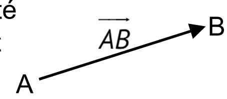
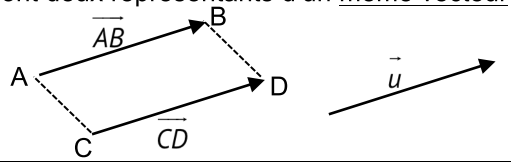
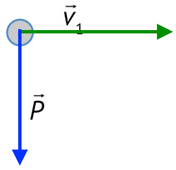
Fiche méthode : Les vecteurs en physique

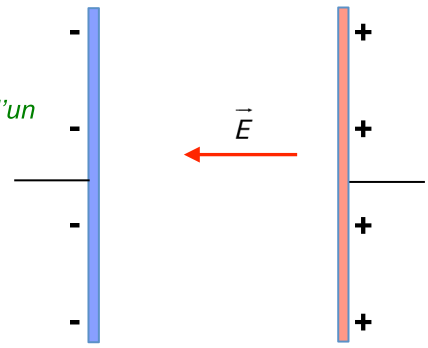
Les vecteurs sont des outils mathématiques utilisés en physique pour modéliser des actions (forces) ou des propriétés du milieu (champs) ou des propriétés d'un mouvement (vitesses, accélération,…) qui ne peuvent être réduites à un nombre.

1. Notation et caractéristiques d'un vecteur :

	En mathématiques	En physique
Représentations et notations	Un vecteur $\overrightarrow{AB}$ est représenté par une flèche allant du point A au point B  Sur la figure ci-dessous, les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont deux représentants d'un <u>même vecteur</u> $\vec{u}$ 	Sur un schéma en <u>un point donné</u> on peut représenter par une flèche : - un vecteur force ($\vec{P}, \vec{F}_g, \vec{F}_e,\dots$), - un vecteur champ ($\vec{g}, \vec{E},\dots$), - un vecteur vitesse ($\vec{v}_1,\dots$), - …  Pour chaque type de vecteur on définit une échelle : *Dans l'exemple : pour les forces* 1cm ↔ 10 N *pour les vitesses* 1cm ↔ 0,2 $m \cdot s^{-1}$
Caractéristiques	$\overrightarrow{AB}\begin{vmatrix} \textit{direction : droite } (AB) \\ \textit{sens : de A vers B} \\ \textit{norme : longueur } AB \end{vmatrix}$ La norme (longueur) du vecteur $\vec{u}$ est un nombre toujours positif noté $\lVert \vec{u} \rVert$ = AB = CD	Dans la situation schématisée (et en tenant compte des échelles de représentation) : $\vec{P}\begin{vmatrix} \textit{direction : verticale} \\ \textit{sens : vers le bas} \\ \textit{norme : } P = 18\ N \end{vmatrix}$ $\vec{v}_1\begin{vmatrix} \textit{direction : horizontale} \\ \textit{sens : vers la droite} \\ \textit{norme : } v_1 = 0{,}4\ m{\cdot}s^{-1} \end{vmatrix}$

À retenir : - en physique, les vecteurs sont dit « liés » : ils ont chacun un **point d'application** précis,
- en physique, les vecteurs ne sont forcément de même « nature » : l'outil vecteur est utilisé pour modéliser des phénomènes physiques différents.
- en physique, les normes des vecteurs sont notées sans la flèche ($\lVert \vec{F} \rVert$= F) et **elles ont une unité**.

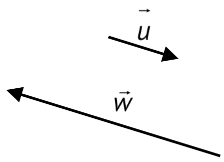
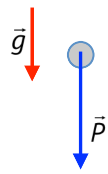
Attention : - ne pas confondre direction et sens
- ne pas confondre le vecteur et sa norme



Application: *On a représenté ci-contre le champ électrostatique en un point d'un condensateur plan avec une échelle 1cm ↔ 50 V·m⁻¹*
Donner les caractéristiques de ce champ :

2. Opérations sur les vecteurs :

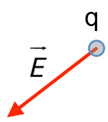
2.1. Multiplication d'un vecteur par un nombre :

	En mathématiques	En physique
Propriétés des vecteurs colinéaires	Il est possible de multiplier un vecteur par un nombre : $\vec{w}$ = k $\vec{u}$  Les vecteurs $\vec{w}$ et $\vec{u}$ sont alors **colinéaires** : - ils ont la même direction - ils sont de même sens si k>0 et de sens contraire si k<0 - leurs normes sont liées par $\lVert \vec{w} \rVert$= |k|×$\lVert \vec{u} \rVert$	Il existe des relations vectorielles liant des vecteurs de natures différentes : - poids et champ de pesanteur : $\vec{P} = m.\vec{g}$, - force et champ électrostatique : $\vec{F}_e = q.\vec{E}$ - …  Ces relations traduisent la colinéarité entre les vecteurs. Elles peuvent être transformée en relation entre les normes : $\vec{P} = m.\vec{g}$ devient ainsi : P = |m|.g = m.g *(car m >0)* $\vec{F}_e = q.\vec{E}$ devient ainsi : F_e = |q|.E

À retenir : - quand on multiplie un vecteur par un nombre on obtient un nouveau vecteur **colinéaire** à celui de départ.

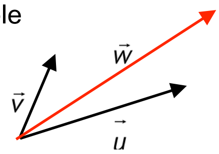
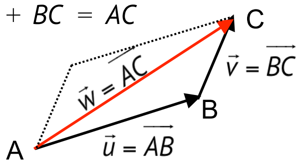
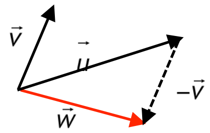
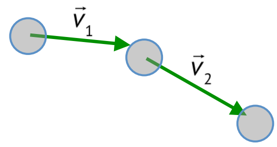
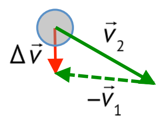
Attention : - des vecteurs colinéaires ne sont pas forcément de même sens
- ne pas oublier la **valeur absolue pour le calcul de la norme** si k est négatif

Application : *Une particule de charge q = -20 nC est placée dans un champs électrique uniforme de valeur E = 2,0 kV.m⁻¹.*
a) Calculer <u>la valeur</u> de la force électrique subie par l'électron



b) Représenter cette force avec une échelle 1cm ↔ 10⁻⁵ N

2.2. Addition et soustraction de vecteurs :

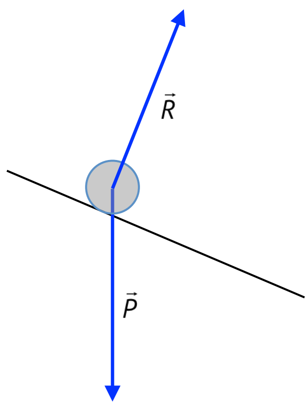
	En mathématiques	En physique
Somme de vecteurs	Il est toujours possible d'additionner deux vecteurs : $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$  Le vecteur $\vec{w}$ se construit graphiquement en : - traçant un représentant $\overrightarrow{AB}$ de $\vec{u}$ au point A - traçant un représentant $\overrightarrow{BC}$ de $\vec{v}$ en B - alors on a $\vec{w} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ 	Il est uniquement possible d'additionner des vecteurs de même nature : - somme $\vec{P} + \vec{F}$ de forces : **possible** - somme $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$ de champs électrostatiques: **possible** - somme $\cancel{\vec{P} + \vec{g}}$ de force et de champ : **impossible** - somme $\cancel{\vec{F} + \vec{v}}$ de forces et de vitesse : **impossible** - somme $\cancel{\vec{g} + \vec{E}}$ de champs différents : **impossible** - … Si l'addition est possible, la méthode est celle vue en mathématiques
Soustraction de vecteurs	Il est toujours possible de soustraire deux vecteurs : $\vec{w} = \vec{u} - \vec{v}$  Le vecteur $\vec{w}$ se construit graphiquement en reportant un représentant du vecteur $-\vec{v}$ à l'extrémité d'un représentant du vecteur $\vec{u}$	Il est uniquement possible de soustraire des vecteurs de même nature : - différence $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$: **possible** - différence $\cancel{\vec{v} - \vec{F}}$ de vitesse et de force : **impossible**  

À retenir : - en physique, il n'est possible d'additionner ou de soustraire des vecteur **que s'ils sont de même « nature »** (donc si leurs normes ont la même unité)

Attention : - sauf cas particulier (quand les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires de même sens)

$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ **n'implique pas** $\cancel{\|\vec{w}\| = \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|}$

$\vec{w} = \vec{u} - \vec{v}$ **n'implique pas** $\cancel{\|\vec{w}\| = \|\vec{u}\| - \|\vec{v}\|}$



Application 1 : *Une bille roulant sur un plan incliné subit deux forces : - son poids $\vec{P}$*

- la réaction du plan $\vec{R}$

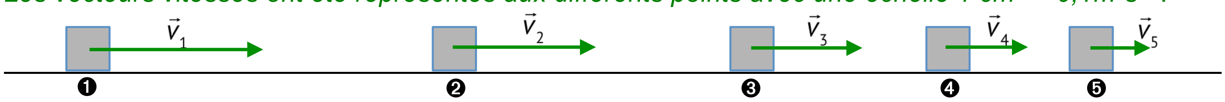
Ces forces sont schématisées ci-contre avec une échelle 1 cm ↔ 2 N

a) Construire le vecteur $\overrightarrow{\sum F} = \vec{P} + \vec{R}$

b) En déduire la valeur en newton du vecteur $\overrightarrow{\sum F}$:

Application 2 : *On donne ci-dessous la chronophotographie d'un bloc glissant avec frottements sur un plan horizontal*

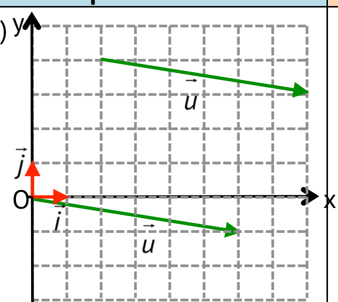
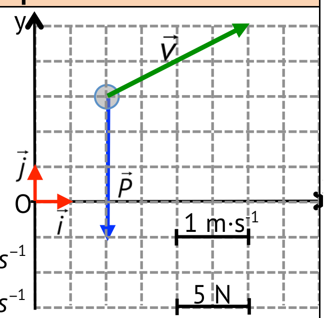
Les vecteurs vitesses ont été représentés aux différents points avec une échelle 1 cm ↔ 0,1m·s^{-1} :



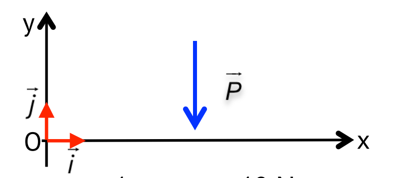
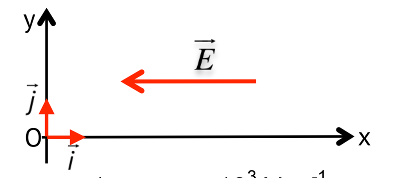
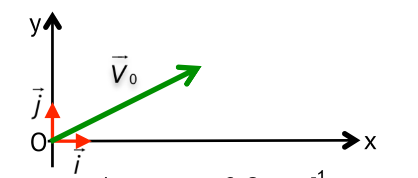
a) Construire au point ❷ le vecteur $\overrightarrow{\Delta v_2} = \vec{v}_3 - \vec{v}_2$

b) Déterminer la valeur de la norme du vecteur $\overrightarrow{\Delta v_2}$

3. Coordonnées d'un vecteur dans un repère cartésien :

	En mathématiques	En physique
Notations des coordonnées et calcul de la norme du vecteur	Dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un vecteur $\vec{u}$ peut être défini par ses coordonnées (x,y) :  Dans l'exemple : $\vec{u} = 6\,\vec{i} - 1\,\vec{j}$ On peut écrire : $\vec{u}(6\,,-1)$ ou $\vec{u}\left\lvert\begin{matrix}6\\-1\end{matrix}\right.$ et de manière générale $\vec{u}\left\lvert\begin{matrix}u_x\\u_y\end{matrix}\right.$ La norme du vecteur vaut alors : $\|\vec{u}\| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$	Dans un repère (Ox,Oy) des vecteurs force $\vec{F}$ ou vitesse $\vec{v}$ ou … peuvent être définis par leurs coordonnées (F_x,F_y) , (v_x,v_y) :  Dans l'exemple : $\vec{P}\left\lvert\begin{matrix}P_x = 0\\P_y = -10\ N\end{matrix}\right.$; $\vec{v}\left\lvert\begin{matrix}v_x = 2{,}0\ m\cdot s^{-1}\\v_y = 1{,}0\ m\cdot s^{-1}\end{matrix}\right.$ La norme de $\vec{P}$ vaut $P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} = \sqrt{0^2 + (-10)^2} = 10\ N$ La norme de $\vec{v}$ vaut $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2{,}0^2 + 1{,}0^2} \approx 2{,}2\ m\cdot s^{-1}$

Application : *Utiliser les représentations des vecteurs pour trouver leurs coordonnées et leurs normes :*

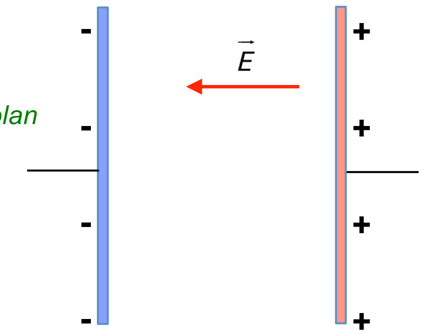
	Vecteur poids	Vecteur champs électrique	Vecteur vitesse initial
Représentation	 1 cm pour 10 N	 1 cm pour 10^3 V.m^{-1}	 1 cm pour 0,2 m.s^{-1}
Valeurs des coordonnées	P_x = P_y =	E_x = E_y =	V_{0x} = V_{0y} =
Norme	P =	E =	V_0 =

CORRECTIONS DES APPLICATIONS :

1. Notation et caractéristiques d'un vecteur :

Application:

On a représenté ci-contre le champ électrostatique en un point d'un condensateur plan avec une échelle 1cm ↔ 50 V·m⁻¹



Donner les caractéristiques de ce champ : $\vec{E}\left|\begin{array}{l}\text{direction : perpendiculaire aux plaques}\\ \text{sens : de la plaque + vers la plaque} -\\ \text{norme : } E = 75\ V{\cdot}m^{-1}\end{array}\right.$

2. Opérations sur les vecteurs :

2.1. Multiplication d'un vecteur par un nombre :

Application : *Une particule de charge q = -20 nC est placée dans un champs électrique uniforme de valeur E = 5,0 kV.m^{-1}.*

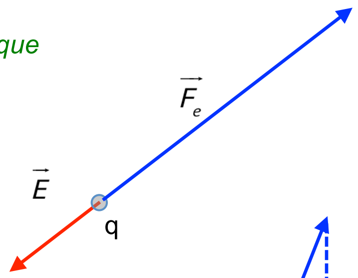
a) *Calculer la valeur de la force électrique subie par l'électron*

On sait : $\vec{F_e} = q.\vec{E}$

Soit en norme : **F_e =|q|.E**

A.N. **F_e =|-20×10^{-9}| × 2,0×10^3 = 4,0×10^{-5} N**

b) *Représenter cette force avec une échelle 1cm ↔ 10⁻⁵ N*



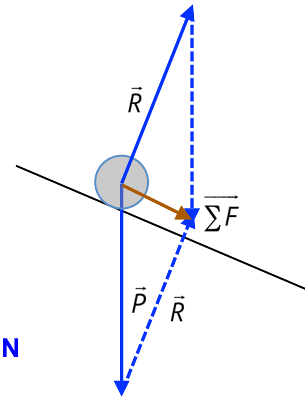
2.2. Addition et soustraction de vecteurs :

Application 1 : *Une bille roulant sur un plan incliné subit deux forces : - son poids $\vec{P}$*
- la réaction du plan $\vec{R}$

Ces forces sont schématisées ci-contre avec une échelle 1 cm ↔ 2 N

c) *Construire le vecteur* $\overrightarrow{\sum F} = \vec{P} + \vec{R}$

d) *En déduire la valeur en newton du vecteur* $\overrightarrow{\sum F}$ **: On mesure 1 cm donc ∑F ≈ 2 N**



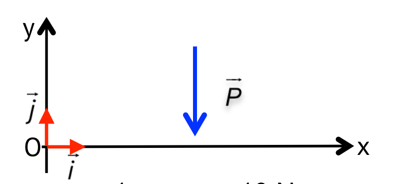
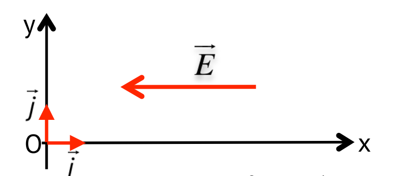
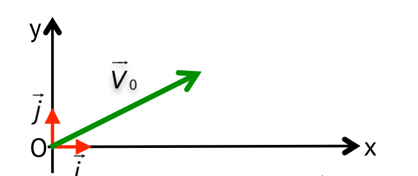
Application 2 : *On donne ci-dessous la chronophotographie d'un bloc glissant avec frottements sur un plan horizontal Les vecteurs vitesses ont été représentés aux différents points avec une échelle 1 cm ↔ 0,1m·s^{-1} :*

c) *Construire au point ❷ le vecteur* $\overrightarrow{\Delta v_2} = \vec{v}_3 - \vec{v}_2$

d) *Déterminer la valeur de la norme du vecteur* $\overrightarrow{\Delta v_2}$ **: on mesure 0,5 cm donc Δv_2 ≈ 0,05 m·s^{-1}**

3. Coordonnées d'un vecteur dans un repère cartésien :

Application : *Utiliser les représentations des vecteurs pour trouver leurs coordonnées et leurs normes :*

	Vecteur poids	Vecteur champs électrique	Vecteur vitesse initial
Représentation	 1 cm pour 10 N	 1 cm pour 10^3 V.m^{-1}	 1 cm pour 0,2 m.s^{-1}
Valeurs des coordonnées	P_x = **0 N** P_y = **-12N**	E_x = **-1,8×10^3 V·m^{-1}** E_y = **0**	V_{0x} = **0,4 m.s^{-1}** V_{0y} = **0,2 m.s^{-1}**
Norme	P = **12 N**	E = **1,8×10^3 V·m^{-1}**	V_0 = **0,45 m.s^{-1}**