

La compréhension en lecture, MULLER Daniel

Compréhension 04

Testé en ULIS Pro

L'apprentissage des tables de multiplication ou comment mémoriser de l'inconnu avec du connu.

Confronté à la difficile tâche de mémoriser les tables arithmétiques, le cerveau fait feu de tout bois.

S. Dehaene in « La bosse des maths 15 ans après »

J'ai mis en place une pratique d'apprentissage des tables de multiplication de base visant la mémorisation des résultats en situation de calcul mental non réfléchi. En clair le but est de demander aux élèves de donner le plus rapidement possible un résultat à une multiplication donnée sans qu'ils aient recours à des stratégies (comptage des doigts, récitations des tables, comptines des résultats, stratégies déductives comme $9 \times 9 = 81$ car c'est $10 \times 9 - 9$).

Les résultats de cette pratique étant intéressants, l'heure est venue de faire un bilan critique et de justifier cette pratique dont on peut, cependant, douter de la pertinence au regard de l'usage de la calculatrice qui la compense largement. Il s'agit au cœur de cette pratique de cerner les mécanismes en jeu permettant à des élèves, présentant des difficultés cognitives liées à des déficiences, de réussir des calculs avec fiabilité, aisance et rapidité. Ces mécanismes stimulant la mémorisation sont peut-être transposables à des élèves présentant une dyslexie.

Justification de l'apprentissage « par cœur » des tables de multiplication.

On peut s'étonner de cette expression « apprendre par cœur » alors que le siège du « par cœur » est le cerveau. Mais quand le cœur se mêle de mémoriser c'est que mémoriser nous tient à cœur. En effet restituer rapidement un élément est si utile, et si agréable aussi, que l'on s'en trouve bien. Cette relation affective n'est peut-être plus perceptible lors des réussites récurrentes mais, à l'inverse, l'échec met en peine celui qui n'arrive pas à se souvenir. Or les multiplications simples, même si elles peuvent être compensées par la calculatrice, sont assez fréquentes dans une journée, et surtout présentes dans des relations à autrui. Ne pas savoir multiplier assez rapidement ou avec comptage sur les doigts est un signe d'infériorité.

Plus important encore est le besoin professionnel de la multiplication non réfléchi

des jeunes d'Ulis (ancien dispositif UPI) qui apprennent des métiers comme pâtissier, menuisier, maçon, vendeur, agent d'entretien où des calculs simples sont omniprésents.

La multiplication par cœur est aussi un préalable à une foule d'apprentissages qui sont systématiquement alourdis par l'absence d'aisance de la pratique multiplicative. Ce lien est pratiquement intrinsèque à des notions comme la proportionnalité, le calcul d'aire.

Enfin la multiplication est utile dans beaucoup de situations où elle nous rend autonomes dans la vie comme l'achat d'essence, la réalisation des courses, les choix devant les offres publicitaires mais aussi des situations relevant des pratiques sociales comme le jardinage, le bricolage, la cuisine, la gestion d'un budget, le comptage des jours, la prise de médicaments.

Quelques constats :

- Les élèves scolarisés en ULIS lycée n'ont pas mémorisé l'ensemble des tables de multiplication.
- Quelques élèves ont mémorisé les tables simples (celle de 2 ou celle de 5).
- Les élèves perdent beaucoup de temps à faire des calculs simples en situation de calcul mental non réfléchi.
- Les élèves pensent que ce n'est pas possible de multiplier « par cœur » les grands chiffres.
- Les élèves doivent redire la formulation de la multiplication : on leur demande six fois sept et ils ne peuvent pas dire quarante-deux sans redire « six fois sept égalent quarante deux ».
- Les élèves n'ont pas conscience de la commutativité de la multiplication : s'ils connaissent bien le résultat de 7×2 , ils ne vont pas réactiver cette connaissance pour récupérer le résultat correspondant à 2×7 .
- Les élèves utilisent les doigts.
- Les élèves repassent en revue toute la table jusqu'à arriver au résultat correspondant à la multiplication donnée.
- Les élèves préfèrent utiliser la série d'additions que la multiplication dans les problèmes à résoudre.
- Les élèves n'associent pas forcément la multiplication d'entiers à une augmentation rapide d'une quantité. Ils perçoivent la multiplication comme la transformation de deux nombres en un nouveau nombre.

Ces différents constats confirment l'analyse de Stanislas Dehaene (*La bosse des*

maths, 15 ans après) : la mise en mémoire à long terme des résultats des tables de multiplication est difficile « car les informations que contiennent les tables arithmétiques ne sont pas arbitraires et indépendantes les unes des autres ». En effet le 7 dans 7×6 n'est pas unique (puisqu'il est aussi utilisé dans 7×8 par exemple), idem pour le 6. On a donc 7 et 6 qui, de part leur statut de chiffres, ne sont pas arbitraires mais servent plusieurs fois, parfois à des places différentes. Ces usages multiples empêchent des combinaisons associatives uniques. Or « la mémoire est associative, elle tisse des liens multiples entre des informations disparates. Ce sont des liens associatifs qui permettent de reconstruire le souvenir sur la base d'informations fragmentaires ». Et cet aspect est une faiblesse à l'endroit des tables arithmétiques où « il importe de maintenir les connaissances séparées les unes des autres, à l'abri de toute interférence ». S. Dehaene. donne l'exemple suivant : « si je veux résoudre 7 fois 6, il est désastreux d'activer ses connaissances de 7 plus 6 ou 7 fois 5 ». C'est comme s'il n'y avait pas la possibilité de réactiver des connaissances et qu'il faille alors se rabattre sur d'autres stratégies. S. Dehaene dit encore que « si l'accès à la mémoire échoue le cerveau se rabat sur d'autres stratégies comme le comptage, les additions en séries, ou la soustraction à partir d'une référence »

Au regard de ces approches il s'agit de voir maintenant pourquoi les techniques mises en place ont permis la mémorisation partielle voire complète des tables de multiplication chez des adolescents ayant jusqu'à présent eu du mal à les mémoriser.

Les différentes étapes de l'apprentissage des tables.

Je respecte en général cet ordre lors de la première approche. Après en phase de consolidation et d'acquisition je réemploie ces étapes de manière indifférente selon les difficultés en présence.

Première étape : dessine-moi une multiplication ou la prise de conscience de l'effet « multiplication ».

L'élève doit se rendre compte que l'opération multiplication d'entiers donne d'un coup un plus grand nombre (on admet qu'en phase d'apprentissage on multiplie des nombres entiers par des nombres entiers ou décimaux supérieurs à 1 et qu'ainsi se réalise des nombres plus grands entre deux nombres multipliés).

Pour cela les élèves construisent leurs tables de base à l'aide de différents rectangles quadrillés par des cases de 1cm sur 1cm mis à leur disposition. Ces rectangles correspondent à tous les résultats des tables de multiplication de 2 à 10. Chaque

rectangle est accompagné d'un nombre correspondant au nombre de cases qui le composent. Ces rectangles sont sous feuilles transparentes (type pochettes) et l'élève, pour construire la table de 3, entoure des paquets de trois cases dans les différents rectangles. Là où il arrive à faire exactement des paquets il s'agit d'un multiple de 3. Là où il n'arrive pas il s'agit d'un résultat qui ne convient pas. A la relecture il se rend compte que 8×3 cases donnent tout de suite un nombre plus grand c'est-à-dire 24 car le rectangle fait 24 cases.

Intérêts de cette étape :

Cette première étape sert à construire une conscience des nombres issus de la multiplication. Dans chaque table il y a des lois identiques :

- plus la table est grande et plus il y a de nombres où les dizaines augmentent,
- plus le nombre qui sert à multiplier est élevé, plus le résultat obtenu est grand,
- deux grands nombres multipliés entre eux vont donner un grand nombre.

Deuxième étape : la valse des étiquettes en trois temps

Pour chaque table sont réalisées dix étiquettes. Par exemple pour le calcul $7 \times 1 = 7$, on réalise une étiquette où figure au recto le calcul demandé, ($7 \times 1 =$) et au verso le résultat (1). On réalise toutes les étiquettes de la table de 7 sur ce modèle (de 7×1 à 7×10). On apprend une table après l'autre, en général on commence par la table de 2 puis celle de 4, 5, 3, 6, 7, 8 et enfin celle de 9.

On a une grille sous la forme d'un tableau où chaque cellule est du même format que les étiquettes où figurent tous les résultats. Les premières fois on met à côté de l'élève les grilles utilisées lors de l'écriture de la table réalisée durant la première étape.

On met devant l'élève les dix étiquettes de la table et on lui explique le cadre suivant :

« Tu as envie de mémoriser les résultats des étiquettes et, quand on veut utiliser les tables de multiplications trois situations peuvent arriver avec les résultats :

1. Ils sont connus ça se voit car je sais tout de suite le résultat et il est juste,
2. Ils sont un peu connus ça se voit car je sais un peu quelque chose sur le résultat (je donne un résultat proche) ou car cela me prend du temps pour trouver le résultat,

3. Ils sont inconnus ça se voit car que je ne sais rien du résultat ou car le résultat est faux (le résultat est éloigné de celui attendu).

On poursuit par la consigne suivante :

« Choisis maintenant trois endroits devant toi. Je vais te montrer des étiquettes et tu vas me dire les résultats puis on posera les étiquettes dans les zones de résultats appelées « les connus », « les un peu connus », « les inconnus ». En général les élèves désignent la zone des inconnus à gauche, celle des peu connus au centre, et celle des connus à droite comme le sens de la chaîne numérique.

Je désigne une étiquette, l'élève me dit le résultat ou commente un résultat. En fonction de mon analyse je range l'étiquette dans la zone correspondante. Lorsque les dix étiquettes sont épuisées on regarde ce qui se passe dans les zones. On peut éventuellement recommencer une ou plusieurs fois avant de passer à l'étape 3 appelée quitter sa zone (voir partie ci-dessous)

Intérêts de cette étape :

- D'abord elle est l'occasion d'expliquer symboliquement ce qui se passe quand on mémorise : on encode progressivement et lorsqu'un temps est nécessaire ou qu'il y a besoin d'utiliser des stratégies on sait que l'on n'a pas encore mémorisé le résultat. On est alors en zone intermédiaire et surtout en bonne voie pour aller vers la zone des « connus » qu'on peut assimiler à la mémoire à long terme.
- Les calculs ne sont pas disposés selon un ordre habituel mais selon trois degrés de connaissances ou trois stades de mémorisation
- Il n'y a pas de calculs réussis s'opposant à des calculs non réussis mais plutôt des glissements vers une plus grande réussite voire une réussite complète. En effet un résultat n'est pas juste ou faux, il est connu ou inconnu ou un peu connu et cette troisième zone intermédiaire est capitale. Car, dans cette zone, on peut ranger des résultats qui ont pris du temps en raison de stratégies de calculs ou, des résultats qui s'approchent du résultat juste car ils reposent sur un élément pertinent de perception comme

Par exemple : l'élève ne sait plus combien fait 3×8 . Je lui demande alors de me dire si dans la table c'est un grand nombre ou pas, s'il est sous la dizaine, la vingtaine ou au-dessus de la vingtaine. Le questionnement peut aussi concerner des imageries mentales. Que voit-il dans sa tête à ce moment ? Ou je peux questionner la stratégie : comment a-t-il fait pour trouver ce résultat ? En l'observant je note aussi s'il compte avec les doigts, s'il subvocalise en récitant des bouts de tables ou en les articulant, ou en faisant défiler des résultats à toute

vitesse. Toujours est-il que dans cette zone sont mis des résultats non mémorisés mais acceptés en raison de leur pertinence (représentation correcte de la grandeur du résultat, adéquation des stratégies)

- Aucune stratégie n'est refusée ou stigmatisée. (au départ j'avais tendance à refuser l'usage des doigts, maintenant je l'accepte puisqu'il mène au bon résultat, ce résultat est observé notamment en discutant son cardinal)
- En un coup d'œil on voit l'état de mémorisation de la table selon le nombre d'occupants par zone. Même s'il n'y a pas beaucoup d'occupants dans la zone parfaitement connue il y en a toujours l'un ou l'autre dans la zone un peu connue. Mais cela veut dire qu'un passage existe entre les deux et c'est ce qui va se passer lors de la troisième étape.

L'idée est alors de stimuler la mémorisation en disant que des étiquettes peuvent aller d'une zone à l'autre avec un nouvel essai.

Troisième étape : quitter sa zone

On laisse les étiquettes connues dans leur zone, on peut encore échanger un peu sur les peu connus ou les inconnus. Par exemple si l'élève ne sait pas du tout combien font 9×3 , on lui dit que cela correspond à 27. Et on essaie de trouver avec lui si « ce nombre il le rencontre dans sa vie » par exemple qui habite au 27 de sa rue ?, ou quelqu'un de sa famille est-il né un 27 ?, on ouvre une page 27 d'un livre de cours et on regarde ce qui s'y passe. Il s'agit en quelque sorte de créer une représentation singulière de ce nombre 27 qui peut renforcer le concept de 27. On peut aussi noter certains résultats en raison des sonorités c'est le cas de six fois six égalent trente-six. On peut préférer la notion de cardinal (c'est-à-dire préférer là où il y a une quantité de 27 pages que le 27 d'un numéro de téléphone correspondant au seul nombre) car cette notion rappelle le principe de multiplication.

Une fois que les nombres sont associés à des faits je propose de faire passer des étiquettes de la zone peu connue vers la zone parfaitement connue. Pour cela je prends une ou deux étiquettes de la zone connue, je les mélange avec une étiquette de la zone peu connue et j'interroge l'élève sur les résultats. Je recommence les interrogations plusieurs fois en variant les ordres de pointage des étiquettes.

Intérêts de cette étape :

- Que ce soit durant cette étape ou toutes les autres il est important de créer des effets d'entraînement. La présentation des étiquettes n'est pas due au hasard, c'est bien moi, en tant qu'enseignant et selon l'état perceptible de la capacité de l'élève, qui présente les étiquettes. Le fait que le résultat d'une étiquette mémorisée soit demandé stimule en quelque sorte le chemin pour activer le résultat de l'étiquette qui n'est que peu connue et dont on demande le résultat. Ce résultat arrive de plus en plus vite.
- Au bout de quelques essais je peux mesurer le degré d'automatisme du résultat et dire avec dynamisme que : « ça y est cette étiquette passe en zone parfaitement connue ! ».
- Une fois qu'on a réalisé ces opérations de glissement pour toutes les étiquettes de la zone peu connue on prend également en charge les étiquettes de la zone inconnue sur le même mode. Naturellement dans un premier temps les changements ne sont pas spectaculaires et de toute façon ne peuvent pas l'être. Mais deux ou trois glissements sur 10 étiquettes sont déjà révélateurs de l'encodage en marche.

Quatrième étape : l'écriture de problèmes multiplicatifs

Dès qu'un résultat est en voie d'encodage l'élève écrit un problème multiplicatif pour ne pas détacher l'apprentissage du cadre concret.

Les problèmes multiplicatifs sont rédigés et saisis dans des petits formats carrés et découpés sous la forme d'étiquettes. Un tableau de solution récapitule ces problèmes.

On pose rapidement les étiquettes devant l'élève ou on les lit. L'élève doit donner le calcul et le résultat. On peut varier les données du problème pour éviter les effets de « l'appris par cœur » lié à la mémoire associant le cadre des problèmes avec des nombres sans passer par un calcul. On peut aussi varier les données en les rendant absurdes pour entraîner les élèves à avoir un esprit critique sur les problèmes.

Intérêts de cette étape :

- Contextualiser la multiplication en indiquant bien que la multiplication est liée à des situations concrètes qui la nécessitent
- Introduire des éléments verbaux autour des chiffres, la mémoire sémantique est

alors activée par des images permettant de sceller des éléments arithmétiques des différentes tables.

- Habituer les élèves à distinguer des situations multiplicatives où, en général, un des nombres est une quantité et l'autre un « nombre de fois » pour montrer que par là on augmente en une fois, ou d'un coup, une quantité.

Cinquième étape : Les grilles sur le grill

Pour chaque table sont prévues 6 grilles avec deux colonnes chacune. Celle de gauche a exactement la largeur des étiquettes des tables, celle de droite comporte les dix résultats placés dans un certain ordre.

Les grilles sont numérotées de 1 à 6 pour chaque table. Les résultats des grilles 1 et 2 sont disposés de manière à respecter l'ordre croissant des résultats donnés par l'apprentissage habituel des tables. La disposition des résultats est de plus en aléatoire sur les grilles 3 et 4 et l'est entièrement sur les grilles 5 et 6. L'élève commence par la grille 1 et doit poser en face des résultats les étiquettes des calculs. Il respecte l'ordre d'apparition des résultats sur les grilles. Il ne peut pas classer les étiquettes dans l'ordre croissant des tables pour les placer ensuite. Non, il doit regarder le premier résultat affiché sur la grille puis trouver le calcul correspondant puis faire de même avec le deuxième résultat affiché. Puis il passe au deuxième

Intérêts de cette étape :

- L'élève peut travailler en autonomie chez lui
- Les grilles peuvent être chronométrées et donner un bon indicateur d'une progression et de la mémorisation
- Ces grilles permettent de travailler sur la réversibilité où un résultat appelle un calcul dans une table donnée.

Sixième étape : mélanger des tables

Les élèves deviennent spécialistes de telle ou telle table mais c'est comme si elles étaient les unes à côté des autres sans qu'elles soient mélangées. Le matériel employé permet de mélanger des tables et de mélanger les calculs. L'élève est assez déconcerté dans un premier temps mais très rapidement les résultats sont retrouvés dans la mêlée de deux puis trois puis toutes les tables.

Intérêts de cette étape :

- Rappeler l'architecture complète de toutes les tables
- Reconnaître la double appartenance d'un calcul à deux tables (le résultat de 6×3 est dans la table de 6 ou dans la table de 3)
- Stimuler la réversibilité (3×8 équivaut à 8×3 et reste à savoir qu'elle table celle de 3 ou celle de 8 permet de mieux récupérer le résultat)

Conclusion :

Cette approche, présentée ici sous forme écrite et détaillée, semble longue mais dans la réalité elle est assez dynamique si on respecte les règles de « non acharnement » et de stimulation valorisante.

Il me semble que la difficulté de mémorisation est ici contournée par l'approche multiple des rétentions des résultats. Ces approches différentes permettent de repérer ce qui est réellement pertinent chez chacun et stimulent énormément les mémorisations de tous ordres.

En effet par les nombreuses approches des associations entre les nombres, entre les phrases multiplicatives et les nombres, des résultats prennent forme. Ces associations sont clairement distinguées pour chaque élève et vont provoquer une mémorisation de plus en plus rapide

Par ailleurs montrer les étapes de la mémorisation par les trois espaces « inconnus », « un peu connus », « connus » favorise énormément la mise en mémoire. C'est une sorte de « métamémorisation » où l'élève prend conscience de l'acte de mémoriser : il sait que pour mémoriser il doit stocker à un endroit d'où « les résultats sortent de plus en plus vite jusqu'à immédiatement ». Il sait qu'il doit enrichir cet endroit de mémoire à long terme et que parmi les moyens pour y arriver figure la connaissance des nombres.