Manipulation d'expressions littérales :

A) Expressions ne comportant que des sommes et des différences.

Si l'on a une expression de la forme A + B = C + D, extraire une de ces grandeurs se fait de la manière suivante :

Expression initiale : A + B = C + D ; imaginons que l'on cherche à isoler B :

- j'entoure la grandeur à isoler (ici B) : A + B = C + D
- je fais passer tout ce qui est du même côté de B de l'autre côté du = en changeant le signe : ici, je dois faire passer A à droite du = donc je vais mettre – A.
- on a donc : B = C + D – A

B) Expressions ne comportant que des multiplications et divisions.

Si l'on a une expression de la forme A.B = $\frac{C}{D}$, extraire une de ces grandeurs se fait de la manière suivante :

Expression initiale : A.B = $\frac{C}{D}$; imaginons que l'on cherche à isoler D :

- j'entoure la grandeur à isoler (ici D) : A.B = $\frac{C}{D}$
- je dois « éliminer » C pour le faire passer du côté gauche du signe =.

  - 1ère méthode : le produit en croix :

  l'expression peut s'écrire ainsi : $\frac{A.B}{1} = \frac{C}{D}$; je multiplie les termes en diagonale, ce qui donne A.B.D = C x 1 c'est-à-dire C : A.B.D = C. J'extrais le D en divisant de part et d'autre du = par le produit A.B : $\frac{A.B.D}{A.B} = \frac{C}{A.B}$ ce qui donne après simplification dans le terme de gauche : D = $\frac{C}{A.B}$

  - 2nde méthode : sans passer par le produit en croix.

  A.B = $\frac{C}{D}$; je vais me débarrasser du C à droite en divisant de part et d'autre par « C » :

  $\frac{A.B}{C} = \frac{C}{D.C}$ ce qui donne après simplification à droite : $\frac{A.B}{C} = \frac{1}{D}$; pour avoir D, je prends l'inverse de la fraction de gauche, ce qui donne D = $\frac{C}{A.B}$.

Bilan :

Lorsque l'on veut isoler une grandeur dans une équation en physique, on utilise les opérations suivantes :

$$a = b \times c \Leftrightarrow \frac{a}{b} = c$$

$$a - b = c \Leftrightarrow a = b + c$$

Exercice 1 : Isoler Epp_B de l'expression : $Ec_A + Epp_A = Ec_B + Epp_B$

Exercice 2 : Isoler f.d de l'expression : $\frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B = Em_A - fd$

Exercice 3 : Isoler $m(A)$ de l'expression F = $\frac{\text{G.m(A).m(B)}}{d^2}$

C) Expressions plus complexes avec toutes les opérations mélangées.

Prenons un cas général : $\frac{A}{B}$ + C = D.(E – $\frac{F}{G}$)

La méthode s'apparente à ce qui a été énoncé plus haut :

- il faut dans un premier temps entourer la grandeur à isoler (par exemple G) :

  $\frac{A}{B}$ + C = D.(E – $\frac{F}{G}$)

- développer l'expression de droite pour faire apparaître le terme entier contenant G :

$\frac{A}{B}$ + C = D.E – $\frac{D.F}{G}$

- dans un 1er temps, on va chercher à isoler le terme entier contenant la grandeur à isoler ;
  $\frac{A}{B}$ + C = D.E – $\frac{D.F}{G}$
- opération somme/soustraction → $\frac{D.F}{G}$ = D.E – $\frac{A}{B}$ – C
- opération multiplication/division → $\frac{D.F}{G}$ x $\frac{1}{D.F}$ = (D.E – $\frac{A}{B}$ – C) x $\frac{1}{D.F}$
- simplification à gauche : $\frac{1}{G} = \frac{(\text{D.E} - \frac{A}{B} - \text{C})}{D.F}$
- on prend l'inverse de la fraction de droite pour avoir G : G = $\frac{D.F}{\text{D.E} - \frac{A}{B} - \text{C}}$

Exercice 4 : Isoler z_B de l'expression : $-fd = m\,(\frac{1}{2}v_B^2 + gz_B) - Em_A$

Exercice 5 : Isoler V_A de l'expression : $\frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = Td\ cos\beta - fd$

Exercice 6 : Isoler m de l'expression : $\frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B - Em_A = -fd$

Correction :

Exercice 1 : Isoler Epp_B de l'expression : $Ec_A + Epp_A = Ec_B + Epp_B$

$Epp_B = Ec_A + Epp_A - Ec_B$

Exercice 2 : Isoler f.d de l'expression : $\frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B = Em_A - fd$

f.d = $Em_A - (\frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B) = Em_A - \frac{1}{2}mv_B^2 - mgz_B$ =

Exercice 3 : Isoler $m(A)$ de l'expression F = $\frac{\text{G.m(A).m(B)}}{d^2}$

m(A) = $\frac{F.d^2}{G.m(B)}$

Exercice 4 : Isoler z_B de l'expression : $-f.d = m\,(\frac{1}{2}v_B^2 + g.z_B) - Em_A$

-on développe l'expression : $-f.d = \frac{m}{2}v_B^2 + m.g.z_B - Em_A$ (avec m x ½ = m / 2).
-on s'occupe en 1er du terme ENTIER contenant la grandeur à isoler
$m.g.z_B = -f.d - \frac{m}{2}v_B^2 + Em_A$
-on divise de part et d'autre du signe = par m.g

$$z_B = \frac{-f.d - \frac{m}{2}v_B^2 + Em_A}{m.g}$$

Exercice 5 : Isoler V_A de l'expression : $\frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = Td\,cos\beta - fd$

-on développe : $\frac{m.v(B)^2}{2} - \frac{m.v(A)^2}{2} = Td\,cos\beta - fd$
-on s'occupe en 1er du terme ENTIER contenant la grandeur à isoler

$\frac{m.v(A)^2}{2} = \frac{m.v(B)^2}{2} - Td\,cos\beta + fd$

-on x de part et d'autre du signe = par $\frac{2}{m}$

$\frac{2}{m}$ x $\frac{m.v(A)^2}{2} = \frac{2}{m}$ x $(\frac{m.v(B)^2}{2} - Td\,cos\beta + fd)$

-après simplification, on a donc :

v(A)² = $\frac{2}{m}$ x $(\frac{m.v(B)^2}{2} - Td\,cos\beta + fd)$ soit v(A) = $\sqrt{\frac{2}{m} \text{ x } (\frac{m.v(B)^2}{2} - Td\,cos\beta + fd)}$

Exercice 6 : Isoler m de l'expression : $\frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B - Em_A = -fd$

-expression : $\frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B - Em_A = -fd$
on repère que la grandeur à isoler se trouve dans différents termes → il va donc falloir FACTORISER pour regrouper ces termes faisant intervenir « m » :

$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgz_B - Em_A = -fd$

-factorisation par « m » : $m.(\frac{1}{2}.v_B^2 + g.z_B) - Em_A = -fd$
-on repère le terme ENTIER faisant intervenir « m » : $m.(\frac{1}{2}.v_B^2 + g.z_B) - Em_A = -fd$
-on isole dans un 1er temps ce terme ENTIER : $m.(\frac{1}{2}.v_B^2 + g.z_B) = -fd + Em_A$

-on peut maintenant isoler le terme « m » en divisant de part et d'autre du signe = par le terme $(\frac{1}{2}.v_B^2 + g.z_B)$: on a donc m = $\frac{-fd+Em_A}{(\frac{1}{2}.vB^2 + g.Z_B)}$