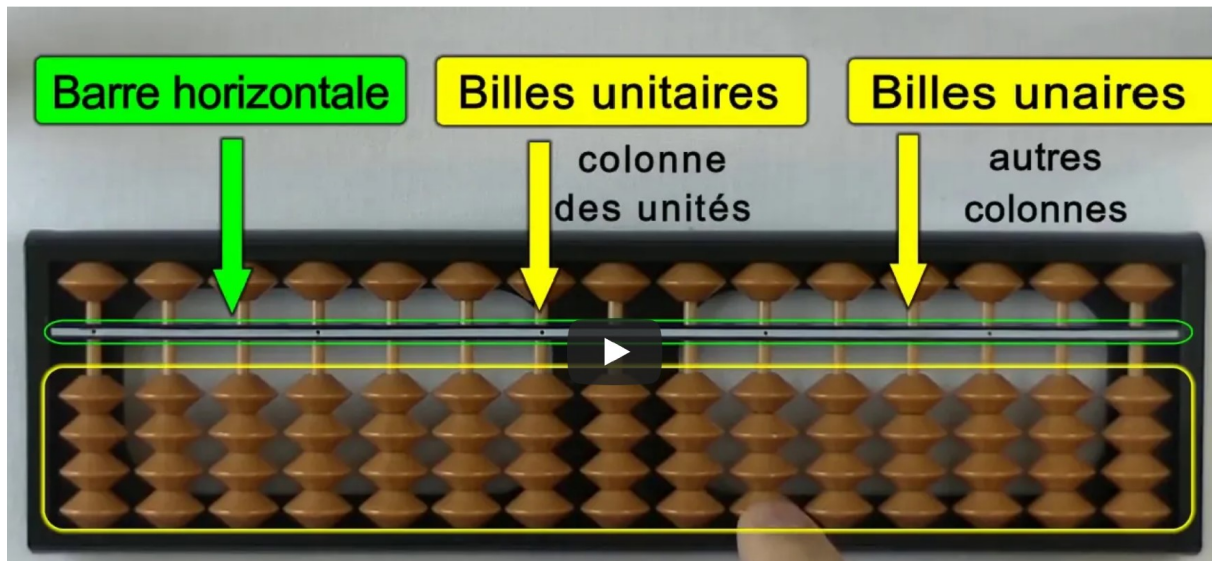
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096

# Méthodes et Manuels

- MHM et ACE : le top ? <https://sbeulaygue.netboard.me/acemathdmatique/?tab=106121#>
- MS (Méthode de Singapour) et TFMS (traduction française de la MS)
  - <http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2018/02/15022018Article636542746811501072.aspx> **Charnay (CapMath)**
  - <http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2018/03/21032018Article636572139605784486.aspx> **Brissiaud (Picbille)**
  - <http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2017/12/20122017Article636493528997699150.aspx> **Brissiaud**
  - <http://www.librairie-tropiques.fr/2018/06/les-mathematiques-a-l-ecole-par-stella-baruk.html> **Baruk (comptes pour petits et grands)**
- **Accès éditions**
- Retz, **Hénaff** : pour acquérir et mémoriser des stratégies
- un exemple en Indes... «Indian Calculator»
  - <https://sbeulaygue.netboard.me/calculmental/?tab=76015>
- Le boulier (chinois / japonais / russe)

# Activités de calcul mental

- **Préconisations** : 1h par semaine (distribuée) :
- 10-10-10-30 (mémorisation-calcul automatisé / stratégies) ou 5x15 (mémorisation / calcul automatisé / stratégies)
- **Attention** ! Certaines activités des manuels ne sont pas du calcul mental (connaissances suites numériques et numération décimale, nécessaires pour calculer) : dictées de nombres / jeu de la dizaine (PE dessine au tableau et élèves écrivent le nombre) / dire 2d5u (élèves écrivent 25) / dire la suite orale des nombres (de 1 en 1 / avant-arrière)
- Proposer 2 activités (sur un seul support) : flashcards / restitution de faits numériques (tables + et x, doubles et moitiés, compléments,...) / «tous les possibles» / les analogies / les procédures (décompositions, commutativité, jalonnement,...) / le nombre cible (faire 5 avec 2 mains, faire 10 avec une +, avec une -, faire 25 avec 3 nombres,  $56 = ?$ , décomposer 120,...) / la boîte noire (comment je passe de 24 à 32 ? de 8 à 80 ?) / nombre mystère (je suis impair,...) / le compte est bon (mathador) / ... **penser à varier les formulations**



1 : Qu'est-ce que le calcul mental ?

# Rappels des programmes

- BO Mars 2016 et BO «ajustements» 26 juillet 2018
- Conférence de consensus du CNESEO (recommandations, rapports) : 3 points essentiels : **apprentissage par coeur de faits numériques / calcul mental privilégié sur le calcul posé** (ordre et temps) / **l'élève doit mettre en mots sa démarche**
- Plan Villani-Torossian (21 mesures)
- Ressources Eduscol
- Cf. Netboard onglet *Programmes*  
<https://sbeulaygue.netboard.me/calculmental/>

# Trois types de calcul

*«Tables et calcul, sens et automatismes sont très étroitement interdépendants ».*

- Calcul mental : pas de traitement écrit du calcul lui-même, même si le résultat peut être écrit et même aussi, parfois, l'énoncé du calcul (et éventuellement des résultats intermédiaires).
- Calcul posé : usage d'une technique opératoire.
- Calcul instrumenté : utilisation d'une calculatrice et initiation à un tableur.

## Le calcul mental comprend donc :

- **Des résultats mémorisés** : La réponse à une interrogation sur les tables ne doit pas relever d'une reconstruction, mais d'une restitution la plus directe possible. Pour les tables, il ne s'agit donc pas d'un calcul mais d'un fait de mémoire. D'autres résultats de calcul mental seront automatisés.
- **Des procédures automatisées** : Certaines procédures de calcul doivent progressivement être automatisées. Particulièrement celles qui sont des mises en œuvre directes des propriétés des opérations. (ex. multiplier par 5)
- **Du calcul approché** : Il permet de donner un ordre de grandeur d'un résultat qui est un nombre qui paraît proche du résultat au regard de sa taille sans en donner tous ses chiffres.

# Mémorisation et Automatisation

- **Mémorisé**

- Les réponses sont stockées, mémorisées, exactes et rappelables dans toutes les situations.
- On travaille la mémorisation : tables d'addition, de multiplication, doubles, compléments à 10. **Apprenons ensemble la table de 17 !**
- Connaître ses tables c'est dire instantanément n'importe quel résultat.

- **Automatisé**

- Les réponses sont reconstruites à partir de faits mémorisés. (exploitation rapide des connaissances pour donner un résultat connexe)
- Les propriétés des opérations (commutativité, associativité, distributivité) sont utilisées.
- L'automatisation du calcul ne doit pas être au détriment de la compréhension.

# Enseigner les faits numériques :

mémoriser et apprendre à mémoriser

- Mise en situation : la table de 17
- le bâton des tables / la roue des tables /... : outils et supports pour différentes représentations
- Jouer pour mémoriser : lotos, dominos, mémorys, cartes, labyrinthes, ...
- S'entraîner : défis, ceintures,...

# Enseigner les procédures

*Cf. Nathalie Pfaff – Magistère*

- Additives :  $46+17$  / Multiplicatives :  $12 \times 25$  / Soustractives :  $31-18$   
(rechercher les procédures, les propriétés des nombres mises en jeu)
- Libeller des objectifs de calcul mental
- Proposer 2 activités par séance (sur 1 ou 2 supports)
- Mise en commun et validation : **INDISPENSABLES**
- Enseigner toutes les procédures :
  - Le jalonnement : de 18 à 31 : de 18 à 20, de 20 à 30, de 30 à 31.
  - La décomposition ou jalonnement inverse :  $31-8=31-1-7$
  - Le pivotement :  $31-18=31-20+2$
  - Le décalage :  $31-18=30-17$
  - Le voisinage des doubles :  $25+27=(25 \times 2)+2$

## En classe :

- Le boulier russe au CP [BSD-Canopé](#)
- La table de 5 au CE1 [magistère](#)

## Additive : $46 + 17$

- Décomposition soustractive (pivotement) :  $46 + (20 - 3) = 66 - 3$
- Décomposition additive canonique :
  - -Exemple 1 :  $(40 + 6) + 17 = 40 + 23$
  - -Exemple 2 :  $46 + (10 + 7) = 56 + 7$
  - -Exemple 3 :  $(40 + 6) + (10 + 7) = 50 + 13$
- Décomposition additive pour passer à la dizaine supérieure :
  - -Exemple 1 :  $46 + (4 + 13) = 50 + 13$
  - -Exemple 2 :  $(43 + 3) + 17 = 43 + 20$
- Décomposition faisant apparaître un double :  $46 + (6 + 11) = 52 + 11$
- Décomposition faisant apparaître 5 :  $(45 + 1) + (5 + 12) = 50 + 13$

# Multiplicative : 12x25

Les procédures qui :

- -mobilisent **la décomposition multiplicative de l'un des facteurs** et l'associativité  
 $12 \times 25 = (3 \times 4) \times 25 = 3 \times (4 \times 25)$  /  $12 \times 25 = 12 \times (100 : 4) = (12 : 4) \times 100$
- - mobilisent **la décomposition multiplicative des deux facteurs** et l'associativité  
 $12 \times 25 = (3 \times 4) \times (5 \times 5) = 3 \times (4 \times 5) \times 5 = 3 \times (20 \times 5)$
- -mobilisent **la décomposition additive de l'un des deux facteurs** et la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition  
 $12 \times 25 = (10 + 2) \times 25 = 10 \times 25 + 2 \times 25$  /  $12 \times 25 = 12 \times (20 + 5) = 12 \times 20 + 12 \times 5$
- -mobilisent **la décomposition additive des deux facteurs** et la double distributivité de la multiplication par rapport à l'addition  
 $12 \times 25 = (10 + 2) \times (20 + 5) = 10 \times 20 + 2 \times 20 + 10 \times 5 + 2 \times 5$
- -s'appuient sur les simulations mentales de l'algorithme écrit.

## Soustractive : 31-18

- Pas de retenue : calcul de gauche à droite
- Passages à la dizaine : plusieurs stratégies envisagées
- - Jalonnement : calcul d'un écart en partant du nombre inférieur (pour aller de 18 à 31 : 18-20, 20-30, 30-31)
- - Décomposition : plus petit terme décomposé et considéré comme un opérateur ( $31 - 18 = 31 - (1 + 10 + 7) = 31 - 1 - 10 - 7$ )
- - Pivotement autour d'un nombre rond ( $31-18=31-20+2=11+2=13$ )
- - Décalage : translation pour atteindre une nombre rond ( $31-18=30-17=13$ )

## 2 A quoi sert le calcul mental ?

*intérêt social et pédagogique*

*«... les mathématiques fournissent des outils pour agir, choisir et décider dans la vie quotidienne ... »*

# Intérêt social du calcul mental

Usage du calcul mental dans la vie quotidienne d'un adulte

- **Situations classiques d'utilisation du calcul mental :**

- -Calcul de la monnaie qui doit être rendue (complément à, ...)
- -Calcul du nouveau prix après réduction(pourcentage)
- -Calcul des proportions d'une recette de cuisine (proportionnalité)
- -Vérification d'une addition au restaurant (calcul approché, ...)
- -Calcul du prix à l'unité, au kg, au l (division, calcul approché, ...)
- -Comptes bancaires (calcul approché, ...)
- -Estimation de la quantité de peinture à acheter, ...
- Dans la vie de tous les jours, être performant en calcul mental est fort utile !

# Intérêt pédagogique du calcul mental

- **Liens avec le domaine «nombres et calculs»**
- numération décimale de position
- relation arithmétique entre les nombres
- techniques opératoires
- résolution de problèmes
- **Liens avec le calcul posé**
- Dans la pratique des techniques opératoires, de nombreuses compétences de calcul mental sont mises en jeu : Connaître des tables d'addition et de multiplication. Calculer mentalement des sommes, des différences, des produits.

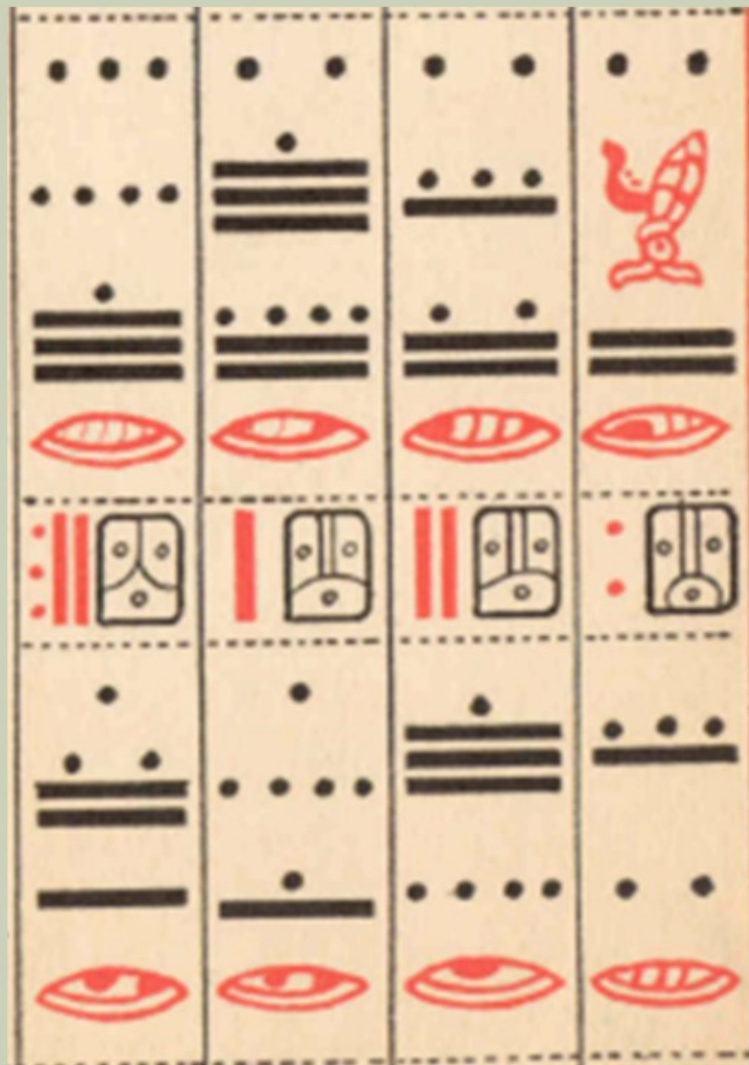
# Numération : des passages incontournables

- **Les situations de groupements :**
  - dénombrement de collections en utilisant des paquets de 10, puis des paquets de 10 paquets
  - détermination du cardinal sous forme d'une écriture additive
- **Les situations d'échange :**
  - exploration des règles d'échange de la numération de position
  - compréhension que la valeur d'un chiffre dépend de sa position
- **Les situations amenant à repenser les groupements par rapports aux échanges :**
  - lecture des informations liées aux échanges et aux groupements dans l'écriture d'un nombre
- **Les situations abordant le point de vue algorithmique :**
  - structuration de la suite des nombres
- **Les situations d'exploration des règles de numération orale et chiffrée :**
  - mise en évidence des fonctionnements différents de ces deux systèmes

# Mise en situation : lire des nombres dans une autre écriture mathématique

- Chez les Mayas





# Numération : les incontournables

- Décomposer additivement un nombre en unités, dizaines et centaines
- Ajouter 10, un nombre entier de dizaines
- Ajouter 100, un nombre entier de centaines
- Soustraire 10, un nombre entier de dizaines
- Soustraire 100, un nombre entier de centaines

# Relations arithmétiques entre les nombres

**8** c'est :

- $7+1$  ;  $1+7$  ; le nombre « juste après » 7
- $9-1$  ; le nombre « juste avant » 9
- $4+4$  ;  $2 \times 4$  ; le double de quatre
- $2+2+2+2$  ;  $4 \times 2$
- 5 et 3 (une main et trois doigts)
- $10-2$  ;  $\boxed{2}+ = 10$  ; ce qui manque à 2 pour aller à 10
- $20-12$  ;  $1\boxed{2}+ = 20$  ; ce qui manque à 12 pour aller à 20
- $18-10$  ;  $28-20$  ;  $38-30$
- la moitié de 16 ;  $16:2$  ;  $\boxed{2} \times = 16$
- $40:5$  ;  $\boxed{5} \times = 40$

- **Liens avec la résolution de problèmes**

- Les problèmes mettent en jeu et donc permettent de travailler des procédures de calcul mental (découverte, entraînement, évaluation).
- La pratique régulière du calcul mental : -favorise une prise de sens (compréhension de la situation) ; -contribue à accélérer le processus de reconnaissance du modèle ; (opération en jeu) dans la résolution de problèmes.
- Un calcul mental demande : -prise d'informations (nombres, opération) ; -réflexion et raisonnement ; -choix et mise en œuvre d'une stratégie ; -formulation du résultat.

- **Liens avec Grandeurs et mesures** (premières conversions vers le C3)

- Longueurs, masses : Connaître la relation entre mètre et centimètre -conversions (x100, :100)  
Connaître la relation entre kilomètre et mètre -conversions (x1000, :1000) Connaître la relation entre kilogramme et gramme -conversions (x1000, :1000)
- Durées : Connaître la relation entre heure et minute -conversions heure \* minute (x 60, : 60)
- Monnaie: Connaître la relation entre euro et centime d'euro -conversions euros \* centimes : (x100, :100) -rendre la monnaie (complément à...)

# 3 Sur quoi s'appuie le calcul mental ?

*Rappels mathématiques*

# Sur quoi s'appuie le calcul mental ?

- Les ensembles de nombres
- Les propriétés des nombres
- Les 4 opérations élémentaires
- Les propriétés des opérations

# Les ensembles de nombres

- **N** : l'ensemble des entiers naturels : 0, 1, 2 ...
- **D** : l'ensemble des nombres décimaux : 1,5 ; 0,02 ... Ils s'écrivent sous la forme d'un quotient du type : 15/10 ; 2/100 ...
- **Q** : l'ensemble des nombres rationnels : 1/3, 8/3 ... Ils s'écrivent sous la forme d'un quotient de deux nombres entiers. Dans le résultat, il peut y avoir une infinité de chiffres après la virgule qui finiront par se répéter : 0,333... ; 2,666...
- **R** : l'ensemble des nombres réels :  $\pi$ ,  $\sqrt{2}$ , ... Ils s'écrivent avec des chiffres après la virgule qui ne se répètent plus nécessairement.

# Les propriétés des nombres

- **Nombres pairs et impairs** : -Un entier multiple de deux est un entier pair. -Les autres sont les entiers impairs.
- **Nombres premiers et nombres composés** : -Un nombre premier est un entier naturel différent de 0 qui ne possède que deux diviseurs positifs : 1 et lui-même :  $3 = 1 \times 3$  -Un nombre composé est un entier naturel différent de 0 qui possède au moins un diviseur positif autre que 1 ou lui-même : 14 a quatre diviseurs (1, 2, 7, 14)
- **Nombres carrés** : Un nombre carré est le produit d'un nombre par lui-même : 0, 1, 4, 9, 16 ...
- **Critères de divisibilité**: **2** : un nombre est divisible par 2 lorsque le chiffre des unités est : 0, 2, 4, 6 ou 8 / **5** : un nombre est divisible par 5 lorsque le chiffre des unités est : 0 ou 5

# Les 4 opérations élémentaires

- **Addition:**  $a + b = c$  terme (a) + terme (b) = somme (c)
- **Soustraction:**  $c - b = a$  terme (c) – terme (b) = différence (a)
- **Multiplication :**  $a \times b = c$  facteur (a) x facteur (b) = produit (c)
- **Division euclidienne** ou division entière :  $a = c \times q + r$   
dividende (a) = diviseur (c) x quotient (q) + reste (r)
- **Division exacte :**  $a : b = a / b = a \div b = q$

# Les propriétés des opérations

Le calcul mental à l'école élémentaire s'appuie et renforce les connaissances des propriétés des opérations.

- **La commutativité** est la propriété d'une opération qui permet de modifier l'ordre des termes sans changer le résultat.
- **L'associativité** est la propriété d'une opération qui permet de modifier l'ordre des calculs sans modifier le résultat de l'opération.
- **La distributivité** est la propriété d'une opération qui permet de distribuer une opération sur les autres termes du calcul.
- **L'élément neutre** est le nombre unique qui ne modifie pas le résultat d'une opération.
- **L'élément absorbant** est un nombre qui lorsqu'il est présent dans un calcul, fait que le résultat est toujours de 0.

	ADDITION	MULTIPLICATION	SOUSTRACTION	DIVISION
<b>Commutative</b>	<b>Oui</b> $a + b = b + a$	<b>Oui</b> $a \times b = b \times a$	<b>Non</b> $a - b \neq b - a$	<b>Non</b> $a \div b \neq b \div a$
<b>Associative</b>	<b>Oui</b> $(a + b) + c = a + (b + c)$	<b>Oui</b> $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$	<b>Non</b> $(a - b) - c \neq a - (b - c)$	<b>Non</b> $(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$
<b>Distributive</b>	<b>Non</b>	<b>Oui sur l'addition</b> $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ <b>Oui sur la soustraction</b> $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$	<b>Non</b>	<b>Oui sur l'addition</b> $(b + c) \div a = b \div a + c \div a$ <b>Oui sur la soustraction</b> $(b - c) \div a = b \div a - c \div a$
<b>Elément neutre</b>	<b>Oui : 0</b> $a + 0 = 0 + a = a$	<b>Oui : 1</b> $a \times 1 = 1 \times a = a$	<b>Non</b> $a - 0 \neq 0 - a$	<b>Non</b> $b \div 1 \neq 1 \div b$
<b>Elément absorbant</b>	<b>Non</b>	<b>Oui : 0</b> $a \times 0 = 0 \times a = 0$	<b>Non</b>	<b>Non</b>

# Situations de calcul mental

- Représenter (droite numérique, rouleau, spirale, tableaux, constellations, doigts, points, S-Baruk, compteurs,...)
- Manipuler (cubes, réglettes, buchettes, abaques, bouliers,...)
- Activités ritualisées (bouliers, abaques, cibles, furet, LaMartinière,...)
- Enseigner (situation d'apprentissage, 30')
- Jeux (lotos, dominos, labyrinthes, mathador, le compte est bon, le nombre cible, le 10 vainc, jeux de plateaux, nombres fléchés,...)
- Evaluer (défis, ceintures,...)

## Ressources :

- Ressources AP MATH C2 :
- [https://fr.padlet.com/sophie\\_beulaygue/ehcv4jrjz97y](https://fr.padlet.com/sophie_beulaygue/ehcv4jrjz97y)
- Ressources Mathématiques au cycle 2 :
- [https://fr.padlet.com/sophie\\_beulaygue/y366hfwzcthr](https://fr.padlet.com/sophie_beulaygue/y366hfwzcthr)
- Netboard de l'AP calcul mental :
- <https://sbeulaygue.netboard.me/calculmental/>
- Article Charnay café pédagogique :
- <http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2018/03/20032018Article636571266660237668.aspx>

# ATELIERS de Calcul Mental

- 15 minutes pour chaque atelier : de 10h30 à 11h45
- 5 tables numérotées : suivre l'ordre numéroté
- Mathador
- Le 15 Vainc (et autres jeux plastifiés)
- Le boulier
- Jeu de Molky
- Ressources numériques (course aux nombres / estimateur / diaporamas CP) et manuels
- Table de délestage : pistes d'activités (sac à ressources).

# BILAN de l'animation

- **Post-it jaune** : points à améliorer (les manques, les attentes,...)

- **Post-it bleu** : point(s) positif(s)

Merci de votre attention

Il n'y a plus qu'à...