Correction des exercices « Isoler un terme » :

Exercice 1 :

$Ec_A + Epp_A = Ec_B + Epp_B$

Méthode :

1/ repérer la grandeur à isoler

2/ s'arranger pour que les autres termes du même côté qu'elle « disparaissent »

Application :

$Ec_A + Epp_A = Ec_B + Epp_B$

Pour éliminer Ec_B du terme de droite, il faut SOUSTRAIRE Ec_B dans les 2 membres de l'égalité

$Ec_A + Epp_A - Ec_B = \cancel{Ec_B} + Epp_B - \cancel{Ec_B}$

Simplifier ensuite dans le terme de droite ce qui donne : $Epp_B = Ec_A + Epp_A - Ec_B$

Exercice 2 :

$Ec_A + Epp_A = Ec_B + mgz_B$

Même démarche au départ : on choisir le terme entier comprenant la grandeur à extraire, ce qui donne :

$Ec_A + Epp_A - Ec_B = Ec_B + mgz_B - Ec_B$

$Ec_A + Epp_A - Ec_B = mgz_B$

Une fois ici, on va chercher à éliminer ce qui reste « collé » (= multiplié) à z_B ; pour cela, maintenant, il faut procéder à une DIVISION par « mg » dans les 2 membres, ce qui donne :

$$\frac{EcA + EppA - EcB}{mg} = \frac{mgzB}{mg}$$

On peut simplifier le terme de droite par « mg », ce qui donne au final :

$$z_B = \frac{EcA + EppA - EcB}{mg}$$

Exercice 3 :

$\frac{1}{2} mV_A^2 + mgz_A = \frac{1}{2} mV_B^2 + mgz_B$

Même démarche au départ : on choisir le terme entier comprenant la grandeur à extraire, ce qui donne : $\frac{1}{2} mV_A^2 = \frac{1}{2} mV_B^2 + mgz_B - mgz_A$

Une fois ici, on va chercher à éliminer ce qui reste « collé » à V_A^2 : pour cela, maintenant, il faut procéder à une DIVISION par « ½ m » dans les 2 membres, ce qui donne :

$$\frac{\frac{1}{2}V_A{}^2}{\frac{1}{2}m} = \frac{\frac{1}{2}\,\mathrm{mVB}^2 + \mathrm{mgzB} - \mathrm{mgzA}}{\frac{1}{2}m}$$

On peut simplifier le terme de gauche par « ½ m », ce qui donne au final :

$$V_A^2 = \frac{\frac{1}{2}\,\mathrm{mVB}^2 + \mathrm{mgzB} - \mathrm{mgzA}}{\frac{1}{2}m} \text{ soit } V_A = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}\,\mathrm{mVB}^2 + \mathrm{mgzB} - \mathrm{mgzA}}{\frac{1}{2}m}}$$

On peut ensuite « arranger » plus joliment la fraction en divisant par ½ m (càd en multipliant par 2/m) numérateur et dénominateur : $V_A = \sqrt{V_B{}^2 + 2g(z_B - z_A)}$

Exercice 4 :

$\frac{1}{2} mV_B^2 + mgz_B – Em_A = - f.d$

$d = \frac{\frac{1}{2} mV_B^2 + mgz_B - Em_A}{-f}$

Exercice 5 :

$-f.d = m.(1/2\ V_B^2 + gz_B) - Em_A$

Commencer par développer le m devant la parenthèse :

$-f.d = \frac{1}{2} mV_B^2 + mgz_B - Em_A$

Ensuite, faire comme précédemment :

$-f.d - \frac{1}{2} mV_B^2 + Em_A = \cancel{\frac{1}{2} mV_B^2} + mgz_B \cancel{- Em_A} \cancel{- \frac{1}{2} mV_B^2} \cancel{+ Em_A}$

$-f.d - \frac{1}{2} mV_B^2 + Em_A = mgz_B$

Maintenant, isoler la grandeur en divisant par ce qui lui est « collé » (= multiplié) soit « mg » :

$-f.d - \frac{1}{2} mV_B^2 + Em_A = mgz_B$

$\frac{-f.d - \frac{1}{2} mV_B^2 + Em_A}{mg} = \frac{mgz_B}{mg}$

Ce qui donne $z_B = \frac{-f.d - \frac{1}{2} mV_B^2 + Em_A}{mg}$

Exercice 6 :

$-f.d = \frac{1}{2} mV_B^2 + mgz_B - Em_A$

$V_B = \sqrt{\frac{-mgz_B + Em_A - fd}{\frac{1}{2}m}}$

On peut là aussi « arranger » plus joliment la fraction en divisant par ½ m (càd en multipliant par 2/m) numérateur et dénominateur :

$V_B = \sqrt{-2gz_B + \frac{2Em_A}{m} - 2f.\frac{d}{m})}$

Exercice 7 :

$\frac{1}{2} mV_B^2 + mgz_B - Em_A = -f.d$ avec $Em_A = \frac{1}{2} mV_A^2 + mgz_A$

$\frac{1}{2} mV_B^2 + mgz_B - \frac{1}{2} mV_A^2 - mgz_A = -f.d$

$z_A = \frac{\frac{1}{2} mV_B^2 + mgz_B - \frac{1}{2} mV_A^2 + f.d}{mg}$

Plus joli en simplifiant :

$z_A = z_B + \frac{V_B^2 - V_A^2}{2g} + \frac{f.d}{mg}$

Exercice 8 :

$\frac{1}{2} mV_B^2 + mgz_B = Em_A - f.d$ avec $Em_A = \frac{1}{2} mV_A^2 + mgz_A$

$\frac{1}{2} mV_B^2 + mgz_B = \frac{1}{2} mV_A^2 + mgz_A - f.d$

Méthode : lorsque le terme à isoler se retrouve dans plusieurs termes, il faut tous les mettre dans le même membre puis factoriser par le terme à isoler.

Application :

$\frac{1}{2} mV_B^2 + mgz_B - \frac{1}{2} mV_A^2 - mgz_A = -f.d$

$m.(\frac{1}{2} V_B^2 + gz_B - \frac{1}{2} V_A^2 - gz_A) = - f.d$

$m = \frac{-f.d}{\frac{1}{2} VB^2 + gzB - \frac{1}{2} VA^2 - gzA}$

Exercice 9 :

$\frac{1}{2} m(V_B^2 - V_A^2) = T.d.\cos\beta - f.d$

$\frac{1}{2} mV_B^2 - \frac{1}{2} mV_A^2 = T.d.\cos\beta - f.d$

$\frac{1}{2} mV_A^2 = \frac{1}{2} mV_B^2 - T.d.\cos\beta + f.d$

$V_A^2 = \frac{\frac{1}{2} mVB^2 - T.d.\cos\beta + f.d}{\frac{1}{2} m}$

$V_A^2 = V_B^2 - 2T.d.\cos\beta / m + 2.f.d/m$

$V_A = \sqrt{V_B{}^2 - 2T.d.\cos\beta / m + 2.f.d/m}$

$\frac{1}{2} m(V_B^2 - V_A^2) = T.d.\cos\beta - f.d$

$T.d.\cos\beta = \frac{1}{2} m(V_B^2 - V_A^2) + f.d$

$\cos\beta = \frac{\frac{1}{2} m(VB^2 - VA^2) + f.d}{T.d}$

$\beta = \text{Arc cos} \left(\frac{\frac{1}{2} m(VB^2 - VA^2) + f.d}{T.d}\right)$