



Чи є особливість у рівнянь, складених за розповідями рибалок?

Кожне рівняння:

- 1) має одну змінну;
- 2) степінь змінної в рівнянні дорівнює 1;
- 3) можна звести до виду $ax + b = 0$.

Так.



Запам'ятайте!

Рівняння виду $ax + b = 0$, де x — змінна, a і b — деякі числа, називається **лінійним рівнянням з однією змінною**.

Числа a і b називають *коефіцієнтами* лінійного рівняння.

Число b також називають *вільним членом* даного рівняння.



Чи є лінійним рівнянням з однією змінною рівняння виду $ax = c$?

Так.



Рівняння виду $ax = c$ є рівносильним рівнянню $ax + b = 0$, якщо $c = -b$. Тому будемо вважати, що $ax = c$ — це інша форма запису лінійного рівняння.



Усі інші рівняння з однією змінною, які рівносильні рівнянню $ax + b = 0$, *зводяться* до лінійного рівняння шляхом рівносильних перетворень.

Наприклад, розглянемо рівняння: $7x - 2 = 3(1 - 4x)$.

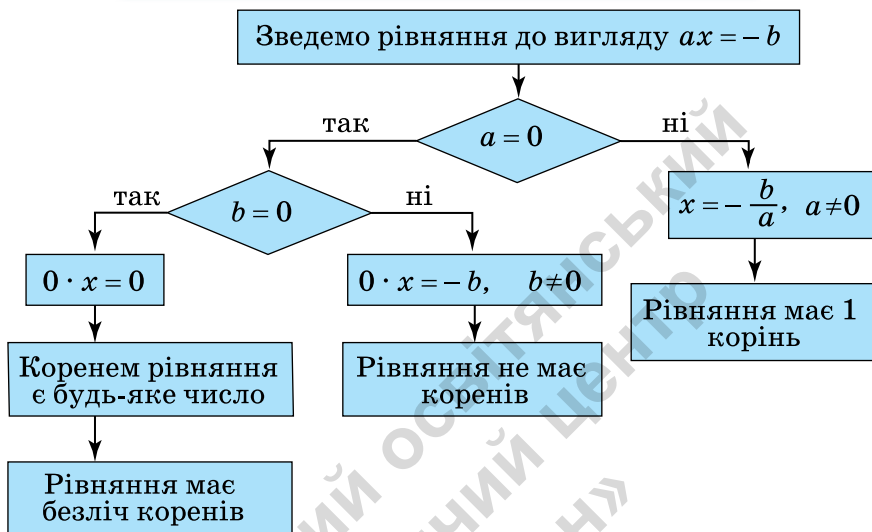
1. Розкриємо дужки: $7x - 2 = 3 - 12x$,
2. Перенесемо доданки в ліву частину рівняння: $7x + 12x - 2 - 3 = 0$,
3. Зведемо подібні доданки: $19x - 5 = 0$.

Отримане рівняння є лінійним. Отже, вихідне рівняння зводиться до лінійного.



Як розв'язати лінійне рівняння $ax + b = 0$ в загальному вигляді?

Для цього міркуємо за схемою (мал. 60).



Мал. 60



Лінійне рівняння з однією змінною може мати або **1 корінь**, або **безліч коренів**, або **не мати коренів**.



Чи кожне лінійне рівняння з однією змінною є рівнянням першого степеня?

Ні.



Наприклад, лінійні рівняння $0 \cdot x + b = 0$ і $0 \cdot x = 0$ не є рівняннями першого степеня.



Лінійне рівняння з однією змінною є рівнянням першого степеня лише тоді, коли $a \neq 0$.

Рівняння першого степеня з однією змінною завжди має 1 корінь.

Задача 1 Розв'яжіть рівняння $-3(x - 12) = 2x + 11$.

Розв'язання

1. Розкриємо дужки: $-3x + 36 = 2x + 11$,
2. Усамітнимо змінну: $-3x - 2x = 11 - 36$,
3. Зведемо подібні доданки: $-5x = -25$,
4. Знайдемо корінь: $x = 5$.



За допомогою рівнянь можна розв'язувати різні задачі. Такий спосіб розв'язування задач називають *алгебраїчним*.

Алгебраїчний спосіб розв'язування задач передбачає:

- 1) аналіз умови задачі;
- 2) складання рівняння;
- 3) розв'язування рівняння й аналіз розв'язку;
- 4) запис відповіді.

Задача 2 Із двох пунктів, відстань між якими дорівнює 250 км, виїхали назустріч один одному два автобуси. Швидкість одного з них на 5 км/год більша за швидкість іншого. Знайдіть швидкість кожного автобуса, якщо вони зустрілися через 2 год після початку руху.

Розв'язання Нехай x — швидкість першого автобуса, тоді $x + 5$ — швидкість другого автобуса. Складемо короткий запис даних задачі у вигляді таблиці 37.

Таблиця 37

Автобуси	Швидкість, км/год	Час, год	Шлях, км
1 автобус	x	2	$2x$
2 автобус	$x + 5$	2	$2(x + 5)$

Складемо та розв'яжемо рівняння:

$$2x + 2(x + 5) = 250,$$

$$2x + 2x + 10 = 250,$$

$$4x = 250 - 10,$$

$$4x = 240, \quad | : 4$$

$$x = 60.$$

Отже, швидкість першого автобуса — 60 км/год.
Тоді швидкість другого автобуса дорівнює:
 $x + 5 = 60 + 5 = 65$ (км/год).

Дізнайтеся більше

Будь-яке рівняння, записане в загальному вигляді, можна вважати *рівнянням з параметрами* (одним чи кількома). Наприклад, у рівнянні $ax + b = 0$ коефіцієнти a і b є параметрами. Якщо $a = 0$, або $a \neq 0$, або $a = b = 0$, то вважають, що дане рівняння *змінюється якісно*, бо змінюється кількість його коренів. Такі значення параметрів називають *контрольними* (КЗП). За їх наявності розв'язування рівняння з параметрами розбивають на кілька випадків залежно від контрольних значень параметрів. У цьому полягає суть *методу розгалуження* в розв'язуванні рівнянь з параметрами. Розглянемо приклади.

Задача 3 Розв'яжіть рівняння з параметром a : $ax = 10$.

Розв'язання

Параметр: a ,
КЗП: $a = 0$,
Нехай $a = 0$, тоді: $0 \cdot x = 10$ — коренів немає,
Нехай $a \neq 0$, тоді: $x = \frac{10}{a}$ — корінь рівняння.

Відповідь: якщо $a = 0$, то коренів немає, якщо $a \neq 0$, то $x = \frac{10}{a}$.

Задача 4 За яких значень параметра a рівняння $(a - 2)y = a^2 - 4$ має безліч коренів?

Розв'язання Дане рівняння має безліч коренів, якщо одночасно $a - 2 = 0$ і $a^2 - 4 = 0$. Звідси $a = 2$.

Відповідь: $a = 2$.

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/gmGe6

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
лінійне рівняння	linear equation	lineare Gleichung / Linear- gleichung (f)	équation linéaire

Пригадайте головне

1. Що називається лінійним рівнянням?
2. Що таке коефіцієнти лінійного рівняння?
3. Яке число називають вільним членом лінійного рівняння?
4. Скільки коренів може мати лінійне рівняння?
5. Поясніть, як розв'язати задачу алгебраїчним методом.

Усне тренування

Учні змагалися, хто з них напише найбільше число, використавши тричі цифру 2. Отримали такі числа:

$$1) 222; \quad 2) 2^{22}; \quad 3) 22^2; \quad 4) 2^{2^2}; \quad 5) 22 \cdot 2.$$

Упорядкуйте ці числа в порядку збільшення.

Розв'яжіть задачі

773'. Чи є дане рівняння лінійним рівнянням з однією змінною:

$$1) 5x = 25;$$

$$3) 3x - 4y = 12;$$

$$2) 2y + 2 = 8;$$

$$4) 5y^2 - 2y = 0?$$

Відповідь поясніть.

774'. Назвіть коефіцієнт і вільний член лінійного рівняння з однією змінною:

$$1) 4x + 16 = 0;$$

$$2) 7y - 28 = 0;$$

$$3) -0,5x - 15 = 0;$$

$$4) -\frac{1}{4}y + \frac{2}{3} = 0.$$

775'. Яке із чисел -8 , -3 , -2 , 2 , 3 чи 8 є коренем рівняння:

$$1) 10x + 20 = 0;$$

$$2) 4y - 12 = 0;$$

$$3) 0,3x + 2,4 = 0;$$

$$4) -3y - 9 = 0?$$

776'. Скільки коренів має рівняння:

$$1) -6x + 6 = 6;$$

$$3) 5x = 5x;$$

$$2) 0y + 25 = 0;$$

$$4) 8y + 2 = 0?$$

777°. Знайдіть корінь рівняння:



$$1) 20 - 5x = 0; \quad 6) 37 - 0,74x = -\frac{37}{50}x.$$

$$2) 0,4y + 6 = 0;$$

$$3) 1,8x + 9 = 9;$$

$$4) 13,5 - 0,125x = 13\frac{1}{2} - \frac{1}{8}x;$$

$$5) \frac{3}{5}x - 24 = 0,6x;$$



qr.orioncentr.com.ua/21Od8

778°. Знайдіть корінь рівняння:

$$1) \frac{x}{3} = \frac{2x+1}{2};$$

$$4) \frac{2-3x}{6} + 2 = \frac{x}{15};$$

$$2) \frac{5y-1}{4} = \frac{7y}{12};$$

$$5) 3 - \frac{y+1}{9} = \frac{2y-8}{18};$$

$$3) 1 + \frac{d}{8} = \frac{1-2d}{16};$$

$$6) \frac{8z-3}{2} - 4 = \frac{1-z}{7}.$$

779°. Знайдіть корінь рівняння:

$$1) \frac{x}{15} = \frac{1-2x}{30};$$

$$2) \frac{2}{5}y + 2,7 = 0,4y.$$

780°. У двох 7-х класах навчається 59 учнів, причому в 7-А класі на 5 учнів більше, ніж у 7-Б. Скільки учнів навчається в кожному класі?

781°. На двох полицях стоїть 63 книжки, причому на одній із них на 9 книжок менше, ніж на іншій. Скільки книжок стоїть на кожній полиці?

782°. Периметр прямокутника дорівнює 80 см. Знайдіть довжину кожної його сторони, якщо одна з них утричі більша за іншу.

783°. Периметр прямокутника дорівнює 70 см. Знайдіть довжину кожної його сторони, якщо одна з них на 5 см більша за іншу.

784°. Доведіть, що рівняння не має коренів:

$$1) 5x = 6x - (x - 19);$$

$$2) 3y + (2y - 1) = (y - 14) + 4(y - 20).$$

785°. Доведіть, що коренем рівняння є будь-яке число:

1) $5x + 5 = 2(x + 1) + 3(x + 1)$;

2) $4(1 - 2z) - 7\left(2z + 2\frac{6}{7}\right) + 2(11z + 8) = 0$;

3) $1 - 18y = 2y + 9 - 2(10y + 4) = 0$.

786°. Доведіть, що рівняння має один корінь:

1) $2x - 11 = 9(3 - 2x)$;

2) $\frac{2 - 8x}{9} = \frac{19 + x}{6}$.

787. Зведіть рівняння до лінійного та розв'яжіть його:

1) $2(x + 1) = 4(1 - x) + 4$;

2) $-2(x - 2) + 2(6x - 1) = 10x - 14$;

3) $5y(5y - 2) = (5y - 1)(5y + 1)$;

4) $(y - 6)^2 - y(y + 8) = 2$.

788. Знайдіть корінь рівняння:

1) $\frac{x - 6}{2} = \frac{2x + 5}{3}$; 3) $\frac{3z + 2}{3} + \frac{1 - z}{4} + 2 = \frac{2 - 3z}{6}$;

2) $\frac{y - 12}{9} = 3 - \frac{1 - 6y}{12}$; 4) $\frac{4y - 5,1}{3} - \frac{1,7 - 3y}{4} = \frac{y + 0,5}{2}$.

789. Зведіть рівняння до лінійного та розв'яжіть його:

1) $5 - 2(3 - y) = 3(1 - 2y)$; 3) $\frac{3y - 4}{3} = \frac{4y - 3}{2} - \frac{5 - 2y}{3}$;

2) $0,4(3x + 4) = 3,2(x - 2)$; 4) $(x - 4)^2 - (x + 4)^2 = 16$.

790. За якого значення змінної:

1) значення виразу $4(x - 2)(x + 2)$ дорівнює значенню виразу $(2x - 1)^2 - 1$;

2) значення виразу $5(y + 3)(y - 1)$ на 4 більше за значення виразу $(3 + 2y)^2 + y^2$;

3) значення виразу $y(y - 2)$ у 16 разів менше від значення виразу $(4y - 5)^2 + 7$?

791. За якого значення змінної:

1) значення виразу $x(x - 3)$ на 12 менше від значення виразу $(x - 6)(x + 2)$;

2) значення виразу $(y - 5)^2$ дорівнює значенню виразу $y(y - 1) - 2$?

- 792.** Мотоцикліст за 3 год проїжджає ту саму відстань, що й автомобіліст за 1,5 год. Швидкість автомобіля на 40 км/год більша, ніж швидкість мотоцикла. Знайдіть швидкості обох учасників руху.
- 793.** Знайдіть відстань між двома пристанями, якщо моторний човен долає цю відстань за течією річки за 3 год, а проти течії — за 6 год. Швидкість течії річки дорівнює 5 км/год.
- 794.** Знайдіть чотири послідовні натуральні числа, якщо: 1) добуток перших двох із цих чисел на 18 менший від добутку двох наступних чисел; 2) добуток двох останніх із цих чисел на 86 більший за добуток двох перших чисел.
- 795.** Знайдіть три послідовні натуральні числа, якщо квадрат більшого із цих чисел на 10 більший за добуток двох інших чисел.
- 796*.** Розв'яжіть рівняння з параметрами a і b :
- 1) $ax + 1 = 5 - 2x$; 3) $(a^2 - 4)x + 2 = a$;
 2) $(a - 1)x + 2 = a + 1$; 4) $a(y - b) = b(a - 2) + 2y$.
- 797*.** Розв'яжіть рівняння, якщо $a \neq 0, b \neq 0$:
- 1) $(x + a)^2 - 2 = -2x - (a^2 - x^2)$; 3) $\frac{y}{a} - \frac{y}{b} = \frac{a - b}{a^2}$;
 2) $x + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 2$; 4) $\frac{(2a - b)x + a^2 - b^2}{ab} = \frac{3x}{b} + \frac{a + b}{b}$.

Проявіть компетентність

- 798.** В інтернет-магазині продавали генератори двох видів за ціною 26 тис. грн і 15 тис. грн (мал. 61). За один день їх було продано на однакову суму. Якою була середня ціна генераторів у цей день? Результат округліть до тисяч.



Мал. 61

§ 21. ЛІНІЙНЕ РІВНЯННЯ З ДВОМА ЗМІННИМИ

1. Рівняння з двома змінними

Ситуація. Учні 7-х класів організували благодійний ярмарок, на якому продавали тістечка двох різних видів за ціною 25 грн і 30 грн за штуку. Загалом вони виторгували 1950 грн.



qr.orioncentr.com.ua/vSdbC



Як математично описати цю ситуацію?

За допомогою рівняння з двома змінними.



	Ціна, грн	Кількість, шт.	Вартість, грн	
Тістечка I виду	25	x	$25x$	} 1950
Тістечка II виду	30	y	$30y$	

Отримали рівняння $25x + 30y = 1950$ із двома змінними x і y .



Що є розв'язком такого рівняння?

Упорядкована пара чисел.



Наприклад, рівняння $25x + 30y = 1950$ задовольняють упорядковані пари чисел $x_1 = 30$, $y_1 = 40$, а також, наприклад, $x_2 = 90$, $y_2 = -10$. Але умову описаної ситуації задовольняє лише пара чисел x_1 і y_1 , бо кількість тістечок не може бути від'ємним числом.

Запам'ятайте!

Упорядкована пара чисел, що задовольняє рівняння з двома змінними, називається *розв'язком цього рівняння*.



Упорядковану пару чисел x_1 і y_1 коротко записують так: $(x_1; y_1)$.



Розв'язати рівняння з двома змінними означає знайти всі його розв'язки або встановити, що розв'язків немає.



Для рівнянь із двома (чи більше) змінними термін «корінь рівняння» не використовують.



Скільки розв'язків має рівняння $25x + 30y = 1950$?

Безліч розв'язків.



Усі розв'язки рівняння $25x + 30y = 1950$ описує загальний розв'язок.



Для відшукування загального розв'язку рівняння з двома змінними:

- 1) виразити одну змінну через іншу;
- 2) запишіть загальний розв'язок рівняння із двома змінними (табл. 38).

Таблиця 38

	I спосіб	II спосіб
Виражаємо одну змінну через іншу	$y = (1950 - 25x) : 30 = 65 - \frac{5}{6}x$	$x = (1950 - 30y) : 25 = 78 - 1,2y$
Записуємо загальний розв'язок рівняння	$\left(x; 65 - \frac{5}{6}x\right)$, де x — будь-яке число	$(78 - 1,2y; y)$, де y — будь-яке число

2. Лінійні рівняння з двома змінними

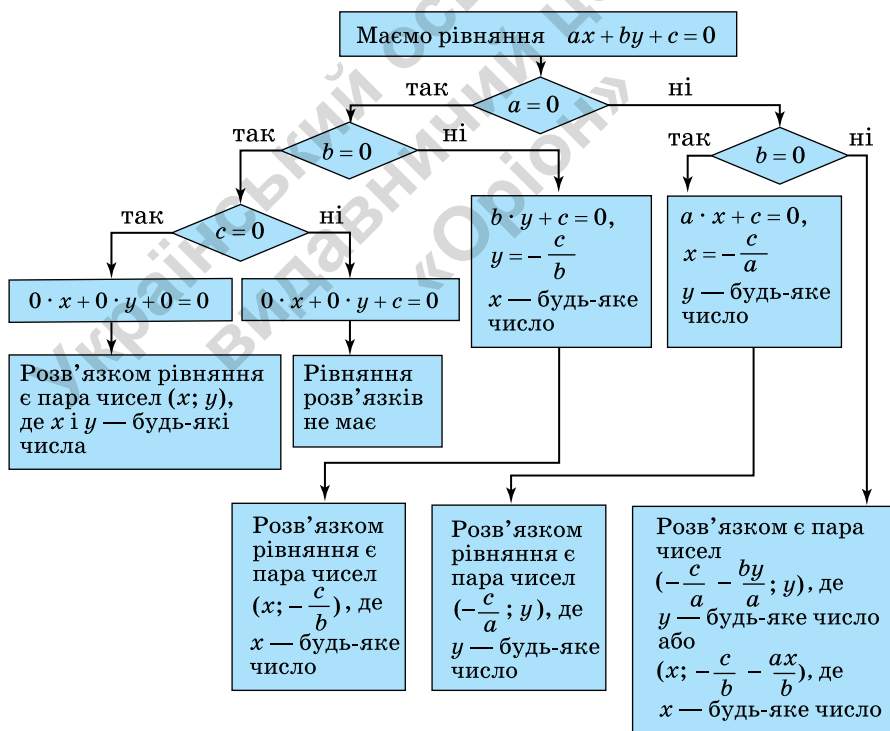
Серед рівнянь із двома змінними виділяють особливий їх вид — *лінійні рівняння*.

Запам'ятайте!

Рівняння виду $ax + by + c = 0$, де x і y — змінні, a , b і c — деякі числа, називається *лінійним рівнянням з двома змінними*.

Числа a , b і c називають *коефіцієнтами* лінійного рівняння з двома змінними. Число c інакше називають *вільним членом* даного рівняння.

Щоб з'ясувати, як залежать розв'язки лінійного рівняння з двома змінними від значень коефіцієнтів a , b і c , міркуємо за схемою (мал. 62).



Мал. 62

Задача Знайдіть три розв'язки рівняння

$$5x + 2y - 11 = 0.$$

Розв'язання Задачу можна розв'язати двома способами.

Спосіб 1. Оберемо довільно три значення змінної x , а потім знайдемо значення змінної y , розв'язуючи відповідне рівняння:

1) нехай $x = 0$, тоді $5 \cdot 0 + 2y - 11 = 0$, звідси $y = 5,5$;

2) нехай $x = 4$, тоді $5 \cdot 4 + 2y - 11 = 0$, звідси $y = -4,5$;

3) нехай $x = -1$, тоді $5 \cdot (-1) + 2y - 11 = 0$, $y = 8$.

Отже, серед розв'язків даного рівняння є пари чисел: $(0; 5,5)$, $(4; -4,5)$ і $(-1; 8)$.

Спосіб 2. Знайдемо загальний розв'язок даного рівняння. Для цього виразимо, наприклад, y через x :

$$\begin{aligned} 5x + 2y - 11 &= 0, \\ 2y &= -5x + 11, \quad | : 2 \\ y &= -2,5x + 5,5. \end{aligned}$$

Тоді:

1) якщо $x = 0$, то $y = -2,5 \cdot 0 + 5,5 = 5,5$;

2) якщо $x = 4$, то $y = -2,5 \cdot 4 + 5,5 = -4,5$;

3) якщо $x = -1$, то $-2,5 \cdot (-1) + 5,5 = 8$.

Отже, серед розв'язків даного рівняння є пари чисел: $(0; 5,5)$, $(4; -4,5)$ і $(-1; 8)$.



Чи є лінійним рівнянням із двома змінними рівняння виду $ax + by = d$?

Так.



Це інша форма запису лінійного рівняння з двома змінними. Ці рівняння є рівносильними.



Лінійні рівняння із двома змінними, що мають одні й ті самі розв'язки, називаються **рівносильними**. Рівняння із двома змінними, які **не мають розв'язків**, також вважають **рівносильними**.



Щоб знайти розв'язки лінійного рівняння з двома змінними, використовують:

- 1) властивості рівносильності рівнянь;
- 2) тотожні перетворення виразів у лівій і правій частинах рівняння.

Властивості рівносильності рівнянь із двома змінними аналогічні до властивостей рівносильності рівнянь з однією змінною.



Чи кожне лінійне рівняння є рівнянням першого степеня?

Ні.



Наприклад, лінійні рівняння $0 \cdot x + 0 \cdot y + c = 0$ і $0 \cdot x + 0 \cdot y + 0 = 0$ не є рівняннями першого степеня.

Дізнайтеся більше

Лінійне діофантове рівняння з двома змінними — це рівняння виду $ax + by = c$, де коефіцієнти й розв'язки рівняння набувають лише цілих значень. Назва — на честь давньогрецького математика Діофанта Александрійського. Таке рівняння має розв'язки в цілих числах, якщо число c ділиться на НСД(a ; b), і не має розв'язків, якщо число c не ділиться на НСД(a ; b).

Якщо дібрати або відшукати за властивостями подільності цілих чисел один із розв'язків (x_0 ; y_0) такого рівняння, тоді всі інші розв'язки даного рівняння можна знайти за формулами (доведіть самостійно): $x = x_0 + b_1 t$, $y = y_0 - a_1 t$, де t — будь-яке ціле число.

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/H0qWI

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
лінійне рівняння з двома змінними	linear equation in two variables	Lineare Gleichung mit zwei Variablen	équation linéaire à deux variables

Пригадайте головне

1. Що таке лінійне рівняння з двома змінними?
2. Що є розв'язком лінійного рівняння з двома змінними?
3. Скільки розв'язків може мати лінійне рівняння з двома змінними?

Усне тренування

Обчисліть раціональним способом:

$$(83 + 45) - (-17 + 155); \quad -(17,4 + 3,8) - (19,6 + 5,2).$$

Розв'яжіть задачі

- 799'.** Назвіть коефіцієнти лінійного рівняння з двома змінними: 1) $2x + 3y - 16 = 0$; 2) $5x - y + 12 = 0$.
Яке число є вільним членом даного рівняння?
- 800'.** Чи є лінійним рівнянням із двома змінними рівняння: 1) $3x + 4y = 1$; 2) $2y + 2 = 0$?
Відповідь поясніть.
- 801°.** Виразіть змінну y через змінну x у рівнянні:
1) $3x + y - 5 = 0$; 3) $8x - 3y + 10 = 0$;
2) $-4x + 2y + 7 = 0$; 4) $3x - \frac{1}{3}y - 2 = 0$.
Знайдіть три будь-які розв'язки цього рівняння.
- 802°.** Виразіть змінну y через змінну x у рівнянні:
1) $4x + y + 7 = 0$;
2) $16x - 4y + 5 = 0$.
Знайдіть два будь-які розв'язки цього рівняння.
- 803°.** Запишіть загальний розв'язок даного рівняння, розв'язавши його відносно змінної x :
1) $x + 2y - 8 = 0$;
2) $2x - 2y + 7 = 0$;
3) $-8x - 16y + 2,4 = 0$;
4) $4x - 1\frac{1}{7}y - 2 = 0$;
5) $0,2x - 4y = 8$.
Знайдіть три будь-які розв'язки цього рівняння.

qr.orioncentr.com.ua/RrHsw



804°. Запишіть загальний розв'язок даного рівняння, розв'язавши його відносно змінної y :

$$1) x - 5y + 12 = 0; \quad 2) -7x - 14y + 1\frac{1}{6} = 0.$$

Знайдіть два будь-які розв'язки цього рівняння.

805. Знайдіть три будь-які розв'язки рівняння:

$$\begin{aligned} 1) 4x + 2(y - 1) &= 0; \\ 2) 6(x + 2) - 2y + 12 &= 0; \\ 3) 5(2y - x) - 8 &= 0; \\ 4) 9(x - \frac{1}{4}y) + 6 &= 0. \end{aligned}$$

Розв'яжіть задачу двома способами.

806. Розв'язком рівняння $4x + 0,1y - 1,3 = 0$ є пара чисел $(1; b)$. Знайдіть b .

807. Розв'язком рівняння $0,5x + 2y - 1,5 = 0$ є пара чисел $(a; -1)$. Знайдіть a .

808. За якого значення a :

$$\begin{aligned} 1) \text{ пара чисел } (a; 6a) \text{ є розв'язком рівняння } 2x - 3y &= 16; \\ 2) \text{ пара чисел } (-a; 2a) \text{ є розв'язком рівняння } x + 4y &= 1; \\ 3) \text{ пара чисел } (11; 3a) \text{ є розв'язком рівняння } -x - y + 4 &= 0; \\ 4) \text{ пара чисел } (-2a; 0,5a) \text{ є розв'язком рівняння } 3x + 2y - 1 &= 0? \end{aligned}$$

809. Серед розв'язків рівняння $2x + y = 12$ знайдіть таку пару, яка б складалася: 1) з двох однакових чисел; 2) з двох чисел, одне з яких у 2 рази більше за інше.

810*. Складіть лінійне рівняння з двома змінними, загальний розв'язок якого має вигляд:

$$1) (n; 5n - 1); \quad 2) (2m + 4; m).$$

811*. Розв'яжіть рівняння в натуральних числах:

$$1) 4x + 3y = 32; \quad 2) 5x - 7y = -11.$$

812*. Учні 7-А і 7-Б класів разом посадили 78 дерев. Кожний учень із 7-А класу посадив по 2 дерева, а кожний учень із 7-Б — по одному. Скільки учнів у кожному з класів, якщо за нормами наповнюваності класів їх має бути від 20 до 30. Знайдіть усі можливі варіанти.



Проявіть компетентність

813. За обліком семикласників, проведеним у вересні 2023 року, у двох 7-х класах школи навчаються учні та учениці 2010 і 2011 років народження. Загальний вік усіх семикласників школи становить 648 років.

- 1) Чи могла загальна кількість семикласників у школі становити 52 особи?
- 2) Скільки семикласників 2010 і 2011 років народження навчається в школі, якщо відомо, що старших за віком на 4 особи менше.

814. На склад завезли соняшникову олію у 5-літрових і 10-літрових бутлях (мал. 63).



- 1) Чи зможе комірник відвантажити 193 л олії?
- 2) Скільки 10-літрових і 5-літрових бутлів необхідно взяти комірникові, щоб відвантажити 250 л олії і загальна кількість бутлів була б найменшою?



Мал. 63

§ 22. ГРАФІК ЛІНІЙНОГО РІВНЯННЯ ІЗ ДВОМА ЗМІННИМИ

1. Графік рівняння із двома змінними

Ситуація. Сашко допомагав батькові на складі й укладав у ящик пачки зернової кави з масою по 0,5 кг або по 1 кг. Коли роботу було завершено і батько зважив ящик, то ваги показали масу 25 кг. Сестра Сашка Ірина запропонувала математично описати цю ситуацію і складала рівняння з двома змінними $0,5x + y = 25$, де x — кількість пачок кави по 0,5 кг кожна, y — кількість пачок кави по 1 кг кожна.



qr.orioncentr.com.ua/wp5wj

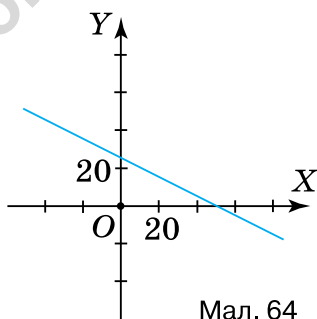


Як унаочнити загальний розв'язок рівняння $0,5x + y = 25$?

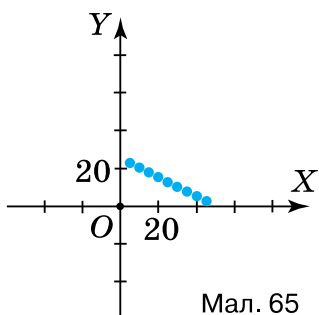
За допомогою графіка.



Загальним розв'язком рівняння $0,5x + y = 25$ є пара $(x; 25 - 0,5x)$. Якщо надавати будь-яких числових значень x та обчислити відповідні значення $y = 25 - 0,5x$, то утвориться множина пар чисел. Їх можна зобразити точками на координатній площині. Ця лінія і буде графіком даного рівняння. У рівняння $0,5x + y = 25$, де x і y будь-які числа, множина його розв'язків утворює пряму (мал. 64). Але в ситуації, розглянутій на початку параграфа, x і y — це кількості пачок кави, а відтак вони можуть набувати



Мал. 64



Мал. 65

лише натуральних значень. Тому графічним зображенням розв'язків рівняння $0,5x + y = 25$ для натуральних x і y є множина точок із натуральними координатами, що лежать на відрізку цієї прямої, розташованому в першій чверті (мал. 65).

Запам'ятайте!

Графіком рівняння з двома змінними називається зображення на координатній площині всіх точок, координати яких задовольняють дане рівняння.



Які зображення можуть бути графіками рівнянь з двома змінними?



Приклади наведено в таблиці 39.

Таблиця 39

Рівняння	Графік рівняння	Особливості графіка
$0,5x - y = 2$, де x — парне одноцифрове натуральне число		Графік містить тільки чотири точки, оскільки змінні x і y можуть набувати лише по чотири відповідні значення
$x + y = 4$		Графік містить безліч точок, оскільки змінні x і y можуть набувати будь-яких значень



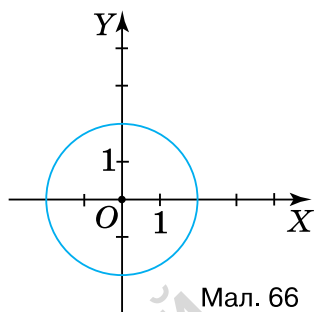
Чи кожний графік рівняння є графіком функції?



Ні, не кожний.

Наприклад, графік рівняння $x^2 + y^2 = 4$ (мал. 66) не є графіком функції, оскільки кожному значенню змінної x , де $-2 \leq x \leq 2$, відповідає два значення змінної y .

А от графік будь-якої функції $y = f(x)$ є графіком деякого рівняння.



Мал. 66

2. Графік лінійного рівняння з двома змінними



Що найперше треба зробити для побудови графіка рівняння $x + y = 4$?

Розв'язати рівняння відносно y .



Отримаємо: $y = -x + 4$. Цю рівність можна розуміти як формулу, що задає лінійну функцію $y = -x + 4$. Графіком такої функції є пряма. Отже, графіком лінійного рівняння $x + y = 4$ є пряма, зображена в другому рядку таблиці 39.



Не можна стверджувати, що графіком будь-якого лінійного рівняння з двома змінними є пряма.

Наприклад, лінійне рівняння $0 \cdot x + 0 \cdot y = 0$ задовольняє будь-яка пара чисел, а тому графік цього рівняння містить усі точки координатної площини.

Інакше кажуть: графіком рівняння $0 \cdot x + 0 \cdot y = 0$ є вся координатна площина.

3. Особливості графіка лінійного рівняння з двома змінними

Графік лінійного рівняння $ax + by + c = 0$ має особливості залежно від значень коефіцієнтів a , b і c . Щоб їх проаналізувати, перейдіть в електронний додаток за покликанням.

qr.orioncentr.com.ua/P1PFO





Графік лінійного рівняння з двома змінними
 $ax + by + c = 0$:

- є прямою, якщо принаймні $a \neq 0$ або $b \neq 0$;
- є всією площиною, якщо $a = 0$, $b = 0$ і $c = 0$;
- не містить жодної точки координатної площини, якщо $a = 0$, $b = 0$ і $c \neq 0$.

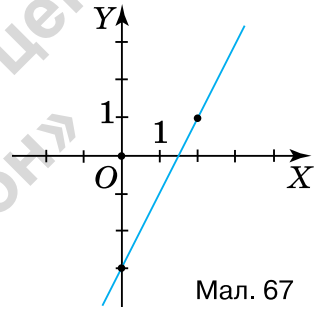
Задача Побудуйте графік рівняння $2x - y - 3 = 0$.

Розв'язання Дане рівняння є лінійним, тому його графіком є пряма $y = 2x - 3$. Для її побудови достатньо задати дві точки, що належать цій прямій (табл. 40).

Таблиця 40

x	0	2
y	-3	1

На координатній площині позначимо точки $(0; -3)$ і $(2; 1)$ та проведемо через них пряму (мал. 67). Ця пряма — шуканий графік рівняння $2x - y - 3 = 0$.



Мал. 67



Чи можна ототожнювати графік лінійного рівняння з двома змінними і графік рівняння першого степеня з двома змінними?

Ні.



Існують лінійні рівняння, що не є рівняннями першого степеня. Наприклад, такими є рівняння $0 \cdot x + 0 \cdot y + c = 0$ і $0 \cdot x + 0 \cdot y + 0 = 0$. Детальне пояснення цього факту продумайте самостійно.



Графік **лінійного рівняння** із двома змінними може бути прямою, **всією площиною** або **не містити жодної точки** координатної площини.

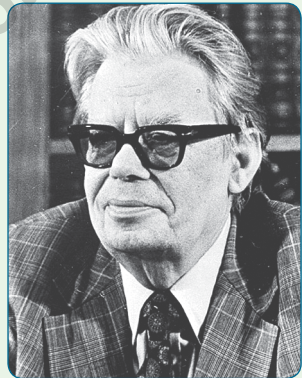
Графік **рівняння першого степеня** із двома змінними **завжди є прямою**.

Дізнайтеся більше

1. Філдсівська премія (англ. Fields Medal) — найпрестижніша нагорода з математики, яку вручають молодим математикам віком не старше 40 років. Премія названа на честь VII президента Міжнародного математичного конгресу Джона Філдса. У 2014 році вперше за 78 років її існування цією премією було нагороджено жінку — видатну іранську математикиню **Мір'ем Мірзахані** (1977–2017) за працю із поясненням симетрії викривлених поверхонь. qr.orioncentr.com.ua/uKhGH



2. Боголюбов Микола Миколайович (1909–1992) — видатний вітчизняний математик і механік, фізик-теоретик, засновник наукових шкіл з нелінійної механіки і теоретичної фізики, академік. У 1924 р. в 15-річному віці Боголюбов написав першу наукову працю, а наступного року був прийнятий до аспірантури, яку закінчив у 1929 р. Ступінь доктора математичних наук отримав у 20 років.



У 1966 р. став першим директором створеного ним Інституту теоретичної фізики в Києві.

У 1992 р. Національною академією наук України була заснована Премія НАН України імені М. М. Боголюбова, яка вручається за видатні наукові роботи в галузі математики і теоретичної фізики. На честь ученого була названа мала планета «22616 Боголюбов».

qr.orioncentr.com.ua/fQMrP

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/vASre

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
графік лінійного рівняння з двома змінними	graph of linear equation in two variables	Graph einer linearen Gleichung mit zwei Variablen	représentation graphique d'une équation linéaire à deux variables

Пригадайте головне

1. Що є графіком лінійного рівняння із двома змінними?
2. У якому випадку графіком рівняння із двома змінними є пряма? Площина?
3. У якому випадку графік рівняння із двома змінними проходить через початок координат?

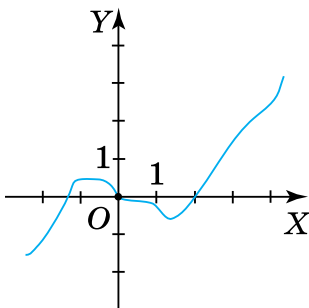
Усне тренування

Обчисліть усно:

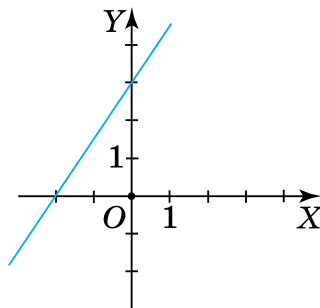
- 1) $44 : 4 + 24 : 8 + 60 : 12$; $4 \cdot 7 \cdot 25 + 2 \cdot 3 \cdot 15$;
- 2) $3,8 + 1,2 - 0,5 \cdot 2 - 3$; $0,5 \cdot 6 - 2,4 + 2,6 + 5 \cdot 1,2$.

Розв'яжіть задачі

- 815'. На якому з малюнків (мал. 68–69) зображено графік лінійного рівняння із двома змінними?

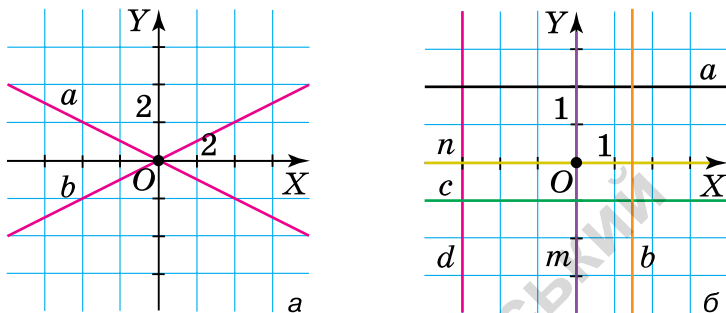


Мал. 68



Мал. 69

- 816°.** Установіть, який із коефіцієнтів a , b чи c дорівнює 0, якщо графіком рівняння $ax + by + c = 0$ є пряма (мал. 70, a , b):



Мал. 70

- 817°.** Не виконуючи побудови, з'ясуйте, чи належить графіку рівняння $6x - 2y + 1 = 0$ точка:

- 1) $A(-1; 2,5)$;
- 2) $B(0; 3,5)$;
- 3) $C(2; 5,5)$;
- 4) $D(1,5; 5)$.



qr.orioncentr.com.ua/iWdy3

- 818°.** Не виконуючи побудови, з'ясуйте, чи належить графіку рівняння $3x + 3y - 5 = 0$ точка:

- 1) $A\left(-1; \frac{2}{5}\right)$;
- 2) $B\left(0; 1\frac{2}{5}\right)$.

- 819°.** Для даного рівняння знайдіть значення y , що відповідає заданому значенню x :

- 1) $2x + y - 4 = 0$, якщо $x = 0$;
- 2) $4x - 2y + 5 = 0$, якщо $x = 0$;
- 3) $3x + 3y - 1 = 0$, якщо $x = 2$;
- 4) $-5x - y + 6 = 0$, якщо $x = 2$;
- 5) $-x - 2y + 2,5 = 0$, якщо $x = 0,5$;
- 6) $-0,2x + 7y - 1,1 = 0$, якщо $x = 1,5$.

- 820°.** Для даного рівняння знайдіть значення y , що відповідає заданому значенню x :

- 1) $3x - y + 2 = 0$, якщо $x = 0$;
- 2) $6x - 5y - 7 = 0$, якщо $x = 2$.

821°. Побудуйте графік лінійного рівняння із двома змінними:

- 1) $2x + y - 4 = 0$; 4) $-x + 2y + 8 = 0$;
 2) $6x - 2y + 12 = 0$; 5) $5x - 10 = 0$;
 3) $5x - 10y = 0$; 6) $-2y + 4 = 0$.

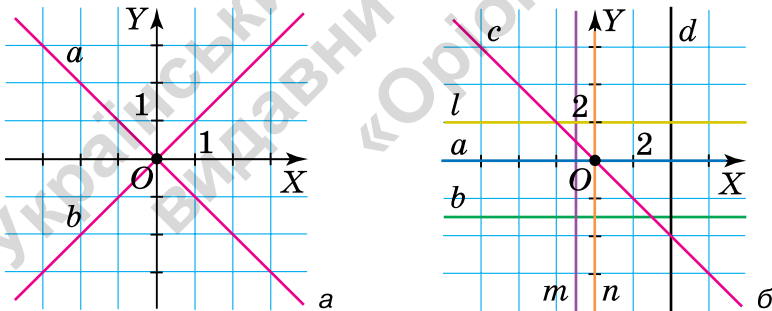
822°. Побудуйте графік лінійного рівняння із двома змінними:

- 1) $4x + y - 3 = 0$; 3) $2x + 6 = 0$;
 2) $-4x - 8y = 0$; 4) $y - 3 = 0$.

823°. Знайдіть координати точки перетину графіка лінійного рівняння із двома змінними $2x - 3y - 18 = 0$ з віссю: 1) абсцис; 2) ординат.

824°. Знайдіть координати точки перетину графіка лінійного рівняння із двома змінними $5x + 4y - 20 = 0$ з віссю: 1) абсцис; 2) ординат.

825°. Складіть лінійне рівняння із двома змінними за його графіком (мал. 71, а, б):



Мал. 71

826°. Наведіть приклад лінійного рівняння із двома змінними, графіком якого є пряма, що:

- 1) проходить через початок координат;
 2) паралельна осі абсцис;
 3) паралельна осі ординат.

827. На графіку рівняння $0,5x + 2y - 4 = 0$ знайдіть ординату точки, абсциса якої дорівнює: 1) 4; 2) -2.

828. На графіку рівняння $4x + 0,1y - 1,3 = 0$, позначено точку, ордината якої дорівнює -3 . Знайдіть абсцису цієї точки.

829. Побудуйте графік рівняння:

1) $2(x + 1) = y + 4$;

2) $2(3y - 1,5) - 3(1 - 2x) = 0$;

3) $\frac{x - 2y}{3} = -2$;

4) $\frac{2x - y}{2} - 1 = y - 2$.

830. Побудуйте графік рівняння:

1) $x + 1 = 5(2y - 1)$;

2) $\frac{x + y}{9} - \frac{x - y}{3} = -20$.

831. У яких координатних чвертях розташований графік рівняння:



1) $2x - 3y = 0$;

2) $-2x + 2y + 1 = 0$;

3) $5x + 4y = 0$;

4) $y + 21 = 0$;

5) $5x - 10 = 0$;

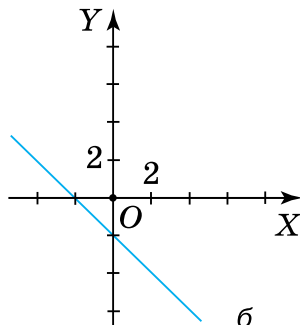
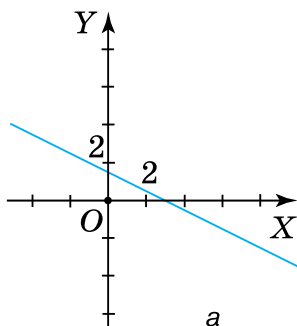
6) $-x + 3y = 0,5$;

7) $5 - y = x$?

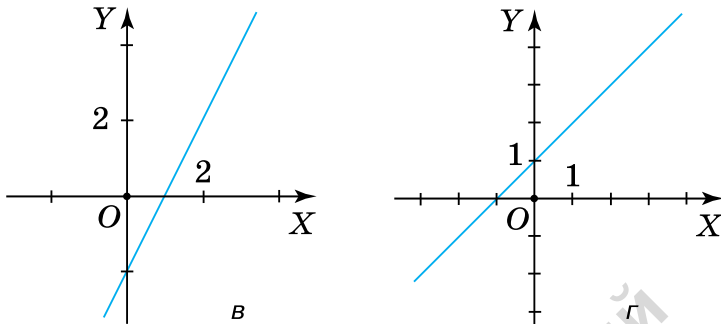


qr.orioncentr.com.ua/gkdKZ

832. Графіком рівняння $ax + by + c = 0$ є пряма (мал. 72 (а-б)). Які знаки мають коефіцієнти c і b — однакові чи різні?

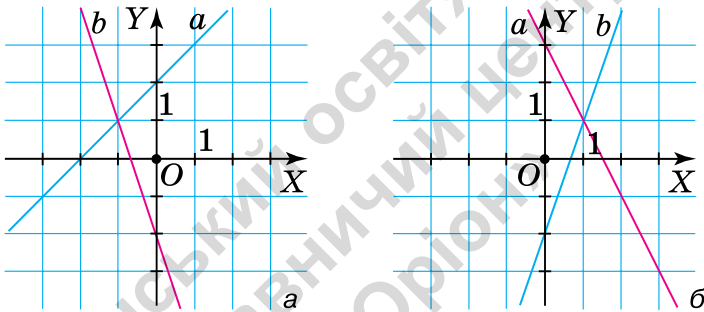


Мал. 72



Мал. 72

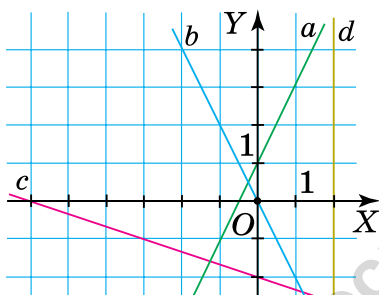
- 833.** Прямі, зображені на малюнках 73, a , b є графіками рівняння $ax + by + c = 0$. Які знаки мають коефіцієнти a і b — однакові чи різні?



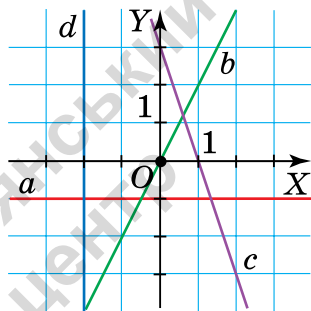
Мал. 73

- 834.** Дослідіть, як змінюється графік рівняння $ax + by + c = 0$ залежно від значень коефіцієнтів a , b і c за допомогою сервісу GeoGebra. Скористайтеся посиланням qr.orioncentr.com.ua/BiLc8. Сформулюйте висновки з ваших спостережень, якщо:
- 1) змінюється значення коефіцієнта a ;
 - 2) змінюється значення коефіцієнта b ;
 - 3) змінюється значення коефіцієнта c .
- 835.** Складіть лінійне рівняння з двома змінними, графік якого перетинає осі координат у точках:
- 1) $(0; 2)$ і $(3; 0)$;
 - 2) $(0; -4)$ і $(7; 0)$;
 - 3) $(0; 1)$ і $(-2; 0)$.

- 836.** Складіть лінійне рівняння з двома змінними, графік якого проходить через точки:
1) $(0; 1)$ і $(1; 0)$; 2) $(0; -4)$ і $(8; 0)$.
- 837.** Складіть лінійні рівняння з двома змінними, графіки яких зображено на малюнку 74.
- 838.** Складіть лінійні рівняння з двома змінними, графіки яких зображено на малюнку 75.



Мал. 74



Мал. 75

- 839*.** Визначте вид чотирикутника, вершинами якого є точки перетину графіків рівнянь:
 $x - 2 = 0$, $x + 2 = 0$, $2y - 8 = 0$, $2y + 8 = 0$.
- 840*.** Чи проходить графік рівняння $2x + 6y - 7 = 0$ через точки з цілими координатами? Відповідь поясніть.

Проявіть компетентність



- 841.** Яку найменшу (найбільшу) кількість купюр номіналом 100 грн і 200 грн треба мати, щоб заплатити за покупку вартістю 2000 грн. Побудуйте графік складеного рівняння за допомогою сервісу GeoGebra.
- 842.** Вантаж загальною масою 50 т необхідно завантажити у двотонні й тритонні контейнери. Яку найменшу кількість таких контейнерів необхідно орендувати?

§ 23. СИСТЕМА ДВОХ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ ІЗ ДВОМА ЗМІННИМИ

1. Що таке система двох лінійних рівнянь із двома змінними

Ситуація. Оксана й Павло купили разом 5 шоколадок двох видів: з горішками за ціною 42 грн і з кунжутом за ціною 34 грн. За всю покупку вони заплатили 194 грн.



qr.orioncentr.com.ua/nGVZX



Скільки шоколадок кожного виду купили Оксана й Павло?

Складемо короткий запис умови ситуації (табл. 41).



Нехай x — кількість шоколадок з горішками, y — кількість шоколадок з кунжутом.

Таблиця 41

	Ціна	Кількість	Вартість
З горішками	42 грн	x	$42x$
З кунжутом	34 грн	y	$34y$
		} 5 шт.	} 194 грн

Можемо скласти два лінійні рівняння з двома змінними $x + y = 5$ і $42x + 34y = 194$. Шукані значення змінних x і y мають задовольняти обидва рівняння одночасно. Щоб це показати, запишемо отримані рівняння одне під одним і об'єднаємо їх фігурною дужкою:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 42x + 34y = 194. \end{cases}$$

Отримали *систему двох лінійних рівнянь із двома змінними*. Якщо дібрати таку пару чисел $(x; y)$, яка задовольнятиме обидва рівняння системи, то систему буде розв'язано. Застосувавши *спосіб перебору*, отримаємо пару чисел $(3; 2)$, яка задовольняє систему. Справді:

$$\begin{cases} 3 + 2 = 5, \\ 42 \cdot 3 + 34 \cdot 2 = 194. \end{cases}$$

Отже, діти купили 3 шоколадки з горіхами і 2 — з кунжутом.

Запам'ятайте!

Розв'язком системи двох лінійних рівнянь із двома змінними називають таку пару чисел $(x; y)$, яка одночасно є розв'язком кожного рівняння системи.

Розв'язати систему рівнянь — означає знайти всі її розв'язки або встановити, що розв'язків немає.



У загальному вигляді систему двох лінійних рівнянь із двома змінними записують так:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0, \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0. \end{cases}$$

2. Графічний спосіб розв'язування системи двох лінійних рівнянь із двома змінними



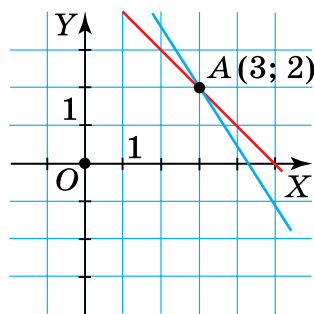
Чи завжди систему рівнянь розв'язують способом перебору?

Ні. Він не завжди зручний.



Щоб розв'язати систему лінійних рівнянь використовують графіки. Такий спосіб розв'язування системи двох рівнянь називається *графічним*.

Побудуємо в одній системі координат графіки рівнянь $x + y = 5$ і $42x + 34y = 194$ (мал. 76). Вони перетнуться в точці $A(3; 2)$. Координати цієї точки задовольняють



Мал. 76

одночасно кожне рівняння системи
$$\begin{cases} x + y = 5, \\ 42x + 34y = 194. \end{cases}$$

Тому пара чисел (3; 2) є розв'язком системи.



Щоб розв'язати систему двох лінійних рівнянь із двома змінними графічним способом, треба:

- 1) в одній системі координат побудувати графік кожного з рівнянь системи;
- 2) визначити координати точки перетину цих графіків, якщо це можливо.

3. Кількість розв'язків системи двох лінійних рівнянь із двома змінними

qr.orioncentr.com.ua/o7mzA



Скільки розв'язків може мати система двох лінійних рівнянь із двома змінними?

Залежно від розміщення двох прямих на площині.

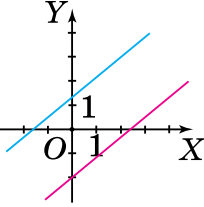
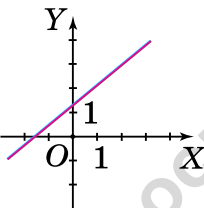


На площині дві прямі або перетинаються, або паралельні, або збігаються. Отже, для системи двох лінійних рівнянь із двома змінними можливими є три випадки (табл. 42).

Таблиця 42

Значення коефіцієнтів рівнянь системи	Графіки рівнянь системи	Особливості розташування графіків	Кількість розв'язків системи
$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$		Графіки рівнянь мають одну спільну точку	Система має єдиний розв'язок

Продовження таблиці 42

Значення коефіцієнтів рівнянь системи	Графіки рівнянь системи	Особливості розташування графіків	Кількість розв'язків системи
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$		Графіки рівнянь не мають жодної спільної точки	Система не має розв'язків
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$		Графіки рівнянь мають безліч спільних точок	Система має безліч розв'язків



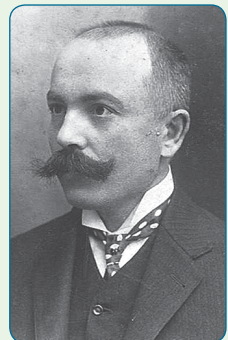
Якщо графіком одного з рівнянь системи двох лінійних рівнянь із двома змінними є вся координатна площина, то розв'язком системи є загальний розв'язок іншого рівняння системи.



Якщо одне з рівнянь системи двох лінійних рівнянь із двома змінними не має розв'язків, то система також не має розв'язків.

Дізнайтеся більше

Левицький Володимир Йосипович (1872–1956) є «основоположником математичної культури нашого народу», — так сказав про Володимира Левицького академік Михайло Кравчук. Він був незмінним редактором першого українського наукового часопису з природничих наук. Великою заслугою В. Левицького було те, що він зібрав і впорядкував матеріали з української математичної термінології, що були надруковані в 1903 р. qr.orioncentr.com.ua/PHvkV



Словничок

qr.orioncentr.com.ua/4YLBM

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
система лінійних рівнянь	system of linear equations	System von linearen Gleichungen	système d'équations linéaires

Пригадайте головне

1. Що таке система двох лінійних рівнянь із двома змінними?
2. Що називають розв'язком системи двох лінійних рівнянь із двома змінними?
3. Що означає — розв'язати систему рівнянь?
4. Як розв'язати систему двох лінійних рівнянь із двома змінними графічним способом?
5. Скільки розв'язків може мати система двох лінійних рівнянь із двома змінними?

Усне тренування

1) Упорядкуйте значення числових виразів за зростанням:

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{99}; 25^{16}; -8^{23}; \left(-\frac{1}{2}\right)^5; (-5)^{30}; \left(-\frac{1}{2}\right)^4; \left(\frac{1}{7}\right)^{100}; (-1)^{2023}.$$

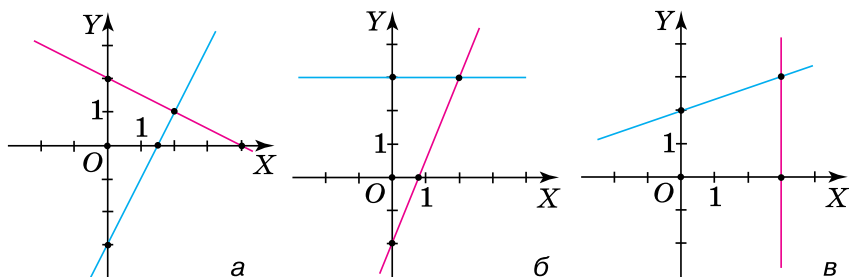
2) Обчисліть, скориставшись формулами скороченого множення:

$$69 \cdot 71; 202 \cdot 198; 105 \cdot 95; \left(15\frac{13}{15}\right)^2; 11^3 - 1.$$

Розв'яжіть задачі

843'. Перевірте, чи є розв'язком системи двох лінійних рівнянь із двома змінними $\begin{cases} x + y - 6 = 0, \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases}$ пара чисел: 1) (1; 5); 2) (2; 4)?

844'. Назвіть розв'язок систем двох лінійних рівнянь із двома змінними, графіки яких зображені на малюнку 77 (а-в).



Мал. 77

845'. Серед пар чисел $(-1; 2)$, $(2; -1)$, $(1; 1)$ укажіть ту, що є розв'язком системи рівнянь:

$$1) \begin{cases} 2x - 7y + 5 = 0, \\ 3x - y - 2 = 0; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x + y + 1 = 0, \\ -x + y - 1 = 0; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 0x + 3y = 0, \\ 2x - y - 7 = 0. \end{cases}$$

Відповідь поясніть.

846'. Перше рівняння системи має вигляд $3x - y + 5 = 0$. Наведіть приклади коефіцієнтів другого рівняння системи, щоб система: 1) мала один розв'язок; 2) не мала розв'язків; 3) мала безліч розв'язків. Поясніть свій вибір.

847'. Розв'яжіть графічно систему двох лінійних рівнянь із двома змінними:



$$1) \begin{cases} x - y = 0, \\ 3x - y - 4 = 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x + y = 0, \\ 4x + y - 3 = 0; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x - y - 1 = 0, \\ x + 3y - 9 = 0; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x + 2y - 4 = 0, \\ -2x + 5y - 10 = 0; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2x - y + 1 = 0, \\ 2x - y - 4 = 0; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 3x + y - 2 = 0, \\ 6x + 2y - 4 = 0. \end{cases}$$



qr.orioncentr.com.ua/Mq5lf

848°. Розв'яжіть графічно систему двох лінійних рівнянь із двома змінними:

$$1) \begin{cases} 2x - y = 0, \\ 3x - y - 1 = 0; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 2x + y - 2 = 0, \\ 2x + y + 1 = 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x + y - 6 = 0, \\ 2x - 3y - 4 = 0; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} -5x + y - 2 = 0, \\ 10x - 2y + 4 = 0. \end{cases}$$

849°. Складіть систему двох лінійних рівнянь із двома змінними, розв'язком якої є пара чисел:

1) (1; 3); 2) (-1; 2); 3) (0; 5); 4) (0; 0).

850°. Складіть систему двох лінійних рівнянь із двома змінними, розв'язком якої є пара чисел:

1) (2; 0); 2) (1; -2).

851°. Складіть систему двох лінійних рівнянь із двома змінними, якщо система: 1) не має розв'язків; 2) має безліч розв'язків.

852. Знайдіть координати точки перетину графіків рівнянь:

1) $2x + y - 7 = 0$ і $2x - y = 1$;
 2) $3x + y - 2 = 0$ і $x + 2y + 6 = 0$;
 3) $-x + 2y = 1$ і $3x - 1,5y - 1,5 = 0$.

853. Знайдіть координати точки перетину графіків рівнянь:

$2x + y - 1 = 0$ і $-x + y - 4 = 0$.

854. Розв'яжіть графічно систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} 4x - y = -7, \\ 3x + 2y = 3; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 2(x - 4) + 3(y + 1) - 3 = 0, \\ 4(x + 1) - 2(y - 1) - 6 = 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 5x - 2y = 9, \\ 7x + 2y = 3; \end{cases} \quad 5) \begin{cases} \frac{2y - x}{3} = 1, \\ 3(x - 1) = 2y; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x + y = -6, \\ 3x - 4y = 2; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 3(x + 1) = 4y + 1, \\ \frac{3x + 2y + 2}{6} = x + y. \end{cases}$$

855. Розв'яжіть графічно систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} x + 2y = 0, \\ 3x - y = 7; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 4(x-1) + 2(y-1) + 8 = 0, \\ 3(2-x) - 5(1+y) - 13 = 0. \end{cases}$$

856. До рівняння $x - y + 2 = 0$ доберіть друге рівняння так, щоб отримана система рівнянь:



1) мала один розв'язок;

2) не мала розв'язків;

3) мала безліч розв'язків.

Розв'яжіть отриману систему.

qr.orioncentr.com.ua/RPCV2

857. До рівняння $-x + y - 1 = 0$ доберіть друге рівняння так, щоб отримана система рівнянь:

1) мала один розв'язок; 2) не мала розв'язків;

3) мала безліч розв'язків.

858*. За якого значення a прямі $x - 2y = 4$ і $2x + y = a$ перетинаються в точці, яка лежить на осі:

1) абсцис; 2) ординат?

859*. За яких значень a система рівнянь:
$$\begin{cases} a(x - y) = 2, \\ 3ax - y - a = 0: \end{cases}$$

1) не має розв'язків; 2) має безліч розв'язків;

3) має один розв'язок?

Проявіть компетентність



860. Сашко їхав велосипедом спочатку 20 хв на гору і 5 хв з гори, загалом проїхавши 3,5 км. Якою була швидкість руху Сашка на гору і з гори, якщо на гору він рухався втричі повільніше, аніж з гори? Складіть систему двох лінійних рівнянь із двома змінними та розв'яжіть її графічним способом.

861. *Задача Бхаскари II з трактату «Вінок системи».* Дехто сказав своєму другу: «Дай мені 100 рупій, і я стану вдвічі багатшим за тебе». Другий відповів: «Дай мені лише 10 рупій, і я стану в шість разів багатшим за тебе». Скільки грошей було в кожного?

Складіть систему двох лінійних рівнянь із двома змінними та розв'яжіть її графічним способом, використавши сервіс GeoGebra.



§ 24. АНАЛІТИЧНІ СПОСОБИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ

1. Для чого потрібні аналітичні способи розв'язування систем

Ситуація. Сергій розв'язував графічно систему рівнянь $\begin{cases} 3x + 12y - 7 = 0, \\ y + x - 1 = 0 \end{cases}$, але точний розв'язок системи йому не вдалося знайти.



qr.orioncentr.com.ua/Qa4yD



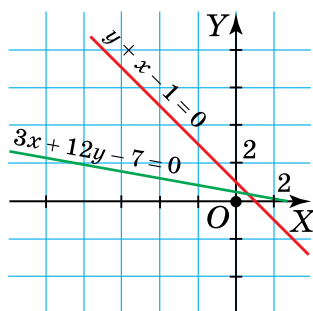
Чому Сергія спіткала невдача?

Через специфіку графічного способу.



Розв'язуючи цю систему графічно (мал. 78), Сергій знайшов лише наближений її розв'язок, оскільки не зміг установити точні координати точки перетину графіків рівнянь.

Існують інші (аналітичні) способи розв'язування систем рівнянь, а саме: *спосіб підстановки і спосіб додавання.*



Мал. 78

2. Спосіб підстановки

Задача 1 Розв'яжіть систему рівнянь:
$$\begin{cases} 2x + y = 12, \\ 5x - 2y = 21. \end{cases}$$

Розв'язання У першому рівнянні виразимо y через x , отримаємо рівність для підстановки: $y = 12 - 2x$;

Підставимо її в друге рівняння:
$$\begin{cases} y = 12 - 2x, \\ 5x - 2 \cdot (12 - 2x) = 21; \end{cases}$$

Розв'яжемо друге рівняння системи:

$$5x - 24 + 4x = 21,$$

$$9x = 45,$$

$$x = 5;$$

Значення x підставимо

в рівність для підстановки:
$$\begin{aligned} y &= 12 - 2 \cdot 5; \\ y &= 2. \end{aligned}$$

Отже, пара чисел $(5; 2)$ є розв'язком даної системи.



Щоб розв'язати систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом підстановки, треба:

- 1) обрати рівняння системи, у якому зручніше виразити одну змінну через іншу;
- 2) в обраному рівнянні виразити «зручну» змінну через іншу, отримати рівність для підстановки;
- 3) підставити знайдений вираз в інше рівняння системи і розв'язати його;
- 4) знайдене значення змінної підставити в рівність для підстановки і знайти значення іншої змінної;
- 5) записати пару чисел, яка є розв'язком системи.

3. Спосіб додавання

Задача 2 Розв'яжіть систему рівнянь:
$$\begin{cases} x + 3y = 10, \\ 5x - 3y = -4. \end{cases}$$



qr.orioncentr.com.ua/TgsEr

Розв'язання

У лівій частині обох рівнянь маємо одночлени $3y$ і $-3y$. При додаванні вони взаємно знищуються.

Додамо ліві частини рівнянь: $x + 3y + 5x - 3y$.

Додамо праві частини рівнянь: $10 + (-4)$.

Прирівняємо отримані вирази:

$$x + 3y + 5x - 3y = 10 + (-4).$$

Розв'яжемо отримане рівняння: $6x = 6$,

$$x = 1.$$

Підставимо знайдене значення $x = 1$ в одне з рівнянь системи, наприклад, у перше рівняння:

$$1 + 3y = 10,$$

$$3y = 9,$$

$$y = 3.$$

Отже, пара чисел $(1; 3)$ є розв'язком даної системи.



Як діяти, якщо в рівняннях немає одночленів з протилежними коефіцієнтами?

Треба дібрати додаткові множники.



Додаткові множники добирають так, щоб коефіцієнти біля однієї із змінних стали протилежними числами.

Задача 3

Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 5x - 2y = 9, \\ 2x + 3y = -4. \end{cases}$

Розв'язання

Доберемо додаткові множники так, щоб коефіцієнти біля змінної x стали протилежними числами.

Домножимо перше рівняння на -2 , а друге рівняння — на 5 .

Отримаємо систему: $\begin{cases} -10x + 4y = -18, \\ 10x + 15y = -20. \end{cases}$

Додамо відповідно ліві й праві частини рівнянь, отримаємо рівняння-суму: $19y = -38$,

Розв'яжемо рівняння-суму: $y = -2$.

Підставимо $y = -2$ в перше рівняння системи:

$$5x - 2 \cdot (-2) = 9,$$

$$5x + 4 = 9,$$

$$5x = 5,$$

$$x = 1.$$

Отже, пара чисел $(1; -2)$ є розв'язком даної системи.



Щоб розв'язати систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом додавання, треба:

- 1) з'ясувати, для якої змінної її коефіцієнти в обох рівняннях зручно перетворити на протилежні числа;
- 2) знайти додаткові множники, які перетворюють ці коефіцієнти на протилежні числа;
- 3) помножити рівняння системи відповідно на ці додаткові множники;
- 4) додати отримані рівняння та замінити одне з рівнянь системи рівнянням-сумою;
- 5) розв'язати рівняння-суму;
- 6) підставити знайдений корінь в одне з рівнянь системи і розв'язати його;
- 7) записати пару чисел, яка є розв'язком системи.



Розв'язок системи лінійних рівнянь із двома змінними не залежить від того, яким способом її розв'язували.

4. Розв'язування задач за допомогою систем лінійних рівнянь із двома змінними



qr.orioncentr.com.ua/CIZXn

Задача 4 Із двох пунктів, відстань між якими дорівнює 310 км, назустріч один одному виїхали два автомобілі. Швидкість одного з них на 5 км/год більша за швидкість іншого. Знайдіть швидкість кожного автомобіля, якщо вони зустрілися через 2 год після початку руху.

Розв'язання

Нехай x — швидкість першого автомобіля, а y — швидкість другого і $x > y$.

Складемо короткий запис даних задачі (табл. 43).

Таблиця 43

Автомобіль	Швидкість	Час	Шлях
I автомобіль	x , на 5 км/год $>$	2 год	$2x$
II автомобіль	y \leftarrow	2 год	$2y$

$\left. \begin{array}{l} 2x \\ 2y \end{array} \right\} 310 \text{ км}$

Порівняємо швидкості автомобілів: $x - y = 5$.

Шлях, який вони подолали разом за 2 год:

$$2x + 2y = 310.$$

Складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} x - y = 5, \\ 2x + 2y = 310. \end{cases}$$

Спростимо друге рівняння:

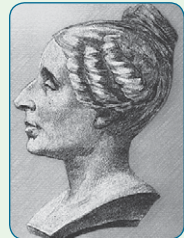
$$\begin{cases} x - y = 5, \\ x + y = 155. \end{cases}$$

Розв'язавши цю систему рівнянь способом підстановки або способом додавання, одержимо її розв'язок (80; 75). Отже, швидкість першого автомобіля становить 80 км/год, а швидкість другого — 75 км/год.

Дізнайтеся більше

1. Математика в дев'яти книгах — класичний твір, енциклопедія знань давньокитайських математиків X ст. до н. е. — II ст. до н. е. Про системи рівнянь йдеться у книгах 7 і 8. Наприклад, задача з книги 7: «Спільно купують річ. Якщо кожна людина внесе по 8 монет, то будуть 3 зайві. Якщо кожна людина внесе по 7 монет, то 4 не вистачить. Знайдіть кількість людей і ціну речі». Відповідь: 7 осіб, 53 монети. qr.orioncentr.com.ua/2p8pR

2. Софі Жермен (1776–1831) — визначна французька математикиня. Оскільки в ті часи жінок не приймали в університети, вона брала участь у письмових іспитах під псевдонімом «мосьє Ле Блан». С. Жермен цікавилася теорією чисел, окремі формули якої названі тепер її ім'ям. Їй вдалося довести окремий випадок Великої теореми Ферма. За дослідження згинання пластинок у теорії пружності їй, першій із жінок, присуджено премію Паризької академії наук (1816), а саму роботу використано під час будівництва Ейфелевої вежі (1889).



qr.orioncentr.com.ua/bDAeE

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/nxWyv

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
система лінійних рівнянь з двома змінними	system of linear equation in two variables	System von linearen Gleichungen mit zwei Variablen	ystème d'équations linéaires à deux variables

Пригадайте головне

1. Які є аналітичні способи розв'язування систем двох лінійних рівнянь із двома змінними?
2. Як розв'язати систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом підстановки?
3. Як розв'язати систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом додавання?

Усне тренування

1) Обчисліть:

$$4 \cdot 0,25; \quad 0,6 : (-0,06); \quad 0,006 \cdot 0,5 : 0,02;$$

$$0,1 \cdot 50; \quad 0,5 : (-0,25); \quad 0,002 \cdot (-0,7) : 0,2.$$

2) Розташуйте числа в порядку зменшення:

$$(0,25)^{25}, \quad (-0,25)^{25}, \quad -25^4, \quad (-25)^4.$$

3) Обчисліть:

$$0,8 \cdot 0,8; \quad 0,4 : (-0,08); \quad 0,008 \cdot 0,5 : 0,2.$$

4) Розташуйте числа в порядку збільшення:

$$(-0,125)^{125}, \quad (0,125)^{125}, \quad 0^{2013}, \quad (-1)^{2023}, \quad (-7)^{77}.$$

Розв'яжіть задачі

862'. Виразіть змінну x через змінну y в рівнянні:

$$1) x - 2y - 3 = 0; \quad 2) 3x + 3y - 9 = 0; \quad 3) 2x + y - 5 = 0.$$

Для якого з рівнянь було легше виконати завдання?

863'. Виразіть змінну y через змінну x у рівнянні:

$$1) 5x + y - 15 = 0; \quad 2) 4x - 2y - 6 = 0; \quad 3) x + 2y = 12.$$

Для якого з рівнянь було легше виконати завдання?

864'. Яке рівняння одержимо, якщо замість x підставити вираз $2y$ в рівняння:

1) $x - 2y = 3;$

3) $x - 0,2y = 4;$

2) $2x + y = 5;$

4) $0,5x + 2y = 20?$

Знайдіть розв'язок одержаного рівняння.

865'. Яке рівняння одержимо, якщо замість y підставити вираз $5x$ у рівняння:

1) $5x + y = 30;$

3) $x - 0,25y = 1,5;$

2) $3x + 2y = 13;$

4) $5x + 0,2y = 3?$

Знайдіть розв'язок одержаного рівняння.

866'. Чи є протилежними числами коефіцієнти біля змінних у системі рівнянь:

1) $\begin{cases} 2x - 3y = 12, \\ 3x - 4y = 17; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x + 5y = 6, \\ -2x - y = 2? \end{cases}$

867'. Розв'яжіть систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом підстановки:



1) $\begin{cases} 2x + y = 0, \\ x - 3y = 7; \end{cases}$

6) $\begin{cases} 10x - y = 3, \\ 6x + 4y = 11; \end{cases}$

10) $\begin{cases} k + 2p = -6, \\ 3k + p = 2; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 4x - y = -7, \\ 3x + 2y = 3; \end{cases}$

7) $\begin{cases} 2x - y = -6, \\ x + 2y = 7; \end{cases}$

11) $\begin{cases} 2a - b = -6, \\ a + 2b = 7; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3x + 2y = 9, \\ 4x - y = 12; \end{cases}$

8) $\begin{cases} 2x - y = 3, \\ 2x + y = 1; \end{cases}$

12) $\begin{cases} p - 4q = -10, \\ 2p + 3q = 13. \end{cases}$

4) $\begin{cases} 7x - y = 38, \\ 2x + 5y = -5; \end{cases}$

9) $\begin{cases} 3m - n = 6, \\ m + 3n = 6; \end{cases}$

5) $\begin{cases} 3x - 2y = -29, \\ x + 4y = 9; \end{cases}$

qr.orioncentr.com.ua/W1DWo



868'. Розв'яжіть систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом підстановки:

1) $\begin{cases} x + 2y = 0, \\ 3x - y = 7; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x - y = 5, \\ x + 2y = 5; \end{cases}$

5) $\begin{cases} 2x - y = 4, \\ 3x + y = -9; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 5x - y = 22, \\ 2x + y = 6; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x - 3y = 6, \\ 5x + y = -2; \end{cases}$

6) $\begin{cases} 8x - y = 17, \\ 6x + y = 18. \end{cases}$

869°. Дано систему $\begin{cases} 2x - 3y = 12, \\ 3x - 4y = 17. \end{cases}$ Які додаткові множ-

ники дозволять перетворити на протилежні числа коефіцієнти біля змінної: 1) x ; 2) y ?

870°. Розв'яжіть систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом додавання:



$$1) \begin{cases} 4x - 3y = -10, \\ 5x + 3y = 1; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 3x - 2y = 21, \\ 3x + 4y = 3; \end{cases} \quad 10) \begin{cases} 8x - 7y = 11, \\ 6x - 5y = 8; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x - 2y = 5, \\ x + 2y = 7; \end{cases} \quad 7) \begin{cases} 2x + 5y = 6, \\ 4x - 7y = -56; \end{cases} \quad 11) \begin{cases} 17m + 13n = 2, \\ 7m - 11n = 0; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 5x - y = 11, \\ 5x + y = -1; \end{cases} \quad 8) \begin{cases} 7x - 11y = 23, \\ 21x + 2y = -1; \end{cases} \quad 12) \begin{cases} 3p - 8q = 5, \\ 5p - 4q = 2. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 4x - y = 5, \\ x + 3y = -2; \end{cases} \quad 9) \begin{cases} 16x + 5y = 9, \\ 6x - 25y = -2; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 3x + 2y = -2, \\ 5x - y = 14; \end{cases}$$

qr.orioncentr.com.ua/dhdeK



871°. Розв'яжіть систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом додавання:

$$1) \begin{cases} 5x - 4y = 18, \\ 3x + 4y = -2; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 5x - 2y = 37, \\ 3x + 4y = -9; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x - y = 4, \\ x + y = -10; \end{cases} \quad 5) \begin{cases} 10x + 9y = 11, \\ 5x + 12y = 13; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 4x + y = 12, \\ 6x + y = 18; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 4x + 9y = -5, \\ 7x + 12y = -10. \end{cases}$$

872°. Складіть систему рівнянь за умовою:



1) у класі — 36 учнів;
дівчат — на 6 більше за хлопців;

2) периметр прямокутника дорівнює 400 см, а його ширина на 12 см менша, ніж довжина;



qr.orioncentr.com.ua/gYIzc

3) 5 ящиків зі сливами і 7 ящиків із яблуками разом мають масу 300 кг; ящик із яблуками на 5 кг важчий, ніж ящик зі сливами;

4) моторний човен за 2 год руху за течією річки і за 3 год руху проти течії загалом подолав 30 км; швидкість човна за течією — на 4 км/год більша, ніж його швидкість проти течії.

Яким способом, на вашу думку, легше розв'язувати складену систему рівнянь?

873°. Складіть систему рівнянь за умовою:



1) 3 ручки і 5 олівців разом коштують 76 грн, а 2 ручки і 3 олівці — 48 грн;

2) Андрій купив зошити по 12 аркушів і по 18 аркушів у кожному; усі товщі зошити разом мають на 6 аркушів більше, ніж тонші зошити, а загалом у всіх куплених зошитах виявилось 246 аркушів;

3) два числа відносяться як 2 : 3; сума 50 % меншого числа і 25 % більшого дорівнює 5.

Яким способом, на вашу думку, легше розв'язувати складену систему рівнянь?

874°. Сума двох чисел дорівнює 77, а їх різниця — 15. Знайдіть ці числа.

875°. Сума двох чисел дорівнює 80, а їх різниця — 26. Знайдіть ці числа.

876°. Сума двох чисел дорівнює 36. Знайдіть ці числа, якщо одне із них на 10 більше за інше.

877°. Різниця двох чисел дорівнює 12. Знайдіть ці числа, якщо одне із них у 2 рази більше за інше.

878°. Сума двох чисел дорівнює 27. Якщо від подвоєного першого числа відняти друге число, то отримаємо 24. Знайдіть ці числа.

879°. Різниця двох чисел дорівнює 8. Якщо до першого числа додати подвоєне друге число, то отримаємо 44. Знайдіть ці числа.

880°. Середнє арифметичне двох чисел дорівнює 5. Якщо перше число збільшити вдвічі, а друге — втричі, то сума дорівнюватиме 27. Знайдіть ці числа.

881°. Середнє арифметичне двох чисел дорівнює 7. Якщо перше число збільшити на 2, а друге — зменшити на 2, то результати будуть відноситись як 6 : 1. Знайдіть ці числа.

882°. Периметр прямокутника дорівнює 120 см. Знайдіть сторони прямокутника, якщо його довжина у 3 рази більша за ширину.

883°. Одна із сторін прямокутника на 2 см більша за іншу. Знайдіть сторони прямокутника, якщо його периметр дорівнює 24 см.

884°. За 2 кг печива і 1,5 кг цукерок заплатили 57 грн.



Скільки гривень коштує 1 кг печива, якщо він дешевший за 1 кг цукерок на 10 грн?

885°. За 5 кг яблук і 3 кг груш заплатили 72 грн. Скільки гривень коштує 1 кг груш, якщо він дорожчий за 1 кг яблук на 8 грн?



886°. Знайдіть координати точки перетину прямих:



- 1) $3x - y + 6 = 0,$
 $2x + y + 1 = 0;$
- 2) $5x + 4y + 8 = 0,$
 $2x + y - 1 = 0.$



qr.orioncentr.com.ua/NPVe9

887. Знайдіть координати точки перетину прямих:

- 1) $x - y + 6 = 0, 2x + 3y + 1 = 0.$

888. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} 4(x-1) - 2(y-1) = 2, \\ 3(2-x) - 5(1+y) = -15; \end{cases} \quad 5) \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 8, \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 11; \end{cases}$$



$$\begin{array}{l}
 2) \begin{cases} 7(2x+y) - 5(3x+y) = 6, \\ 3(x+2y) - 2(x+3y) = -6; \end{cases} \\
 3) \begin{cases} (x-1)^2 - (x+1)^2 = 8y, \\ (y+2)^2 - (y+4)^2 = 2x; \end{cases} \\
 4) \begin{cases} x(x-1) + 2(y+2) = x^2, \\ 5(x+2) + y(y-2) = y^2; \end{cases} \\
 6) \begin{cases} \frac{x+y}{2} - \frac{x-y}{3} = 6, \\ \frac{x+y}{4} - \frac{x-y}{3} = 6; \end{cases} \\
 7) \begin{cases} \frac{x-1}{y+2} = \frac{1}{2}, \\ \frac{x}{y} - \frac{3}{4} = 0; \end{cases} \\
 8) \begin{cases} \frac{5x-4y}{4} - 2x = 3, \\ \frac{3x-2y}{3} + 4 = 3x. \end{cases}
 \end{array}$$

889. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{array}{l}
 1) \begin{cases} 2(x+y) - 3(x-y) = 4, \\ 7(x-y) - 5(x+y) = -2; \end{cases} \\
 2) \begin{cases} (x-3)^2 - (x+1)^2 = 2y+3, \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1; \end{cases} \\
 3) \begin{cases} \frac{x+3}{2} - \frac{y-2}{3} = 2, \\ \frac{x-1}{4} + \frac{y+1}{3} = 4; \end{cases} \\
 4) \begin{cases} \frac{5}{3-2x} = \frac{2,5}{1-y}, \\ 3x+2y = 5. \end{cases}
 \end{array}$$

890. На канікулах семикласники з Вінниці відправилися на екскурсію до Сум. За 2 год на автобусі й 6 год на поїзді вони подолали 600 км. Знайдіть швидкість поїзда, якщо на поїзді учні проїжджали за годину на 20 км більше, аніж на автобусі.

891. Під час екскурсії Карпатами туристи вирушили таким маршрутом: Львів – Мукачево – Хуст – Межигір'я – Колочава – Рахів – Буковель – Яремче – Шешори – Коломия – Івано-Франківськ. За 3 год на автомобілі й 2,5 год пішки вони подолали 250 км. Швидкість руху на автомобілі була у 20 разів більшою за швидкість руху пішки. Знайдіть швидкість, з якою туристи їхали на автомобілі.

- 892.** Два велосипедисти виїхали одночасно з двох міст, відстань між якими дорівнює 39 км, і зустрілися через 1,5 год. З якою швидкістю їхав кожний велосипедист, якщо перший проїхав до зустрічі на 3 км більше, ніж другий?
-  **893.** Два рейсові автобуси виїхали одночасно з міст Херсон і Черкаси, відстань між якими дорівнює 350 км, і зустрілися через 2,5 год. З якою швидкістю їхав кожний автобус, якщо перший проїхав до зустрічі на 25 км більше, ніж другий?
- 894.** За 3 год за течією і 2 год проти течії теплохід проходить 280 км. За годину за течією і пів години проти течії теплохід проходить 85 км. Знайдіть власну швидкість теплохода і швидкість течії річки.
-  **895.** За 2 год за течією і годину проти течії човен пропливає 50 км. За годину проти течії та пів години за течією човен пропливає 20 км. Знайдіть власну швидкість човна і швидкість течії річки.
- 896.** Один робітник працював за станком 3 год, а інший — 4 год. За цей час вони зробили 88 деталей. Скільки деталей зробив за цей час кожний робітник, якщо за одну годину роботи разом вони зробили 26 деталей?
- 897.** Один майстер витратив на пошиття костюмів 6 год, а інший — 5 год. За цей час вони пошили 17 костюмів. Скільки костюмів пошив кожний майстер, якщо за одну годину роботи разом вони пошили 3 костюми?
- 898.** У двох ящиках було 150 яблук. Після того, як половину яблук переклали з першого ящика в другий, у ньому залишилось у 4 рази менше яблук, ніж їх стало в другому ящику. Скільки яблук було в кожному ящику спочатку?

- 899.** На двох полицях стоїть 96 книжок. Якщо п'яту частину книжок із другої полиці перекласти на першу, то на другій полиці їх стане у 5 разів менше, ніж на першій. Скільки книжок стоїть на кожній полиці?
- 900.** Якщо до 50 % першого числа додати 50 % другого, то отримаємо 27, а якщо до 25 % першого числа додати 20 % другого, то одержимо 12. Знайдіть ці числа.
- 901.** Якщо до 25 % першого числа додати третину другого, то отримаємо 8, а якщо до 50 % першого числа додати 25 % другого, то отримаємо 11. Знайдіть ці числа.
- 902.** Складіть рівняння прямої $y = kx + b$, що проходить через точки A і B :
- 1) $A(2; 0)$, $B(0; 5)$;
 - 2) $A(-1; 1)$, $B(1; 4)$;
 - 3) $A(3; 5)$, $B(-5; -11)$;
 - 4) $A(3; -1)$, $B(1; 1)$.
- 903.** Складіть рівняння прямої $y = kx + b$, що проходить через точки A і B : $A(0; 4)$, $B(4; 0)$.
- 904.** За яких значень a і b графік рівняння $ax + by - 1 = 0$ проходить через точки:
- 1) $M(2; -1)$ і $N(-1; 1)$;
 - 2) $C(1; 2)$ і $D(-2; -7)$?
- 905*.** *Старовинна задача.* Дехто має чай двох сортів: цейлонський по 5 гривень за фунт та індійський по 8 гривень за фунт. У яких частинах потрібно змішувати ці два сорти, щоб отримати чай вартістю 6 гривень за фунт?
- 906*.** Коли Сергій підрахував носи дівчат і вуха хлопців, які були в класі, то їх виявилось 41. Коли ж він підрахував вуха дівчат і носи хлопців, то їх виявилось 43. Скільки хлопців було в класі? А скільки дівчат?

907*. Знайдіть, на скільки потрібно зменшити число 100, щоб при діленні одержаного числа як на 5, так і на 7, одержати остачу 1, і щоб перша частка була на 2 більша за другу.

908*. Знайдіть $x + y + z$ із системи рівнянь:

$$1) \begin{cases} x + 2y - 3z = 0, \\ y + 3z = 9, \\ 2z = 4; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x + y + z = 4, \\ x - y + z = 6, \\ x - y - z = 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x - y - 3z = -2, \\ 3x + 4y - 5z = 4, \\ 2y + 7z = 18; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x + 3y - z = 8, \\ 2x + 4y + 3z = 7, \\ 3x - 2y + z = -2. \end{cases}$$

909*. За якого значення a система $\begin{cases} 4x - ay = -10, \\ x - 3y = 2 \end{cases}$:

1) має один розв'язок; 2) не має розв'язків?

910*. За яких значень a і b розв'язком системи рівнянь

$$\begin{cases} ax + y = 4, \\ x - by = -2 \end{cases} \text{ є пара чисел 1) } (-1; 2); 2) (0; 4)?$$

Проявіть компетентність



911. У кемпінговому містечку в Яремчі є намети і будиночки. Усього їх 25. У кожному будиночку можна розмістити 4 особи, у кожному наметі — 2 особи. Скільки наметів і скільки будиночків у кемпінговому містечку, якщо загалом тут відпочиває 70 осіб і вільних місць немає?



912. Родина Петренків вирушила з Києва до Харкова, відстань між якими 480 км. Уся подорож тривала 4 год, з яких 2 год родина їхала поїздом, а решту часу — автомобілем. Якою була швидкість автомобіля, якщо вона на 60 км/год менша, ніж швидкість поїзда?

ПЕРЕВІРТЕ, ЯК ЗАСВОЇЛИ МАТЕРІАЛ РОЗДІЛУ 5**КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ**

1. Що таке рівняння?
2. Що називають коренем рівняння? Що означає «розв'язати рівняння»?
3. Які рівняння називаються рівносильними?
4. Сформулюйте властивості рівносильності рівнянь.
5. Що називається лінійним рівнянням?
6. Скільки коренів може мати лінійне рівняння?
7. Коли лінійне рівняння не є рівнянням першого степеня?
8. Що таке лінійне рівняння з двома змінними?
9. Що є розв'язком лінійного рівняння з двома змінними?
10. Скільки розв'язків може мати лінійне рівняння з двома змінними?
11. Що є графіком лінійного рівняння з двома змінними?
12. У якому випадку графіком рівняння з двома змінними є пряма? Площина?
13. У якому випадку графік рівняння з двома змінними проходить через початок координат?
14. Що таке система двох лінійних рівнянь із двома змінними?
15. Що називають розв'язком системи двох лінійних рівнянь із двома змінними?
16. Що означає «розв'язати систему рівнянь»?
17. Як розв'язати систему двох лінійних рівнянь із двома змінними графічним способом?
18. Скільки розв'язків може мати система двох лінійних рівнянь із двома змінними?
19. Як розв'язати систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом підстановки?
20. Як розв'язати систему двох лінійних рівнянь із двома змінними способом додавання?

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

Уважно прочитайте задачі та знайдіть серед запропонованих відповідей правильну. Для виконання тестового завдання потрібно 10–15 хв.

1°. Розв'яжіть рівняння $2(x + 5) - 3(4 - x) = 3$.

А. $\frac{3}{5}$.

Б. -1 .

В. 1 .

Г. 5 .

2°. Яка пара чисел є розв'язком системи рівнянь

$$\begin{cases} x + y - 4 = 0, \\ 2x - y + 1 = 0? \end{cases}$$

А. $(2; 2)$.

Б. $(1; 3)$.

В. $(-1; 5)$.

Г. $(4; 0)$.

3°. На прямій, що є графіком рівняння $6x + 2y - 5 = 0$, позначено точку, абсциса якої дорівнює 2. Знайдіть ординату цієї точки.

А. $-4,5$.

Б. $3,5$.

В. $-3,5$.

Г. $4,5$.

4. За 1 год на автобусі та 4 год на поїзді туристи проїхали 380 км. Знайдіть швидкість поїзда, якщо його швидкість на 20 км/год більша за швидкість автобуса.

А. 60 км/год.

Б. 40 км/год.

В. 120 км/год.

Г. 80 км/год.

5*. Побудуйте графік рівняння $5|x - 1| + 2y = x - 5$.



Розділ 6. ЕЛЕМЕНТИ СТОХАСТИКИ

У розділі дізнаєтесь:

- як проводити відсоткові розрахунки;
- про використання стовпчастих і кругових діаграм;
- що таке вибірка та обсяг вибірки;
- як знайти середнє значення вибірки;
- що таке комбінаторна задача та як її розв'язувати;
- що таке випадкова подія;
- що таке ймовірність випадкової події та як її знаходити;
- як застосувати вивчений матеріал на практиці

§ 25. ВІДСОТКИ

1. Що таке відсоток

Ситуація. Мама купила в аптеці трав'яний чай для Оксани, щоб підлікувати її хворе горло. Фармацевт сказав, що 0,48 суміші становить ромашка. А на упаковці написано, що ромашка становить 48 % суміші трав. Чи не помилився фармацевт?



qr.orioncentr.com.ua/WDoL8



Як перевести дріб у відсотки?



Пригадаймо.



Відсотком (процентом) називається одна сота частина.



Записують: $1 \% = \frac{1}{100}$ або $1 \% = 0,01$.

Тоді: $48 \% = 0,48$ і, навпаки, $0,48 = 48 \%$.

Отже, фармацевт не помилився.

У повсякденному житті потрібно знати зв'язок між найуживанішими відсотками й відповідними дробами (табл. 44).

Таблиця 44

Відсотки	5 %	10 %	20 %	25 %	50 %	75 %
Звичайні дроби	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
Десяткові дроби	0,05	0,1	0,2	0,25	0,5	0,75

2. Знаходження відсотка числа

Ситуація. Для переможців олімпіади з математики благодійна організація замовила 50 подарунків. За результатами змагань 28 % учасників олімпіади стали переможцями. Чи вистачить усім подарунків, якщо в олімпіаді взяли участь 175 учнів?



Як визначити кількість переможців за відомим їх відсотком?

Існує кілька способів.



Спосіб 1. Скласти пропорцію за даними задачі та розв'язати її.

Нехай x — кількість переможців.

Складаємо скорочений запис задачі:

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & 175 - 100\% & \downarrow \\ & x - 28\% & \downarrow \end{array}$$

Складаємо пропорцію:

$$\frac{175}{x} = \frac{100}{28}$$

Розв'язуємо пропорцію:

$$x = \frac{175 \cdot 28}{100}; x = 49.$$

Записуємо відповідь: 49 переможців.

Подарунків вистачить усім.

Спосіб 2. Застосувати *правило знаходження дробу від числа*.

Оскільки $28\% = 0,28$, то $175 \cdot 0,28 = 49$ (учнів).

Отже, 49 учнів стали переможцями в олімпіаді, тому подарунків вистачить усім.

Запам'ятайте!

Щоб знайти *відсоток числа*, треба подати відсоток у вигляді десяткового дробу і помножити число на цей дріб.

Задача 1 Січневий тираж газети «Свобода» становить 250 екземплярів. У лютому тираж збільшили на 20 %, а в березні — ще на 30 %. Яким став тираж газети в березні?

Розв'язання**Спосіб 1.**

- 1) $20\% = 0,2$, тому $250 \cdot 0,2 = 50$ (екз.);
 $250 + 50 = 300$ (екз.) — тираж у лютому;
- 2) $30\% = 0,3$, тому $300 \cdot 0,3 = 90$ (екз.);
 $300 + 90 = 390$ (екз.) — тираж у березні.

Спосіб 2. Якщо тираж збільшили на 20 %, то в лютому він становив 120 % січневого тиражу, тому $250 \cdot 1,2 = 300$ (екз.) — тираж у лютому.

Аналогічно обчислюємо тираж у березні: $300 \cdot 1,3 = 390$ (екз.).

Отже, тираж у березні становив 390 екземплярів.

3. Знаходження числа за його відсотком

Ситуація. У магазині Дмитро витратив 36 грн, що становить 75 % грошей, які дала йому мама. Скільки гривень було в Дмитра спочатку?



Як знайти початкову кількість грошей за їх відомим відсотком?

Існує кілька способів.



Спосіб 1. Скласти пропорцію за даними задачі та розв'язати її.

Нехай x — початкова кількість грошей.

Складаємо скорочений запис задачі: $\downarrow x - 100\% \downarrow$
 $\downarrow 36 - 75\% \downarrow$

Складаємо пропорцію: $\frac{x}{36} = \frac{100}{75}$.

Розв'язуємо пропорцію: $x = \frac{36 \cdot 100}{75}$; $x = 48$.

Записуємо відповідь: спочатку було 48 грн.

Спосіб 2. Застосувати *правило знаходження числа за його дробом*.

Оскільки $75\% = 0,75$, то $36 : 0,75 = 48$.



У даній задачі 75% зручніше подати звичайним дробом: $75\% = \frac{3}{4}$. Тоді $36 : \frac{3}{4} = 48$.

Отже, у Дмитра спочатку було 48 грн.

Запам'ятайте!

Щоб знайти число за його відсотком, треба подати відсоток у вигляді дроби і поділити це значення на отриманий дріб.

Задача 2 46% поля засіяли пшеницею, 28% — кукурудзою, а іншу частину поля — сояшником. Знайдіть площу всього поля, якщо пшеницею засіяно на 32 га більше, ніж сояшником.

Розв'язання

Пшениця	46%	?, на 32 га >	} ?
Кукурудза	28%	?	
Сояшник	?	? ←	

1) $100\% - (46\% + 28\%) = 26\%$ — засіяли сояшником;

2) $46\% - 26\% = 20\%$ — різниця площ (у відсотках), засіяних пшеницею і сояшником, що становить 32 га.

3) $32 : 0,2 = 160$ (га) — площа поля.

Отже, площа всього поля — 160 га.

4. Знаходження відсоткового відношення двох чисел

Ситуація. Вчителька запитала: «Скільки, відсотків часу на добу ви були на свіжому повітрі?». Допоможіть Михайлові відповісти, якщо на свіжому повітрі він був 1,5 год.



qr.orioncentr.com.ua/nYСym



Як знайти, скільки відсотків доби становить 1,5 години?

Існує кілька способів.



Спосіб 1. Скласти пропорцію за даними задачі та розв'язати її.

Нехай x — відсоток часу, який Михайло був на свіжому повітрі.

Складаємо скорочений запис задачі: $\downarrow \begin{array}{l} 1,5 - x \% \\ 24 - 100 \% \end{array} \downarrow$

Складаємо пропорцію: $\frac{1,5}{24} = \frac{x}{100}$.

Розв'язуємо пропорцію: $x = \frac{1,5 \cdot 100}{24}$; $x = 6,25$ (%).

Записуємо відповідь: 6,25 % доби Михайло був на свіжому повітрі.

Спосіб 2. Можна скласти відношення даних чисел, обчислити його значення та перевести у відсотки:

$$1,5 : 24 \cdot 100 \% = 6,25 \% .$$

Отже, 6,25 % доби Михайло був на свіжому повітрі.

Запам'ятайте!

Щоб знайти відсоткове відношення двох чисел (скільки відсотків одне число становить від іншого), потрібно знайти відповідну частку і помножити її на 100 %.

Задача 3 Яку концентрацію буде мати розчин солі, якщо до 1 кг 25 % -го розчину солі додати 200 г солі?

Розв'язання Знаходимо:

масу солі в розчині: $1000 \cdot 0,25 = 250$ (г);

масу нового розчину: $1000 + 200 = 1200$ г;

масу солі в новому розчині: $250 + 200 = 450$ (г);

концентрацію нового розчину: $\frac{450}{1200} \cdot 100 \% = 37,5 \% .$

Отже, концентрація розчину буде становити 37,5 % .



Концентрація розчину (у відсотках) — це відношення маси солі до маси розчину, помножене на 100 % .

Дізнайтеся більше

У прикладній математиці існують два поняття: «прості відсотки» і «складні відсотки». У чому їх різниця? Наприклад, при простих відсотках відсоткові гроші в банку нараховуються тільки на початкову суму вкладу. А при складних відсотках відсотки нараховуються не тільки на початкову суму вкладу, але й на вже нараховані відсотки. Наприклад, якщо вкласти 10 000 грн під 10 % річних, то через рік ми отримаємо 1000 грн відсоткових грошей, а через два роки можна отримати більше, ніж 1000 грн відсотків, оскільки відсотки будуть нараховуватися не лише на суму вкладу, а й на вже нараховані відсотки.



Формула розрахунку складних відсотків така:

$A = A_0 \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n$, де A — сума вкладу в кінці n -го року, A_0 — початкова сума вкладу, p — річна відсоткова ставка, n — термін вкладу в роках.

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/2lu9K

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
відсоток	percent	Prozent (n)	pourcentage

Пригадайте головне

1. Що називають відсотком?
2. Як знайти відсоток числа?
2. Як знайти число за його відсотком?
3. Як знайти відсоткове відношення двох чисел?

Усне тренування



Обчисліть:


$$1) 5 \cdot \frac{7}{15}; \quad 2 - 1 \frac{7}{15}; \quad 21 : \frac{7}{15}; \quad 3,4 + \frac{7}{15}.$$

$$2) -8 \cdot 2,5; \quad -8 : (-2,5); \quad 0,6 : 0,02; \quad 0,6 \cdot (-0,02).$$

$$3) 12 : 0,01; \quad 1,2 : 0,01; \quad 0,12 : 10; \quad 0,012 : 100.$$




Розв'яжіть задачі

- 913'.** Як перетворити десятковий дріб у відсоток?
- 914'.** Як перетворити відсоток у десятковий дріб?
- 915'.** Яку частину числа становить його 1 %, 5 %, 10 %, 25 %, 50 %, 100 %?
- 916'.** Знайдіть 1 % від: 1 м, 1 ц, 1 кг.
- 917'.** Обчисліть:
-  1) 12 % числа 45;
 2) 4 % числа 0,5;
 3) 75 % числа $\frac{7}{15}$;
 4) 80 % числа 112.
- 
- qr.orioncentr.com.ua/V8lvv
- 918'.** Знайдіть число, якщо:
- 1) його 8 % — це число 24;
 - 2) його 21 % — це число 105;
 - 3) його 45 % — це число $\frac{6}{25}$;
 - 4) його 64 % — це число 1,6.
- 919'.** Фірма виконала 68 % замовлення на виготовлення 450 вікон. Скільки ще вікон треба виготовити?

- 920°.** Відремонтували 75 % дороги завдовжки 68 км. Скільки кілометрів дороги ще потрібно відремонтувати?
- 921°.** Влітку 128 учнів ліцею відвідали науковий табір, а 36 % учнів не мали такої можливості. Скільки всього учнів у ліцеї?
- 922°.** 66 пасажирів зайняли свої місця в автобусі. Вільними залишилися 12 % місць. Скільки всього місць в автобусі?
- 923°.** Турист пройшов 12 км, що становить 75 % довжини маршруту. Яка довжина всього маршруту?
- 
- 924°.** У саду ростуть 120 вишень, що становить 25 % усіх дерев. Скільки всього дерев у саду?
- 925.** Виноград при сушінні втрачає 65 % своєї маси.
 1) Скільки родзинок вийде із 150 кг свіжого винограду?
 2) Скільки кілограмів свіжого винограду варто взяти, щоб насушити 63 кг родзинок?
- 926.** При обробці кавові зерна втрачають 12 % своєї маси.
 1) Скільки кілограмів кави, придатної до вживання, отримають з 9 кг свіжих кавових зерен?
 2) Скільки свіжої кави варто взяти, щоб отримати 4,4 кг кави, придатної до вживання?
- 927.** У 540 г розчину міститься 81 г солі. Знайдіть концентрацію розчину (у відсотках).
- 928.** У 600 г розчину міститься 72 г кислоти. Знайдіть концентрацію розчину кислоти (у відсотках).
- 929.** Змішали 2 кг сиру, жирністю 20 %, і 3 кг сиру жирністю 5 %. Знайдіть у відсотках жирність утвореної суміші.



qr.orioncentr.com.ua/kzAb4

- 930.** Сплавили 120 кг сплаву, що містить 30 % міді, та 180 кг сплаву, що містить 9 % міді. Скільки відсотків міді містить утворений сплав?
- 931.** У математичному класі кількість хлопців становить 80 % кількості дівчат. Скільки відсотків становить кількість дівчат від кількості хлопців?
- 932.** Одну сторону прямокутника збільшили на 20 %, а іншу — зменшили на 10 %. Як змінилася площа прямокутника?
- 933.** Сторону квадрата збільшили на 10 %. На скільки відсотків збільшилась площа квадрата?
- 934.** Товар спочатку подорожчав на 15 %, а потім подешевшав на 15 %. Як змінилась ціна товару?
- 
- 935.** Товар спочатку подешевшав на 12 %, а потім подорожчав на 12 %. Як змінилась ціна товару?
- 936.** 2 кг сплаву міді з оловом містить 30 % міді. Скільки кілограмів олова потрібно додати до цього сплаву, щоб отриманий сплав містив 24 % міді?
- 937.** Морська вода містить 6 % солі. Скільки кілограмів прісної води потрібно додати до 20 кг морської, щоб отриманий розчин містив 3 % солі?
- 
- 938*.** До числа 56 дописали справа цифру нуль. На скільки відсотків збільшилось число?
- 939*.** Різниця чисел a і b дорівнює 1,5. 10 % числа a і 25 % b в сумі становлять 7,5. Знайдіть ці числа.
- 940*.** Вкладник поклав у банк 4000 грн. Банк нараховує щорічно 5 % від суми внеску. Якою стане сума внеску через 3 роки?
- 
- 941*.** Довжину прямокутника зменшили на 20 %. На скільки відсотків потрібно збільшити ширину прямокутника, щоб його площа не змінилась?

Проявіть компетентність

942. На весняному розпродажу в магазині на товар за ціною 350 грн зробили знижку 40 %, а через тиждень — ще на 5 %. У супермаркеті на цей товар зробили знижку 5 %, а через тиждень — ще на 40 %. А на ярмарку на цей товар була знижка 45 %. Де вигідніше купити цей товар?

943. У рекламному оголошенні повідомили, що планується підвищення ціни на товар з 24 грн до 32 грн, тобто на 25 %. Чи немає помилки в повідомленні?

§ 26. ТАБЛИЦІ Й ДІАГРАМИ

1. Таблиці даних

Ситуація. За результатами малих олімпійських ігор у школі спортивний комітет отримав дані про кількість переможців серед учнів 7-х класів (табл. 45).



qr.orioncentr.com.ua/iSnQ2

Таблиця 45

Клас	I місце	II місце	III місце
7-А	1	1	1
7-Б	4	0	1
7-В	1	1	0



Чи можна отримати сумарні дані цих змагань?

Так.



Для цього достатньо обчислити суму місць, які виборів кожний клас:

$$7\text{-А} - 3, 7\text{-Б} - 5, 7\text{-В} - 2.$$

Очевидно, що найспритнішим був 7-Б клас.

Наочно подати підсумкові дані таблиці можна за допомогою діаграм.

2. Кругові діаграми

Для побудови *кругової діаграми* за сумарними даними змагань трьох 7-х класів круг треба поділити на три сектори. Для цього потрібно обчислити кут кожного сектора діаграми (табл. 46).

Таблиця 46

Клас	Призових місць	Відсоток	Кут сектора
7-А	3	30 %	$360 \cdot 0,3 = 108^\circ$
7-Б	5	50 %	$360 \cdot 0,5 = 180^\circ$
7-В	2	20 %	$360 \cdot 0,2 = 72^\circ$

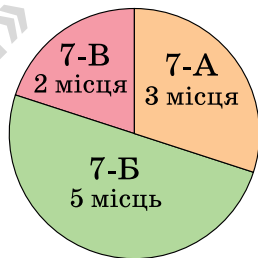
Отже, круг потрібно поділити на сектори з кутами:

108° , 180° , 72° (мал. 79)



Для побудови *кругової діаграми* треба встановити:

- 1) на скільки секторів ділити круг;
- 2) чому дорівнює кут кожного сектора.

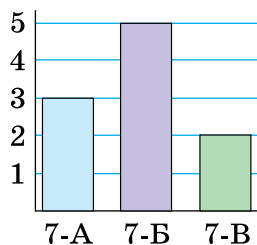


Мал. 79

3. Стовпчасті діаграми

Для побудови *стовпчастої діаграми* величини, що порівнюються, зображують у вигляді стовпчиків, висота яких або дорівнює даним величинам, або пропорційна до них.

Наприклад, на малюнку 80 стовпчаста діаграма показує співвідно-



Мал. 80

шення кількості призових місць, які вибороли учні трьох сьомих класів.

Висоту стовпчиків визначаємо пропорційно до кількості призових місць:

7-А клас: 3 од; 7-Б клас: 5 од; 7-В клас: 2 од.

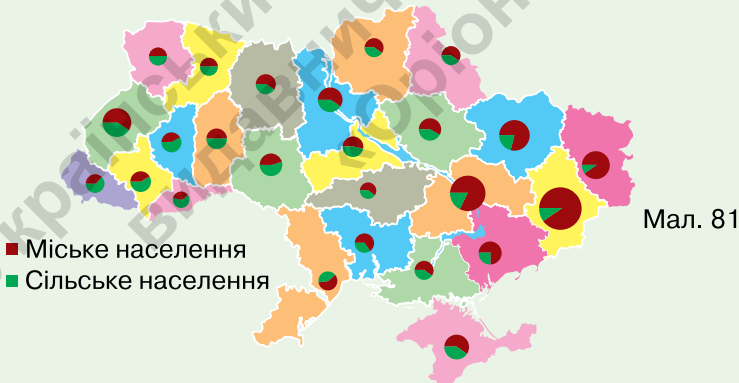


Для побудови стовпчастої діаграми:

- усі стовпчики мають бути однакової ширини і розташовані на рівних відстанях один від одного;
- можна обрати будь-яку ширину стовпчика і будь-яку відстань між стовпчиками.

Дізнайтеся більше

Одним із різновидів діаграм є картодіаграма, що являє собою поєднання діаграми з географічною картою. Картодіаграми використовують для зображення на географічній карті статистичних даних, зведених за географічним принципом. Елементи найпростішої картодіаграми можна побачити на карті України (мал. 81), де круговими діаграмами зображено розподіл населення на сільське й міське.



Словничок

qr.orioncentr.com.ua/Pgpan

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
діаграма	diagram	Diagramm (n)	diagramme

Пригадайте головне

1. Які ви знаєте способи подання даних?
2. Для чого потрібні діаграми?
3. Чим відрізняються кругова і стовпчаста діаграми?
4. Поясніть, як будують кругову діаграму.
5. Поясніть, як будують стовпчасту діаграму.

Усне тренування

1. Знайдіть невідомий член пропорції:

1) $\frac{3}{4} = \frac{x}{8}$; 2) $\frac{15}{4} = \frac{x}{0,8}$; 3) $x : 27 = 5 : 9$.

Розв'яжіть задачі

944'. Наведіть приклади таблиць, що трапляються вам у повсякденному житті.

945'. На сайті «Укрзалізниці» відшукали розклад руху приміського поїзда «Львів-Приміський – Ходорів». У таблиці 47 наведено його фрагмент. Чи можна за даними таблиці встановити:



Таблиця 47

№	Пункт	Приб.	Відпр.	Стоянка, хв	Δ , км	Σ , км
1	Львів	—	17 : 40		0	0
2	з.п. Городоцька	17 : 45	17 : 48	3	2	2
3	Коновальця	17 : 51	17 : 53	2	1,5	3,5
4	Персенківка	17 : 59	18 : 02	3	3,4	6,9
5	з.п. Зубрівська	18 : 06	18 : 07	1	2,8	9,7
6	Сихів	18 : 12	18 : 13	1	1,6	11,3
7	Давидів	18 : 21	18 : 33	12	7,6	18,9
8	з.п. 22 км	18 : 37	18 : 38	1	3,1	22
9	Старе Село	18 : 43	18 : 44	1	2,9	24,9

- 1) на яких станціях поїзд робить зупинки;
- 2) час відправлення зі станції;
- 3) час прибуття на станцію;
- 4) на якій станції найтриваліша стоянка;
- 5) вартість квитка до станції?

946'. Якою фігурою на круговій діаграмі зображають:

- 1) ціле; 2) частини цілого?

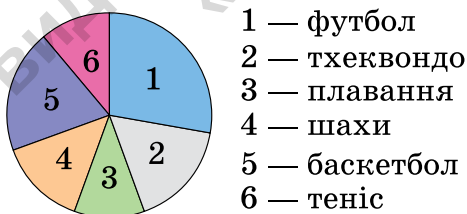
947'. Чи правильно, що на круговій діаграмі кути секторів:

- 1) завжди є рівними;
- 2) можуть не дорівнювати один одному;
- 3) обираються довільно;
- 4) є пропорційними до величин, що порівнюються?

948'. На круговій діаграмі (мал. 82) показано розподіл видів спорту, якими займаються учні сьомих класів. Чи правильно, що за діаграмою можна визначити:



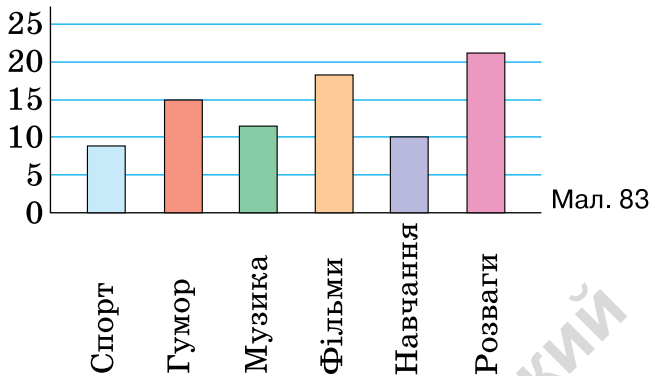
- 1) який вид спорту люблять найбільше учнів;
- 2) який вид спорту є травмонебезпечним;
- 3) який вид спорту на другому місці за вподобаннями?



Мал. 82

949'. Якими фігурами на стовпчастій діаграмі зображають величини, що порівнюються?

950'. На стовпчастій діаграмі (мал. 83) показано розподіл популярних тем ютуб-каналів серед учнів сьомих класів. Якій тематиці віддають перевагу учні?



Мал. 83

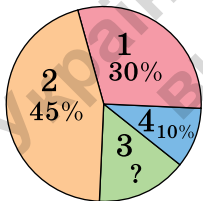
951°. Якої градусної міри мають бути сектори на круговій діаграмі, якщо у класі відношення кількості хлопчиків до кількості дівчат дорівнює 2 : 3?



qr.orioncentr.com.ua/oD59P



952°. На круговій діаграмі (мал. 84) показано результати опитування за запитанням: «Чому ви хочете купити велосипед?». Знайдіть відсутні дані на діаграмі та кількість людей, що дали кожну відповідь, якщо в опитуванні взяли участь 560 осіб.



- 1 — катання з друзями
- 2 — піші прогулянки
- 3 — заняття спортом
- 4 — поїздки на роботу або навчання

Мал. 84

953°. Якої висоти можуть бути стовпчики стовпчастої діаграми, якщо в класі навчається 25 хлопців і 10 дівчат?

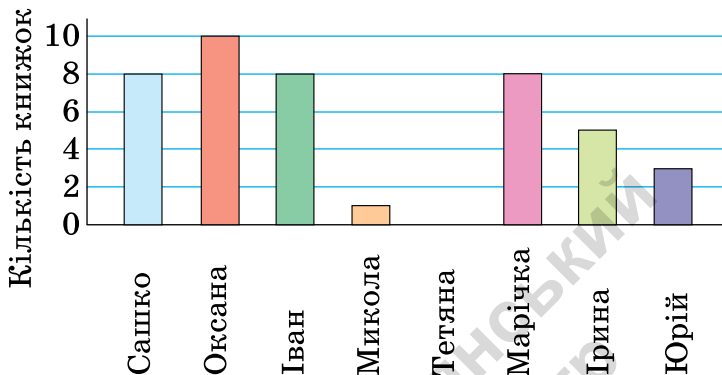
954°. Стовпчаста діаграма показує, скільки книжок прочитав за літо кожний учень і кожна учениця 7-го класу. За стовпчастою діа-



qr.orioncentr.com.ua/KNhwc



грамою (мал. 85) визначте, скільки книжок прочитали: 1) Іра; 2) Юра; 3) хто з підлітків прочитав найменше книжок, а хто — найбільше.



Мал. 85

- 955°.** У фруктовому саду ростуть 75 дерев, з них яблунь — 25, вишень — 20, абрикос — 20, а решта — сливи. За цими даними побудуйте стовпчасту діаграму.
- 956°.** У парку висадили 60 саджанців дерев, з яких дубів — 24, кленів — 8, берез — 16, а решта — липи. За цими даними побудуйте стовпчасту діаграму.
- 957.** Установлено, що для школярів найбільш раціональним є чотириразовий режим харчування: перший сніданок становить 25 %, другий сніданок — 15 %, обід — 40 %, вечеря — 20 % денного раціону. За цими даними побудуйте кругову діаграму.
- 958.** У людському організмі вода становить 60 %, білки — 20 %, жири — 15 %, вуглеводи та інші речовини — 5 %. За цими даними побудуйте кругову діаграму.
- 959.** У таблиці 48 наведено дані про розподіл часу учня впродовж доби на різні види діяльності. Подайте час у відсотках, занесіть дані в таблицю. За цими даними побудуйте кругову діаграму.

Таблиця 48

Вид діяльності	Школа	Виконання домашнього завдання	Спорт	Комп'ютерні ігри	Відпочинок на свіжому повітрі	Інші справи	Сон
Час, год	7 год	2 год	2 год	1,5 год	1,5 год	2 год	8 год
Час, %							

960. Вікторина з географії «Найбільші столиці світу» містить 24 запитання з тем «Географічне положення», «Клімат», «Економіка», «Культура», які відповідно відносяться, як 4 : 2 : 1 : 5. Скільки запитань з кожної теми у вікторині? За цими даними побудуйте стовпчасту та кругову діаграми.



961. Тест з математики містить 30 задач з алгебри, з геометрії, з логіки, що відповідно відносяться як 15 : 9 : 6. Скільки задач кожного розділу в тесті? За цими даними побудуйте стовпчасту та кругову діаграми.

962. У таблиці 49 наведено площі деяких європейських країн. За цими даними побудуйте стовпчасту діаграму.



Таблиця 49

Країна	Площа, км ²
Україна	603 700
Франція	551 595
Італія	301 318
Німеччина	357 578
Іспанія	505 992

- 963.** За даними Географічної енциклопедії України, виділено чотири найбільші озера України: Ялпуг — 149 км^2 , Кугурлуй — 94 км^2 , Кагул — 90 км^2 , Світязь — 26 км^2 . За цими даними побудуйте стовпчасту діаграму.
- 964*.** Подайте у вигляді кругової діаграми склад трав'яного чаю: меліса — 34% , фенхель — $20,6 \%$, ромашка — 14% , м'ята — $31,4 \%$.
- 965*.** У магазин завезли 160 упаковок овочевих та фруктових консервів. Овочеві консерви становлять 75% товару, причому 40% з них у скляній тарі. Побудуйте кругову діаграму розподілу овочевих і фруктових консервів залежно від тари.
- 966*.** Фірмам «Альфа», «Омега» і «Гамма» належить 75% акцій підприємства «Сиріус», які розподілені між ними у відношенні $4 : 12 : 9$. Іншими $350\,000$ акціями володіють працівники цього підприємства. Скільки акцій має кожна фірма? За цими даними побудуйте кругову і стовпчасту діаграми.

Проявіть компетентність

- 967.** Проведіть опитування однокласників на тему «Скільки часу на добу ви проводите в соціальних мережах?». Відповіді розподіліть на групи, наприклад: 1) від 0 до 30 хв; 2) від 30 хв до $1,5$ год; 3) від $1,5$ год до 2 год, 4) понад 2 год. За цими даними побудуйте стовпчасту діаграму.
- 968.** Проведіть опитування серед однокласників на тему «Чи допомагаєте ви батькам у домашніх справах?». Відповіді розподіліть на групи, наприклад: 1) так, регулярно; 2) так, але нерегулярно; 3) ні. За цими даними побудуйте кругову діаграму.

§ 27. ВИБІРКА ТА ЇЇ СЕРЕДНЄ ЗНАЧЕННЯ

1. Що таке вибірка

Ситуація. Учні й учениці сьомого класу виконували тест з математики, що містив 10 завдань. Під час перевірки вчитель виписав кількість завдань, які правильно виконав кожний учень, і отримав такий набір чисел:



qr.orioncentr.com.ua/pOZ6p

5, 9, 2, 8, 7, 7, 10, 8, 9, 6, 6, 8, 7, 7, 8, 4.

Набір числових даних, які отримав учитель, називають *вибіркою*. Кількість чисел у такому наборі називають *обсягом вибірки*. Обсяг даної вибірки $n = 16$.



Як можна систематизувати зібрані числові дані?

Кількома способами.



Спосіб 1. Упорядкувати отриманий набір чисел, наприклад, за зростанням:

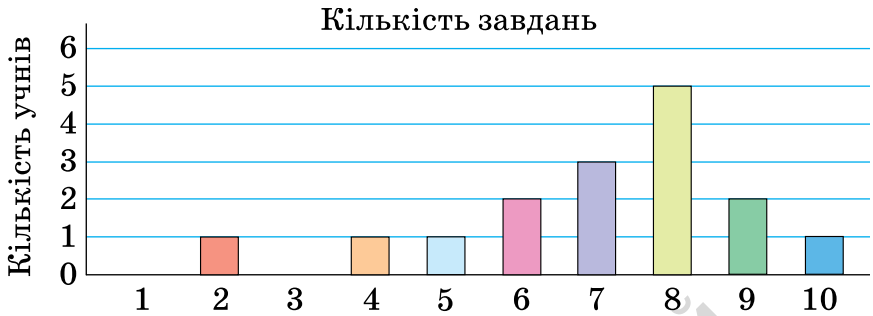
2, 4, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 10.

Спосіб 2. Подати як *частотну таблицю* (табл. 50). У її першому рядку вкажемо кількість виконаних учнем/ученицею завдань тесту, а в другому — частоту появи цього числа в наборі, тобто кількість учнів класу, які виконали в тесті відповідну кількість завдань.

Таблиця 50

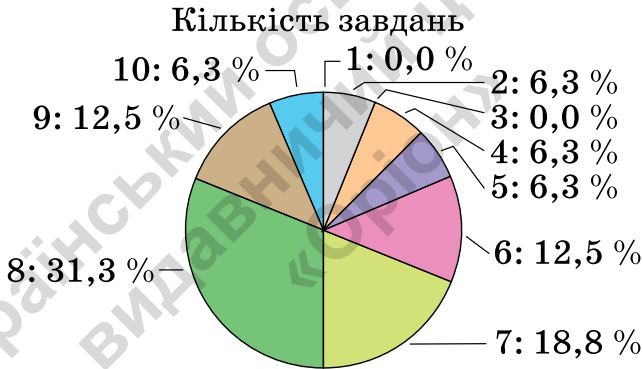
Кількість виконаних завдань	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Кількість учнів	1	0	1	1	2	3	5	2	1

Спосіб 3. Подати дані частотної таблиці у вигляді *стовпчастої діаграми*, де за віссю абсцис розмістити бали від 2 до 10, а за віссю ординат — кількість учнів (мал. 86).



Мал. 86

Спосіб 4. Подати у вигляді *кругової діаграми* (мал. 87). Для побудови кругової діаграми потрібно встановити, на скільки секторів треба поділити круг і чому дорівнює кут кожного сектора (з цим ви знайомилися в 6 класі).



Мал. 87

2. Середнє значення вибірки



Як кількісно схарактеризувати зібрані дані?

Можна вказати їх середнє значення.



Наприклад, середнє значення вибірки, яку отримав учитель, можна обчислити двома способами.

Спосіб 1:

$$\frac{5+9+2+8+7+7+10+8+9+6+6+8+7+7+8+4}{16} = 7.$$

Спосіб 2:

$$\frac{2 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 7 \cdot 3 + 8 \cdot 5 + 9 \cdot 2 + 10 \cdot 1}{16} = 7.$$

Отже, число 7 є середнім значенням вибірки, яку отримав учитель.

Запам'ятайте!

Середнім значенням (середнім арифметичним) вибірки називають частку від ділення суми всіх елементів вибірки на їхню кількість.



Середнє значення вибірки позначають так: \bar{x} .
Читають: «ікс середнє».

Задача 1 Якого елемента не вистачає у вибірці 12, 14, 15, 17, 17, 18, якщо її середнє арифметичнє дорівнює 15?

Розв'язання

Нехай x — елемент вибірки, якого не вистачає.

Обсяг вибірки: $n = 7$.

Тоді $(12 + 14 + 15 + 17 \cdot 2 + 18 + x) : 7 = 15$;

$$(93 + x) : 7 = 15;$$

$$93 + x = 105;$$

$$x = 12.$$

Отже, у вибірці не вистачає ще одного елемента 12.

3. Середнє значення величини

qr.orioncentr.com.ua/WNVoM

Ви часто чуєте вислови «середній бал», «середній зріст», «середня зарплата», які є знайомими й зрозумілими більшості людей, далеких від математики.





Як знаходять середні значення величин?

Розглянемо приклад.



Задача 2 У таблиці 51 наведено дані про віковий склад учасників шкільного театрального гуртка. За цими даними знайдіть середній вік дітей.

Таблиця 51

Вік (роки)	7	8	9	10	11	12	13	14
Кількість учасників	2	6	5	4	5	4	3	1

Розв'язання $n = 30$,

$$\frac{7 \cdot 2 + 8 \cdot 6 + 9 \cdot 5 + 10 \cdot 4 + 11 \cdot 5 + 12 \cdot 4 + 13 \cdot 3 + 14 \cdot 1}{30} = 10,1.$$

Отже, середній вік учасників шкільного театрального гуртка становить 10,1 років.



Щоб знайти *середнє значення величини*, треба обчислити середнє арифметичне заданих числових значень цієї величини.



Середнє значення величини може не збігатися з жодним із даних її значень.

Дізнайтеся більше

Наука, що вивчає методи дослідження масових, зокрема суспільних, явищ і процесів, називається *статистикою*. У будь-якій галузі господарства, суспільного життя використовують методи і дані цієї науки. Сьогодні статистику використовують, вивчаючи життєвий рівень населення та громадську думку, оцінюючи підприємницькі та фінансові ризики, у маркетингових дослідженнях, страхуванні тощо.

Слово «статистика» походить від латинського «*status*» — стан справ, а як термін воно запропоновано німецьким вченим **Готфрідом Ахенвалем** (1719—1772) у 1749 році.

qr.orioncentr.com.ua/7dNva

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/5JQdH

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
вибірка	sample	Stichprobe (f)	sélection

Пригадайте головне

1. Що називають вибіркою?
2. Що називають обсягом вибірки?
3. Як знайти середнє значення вибірки?
4. Як знайти середнє значення величини?

Усне тренування

1. Знайдіть значення виразу:

1) $x(2 - x)$, якщо $x = -3$;

2) $(x - 5)^2$, якщо $x = -7$.

2. Обчисліть раціональним способом:

1) $0,73 \cdot 0,18 + 0,73 \cdot 0,22 + 0,73 \cdot 0,35 + 0,73 \cdot 0,25$;

2) $\frac{1}{3} \cdot 2,4 + \frac{1}{3} \cdot 7,6 + \frac{1}{3} \cdot 0,4 + \frac{1}{3} \cdot 1,6$.

Розв'яжіть задачі

- 969'. На замовлення підприємства легкої промисловості провели опитування учнів школи про розмір їх спортивного взуття. Чи можна вважати отриманий набір чисел вибіркою?
- 970'. Чи є набір оцінок з алгебри у вашому щоденнику вибіркою?
- 971'. Наведіть приклад вибірки.
- 972'. Чи правильно, що середнє значення вибірки — це:
- 1) середнє арифметичне всіх значень вибірки;
 - 2) значення вибірки, яке трапляється найчастіше;
 - 3) число, яке «ділить» вибірку на дві рівні частини?

973'. Чи правильно, що для вибірки 1; 2; 3; 4; 5; 5; 6:

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} ?$$

974'. На сайті Державної служби статистики України зібрані дані про різні сфери життя. Проаналізуйте середню заробітну плату громадян за видами економічної діяльності. На скільки гривень відрізняється середня заробітна плата в сільському господарстві та в промисловості?



975'. Знайдіть обсяг вибірки:



- 1) 12; 25; 37; 48;
- 2) 8; 8; 10; 10; 10; 10;
- 3) 1; 1; 1; 2; 2; 2; 2; 2;
- 4) 6,5; 7,7; 7,7; 8,2; 8,2; 9,5; 9,5.

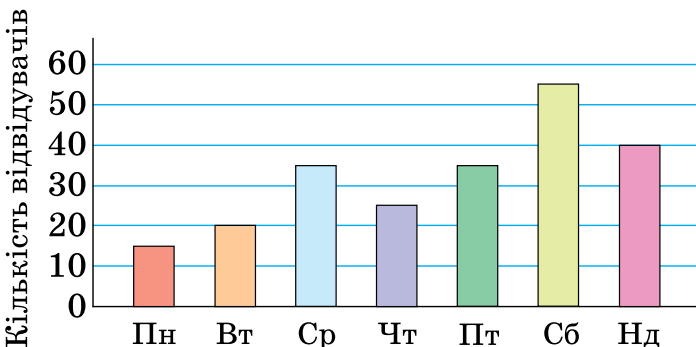
qr.orioncentr.com.ua/n2DjE

976'. Вибірку задано у вигляді таблиці (табл. 52). Визначте її обсяг.

Таблиця 52

Елементи вибірки	7	8	9	10	11	12
Частота	3	2	4	5	5	2

977'. На діаграмі (мал. 88) показано кількість відвідувачів фотовиставки «З Україною в серці» в різні дні тижня. Визначте обсяг вибірки.



Мал. 88

978°. Знайдіть середнє арифметичне набору чисел:

- 1) 18; 11; 20; 19; 2; 10;
- 2) 2,5; 4,3; 4,3; 6,2; 7,1; 7,1; 7,1;
- 3) -3; -3; -1; 0; 2; 2; 5; 7;
- 4) 145; 145; 149; 150; 150; 152; 156.

979°. Упродовж тижня Дмитро вимірював час, за який він виконував домашні завдання. Одержав такі дані: 2 год, 1,5 год, 1,8 год, 1,2 год, 2,5 год. Знайдіть середній час виконання Дмитром домашніх завдань цього тижня.



980°. Упродовж тижня Тетяна чотири рази відвідувала художню школу. Тривалість занять становила: 1,3 год, 2 год, 1 год, 0,5 год відповідно. Знайдіть середню тривалість заняття цього тижня.



981°. За яких значень x середнє арифметичне набору чисел 11,5; 12,4; 13,8; 14; x дорівнює 12,8?

982°. За яких значень x середнє арифметичне набору чисел 8,5; 2,6; 3,5; 4,8; x дорівнює 5,2?

983°. Визначте середньодобову витрату коштів на харчування в родині Терещенків за даними про такі витрати упродовж тижня (табл. 53).



Таблиця 53

День тижня	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Нд
Витрати, грн	124	106	100	102	94	128	151

984°. У таблиці 54 наведено дані про кількість уболівальників на баскетбольному турнірі в п'яти іграх. Визначте середню кількість уболівальників на баскетбольному турнірі.

Таблиця 54

Номер гри	1	2	3	4	5
Кількість уболівальників	145	112	136	142	160

- 985.** Середнє арифметичне вибірки, що містить 12 елементів, дорівнює 8,5. До вибірки дописали число 15. Знайдіть середнє арифметичне нової вибірки.
- 986.** Середнє арифметичне вибірки, що містить 24 елементи, дорівнює 6,4. До вибірки дописали число 18,9. Знайдіть середнє арифметичне нової вибірки.
- 987.** Як зміниться середнє арифметичне вибірки, якщо:
- 1) до неї додати найменший елемент;
 - 2) до неї додати найбільший елемент;
 - 3) видалити з вибірки найменший елемент;
 - 4) видалити з вибірки найбільший елемент.
- 988.** Провели опитування учнів і учениць 7-го класу про їхній зріст. Були одержані такі дані (у сантиметрах): 166, 165, 162, 168, 165, 170, 165, 165, 165, 164, 168, 169, 168, 166, 170, 165, 163, 168, 171, 174. Складіть частотну таблицю для цієї вибірки і знайдіть середнє значення вибірки.
- 989.** Провели опитування учнів і учениць 7-го класу щодо кількості дітей у їхніх родин. Були одержані такі дані: 1; 2; 2; 1; 3; 1; 2; 2; 1; 4; 1; 2; 2; 6; 3. Упорядкуйте даний набір чисел та знайдіть середнє значення вибірки.
- 990*.** Результати дослідження записали в таблицю 55, але пропустили одне число. Чи можливо його відновити, якщо середнє арифметичне вибірки дорівнює 16?



qr.orioncentr.com.ua/4Kurc

Таблиця 55

Елемент	14	10	15		18	23
Частота	5	2	4	3	6	2

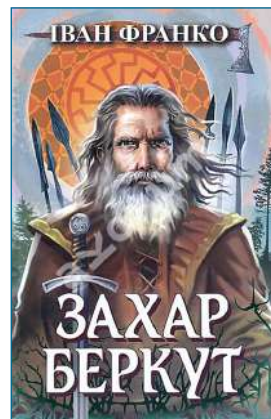
- 991***. Середнє арифметичне деякого набору даних, що складається з восьми чисел, дорівнює 16. До цього набору приписали числа 15 і 17. Чому дорівнює середнє арифметичне нового набору чисел?
- 992***. Кожне число набору даних збільшили на 10. Як змінилося його середнє значення?
- 993***. Кожне число набору даних збільшили вдвічі. Як змінилося його середнє значення?

Проявіть компетентність

994. Проведіть колективне дослідження про те, які жіночі та чоловічі імена є найбільш популярними: 1) для вашого покоління; 2) для покоління ваших батьків; 3) для покоління ваших дідусів і бабусь. За результатами опитування складіть рейтинг жіночих і чоловічих імен.

995. Проведіть у своїй школі опитування про улюблені шкільні предмети. Складіть на його основі рейтинг шкільних предметів. З'ясуйте, чи спостерігається залежність цього рейтингу від віку школярів.

996. Олена поставила за мету протягом двох тижнів читати в середньому 10 сторінок за день повісті «Захар Беркут» Івана Франка. Вона щодня записувала кількість сторінок, які прочитала за день: 10, 8, 11, 12, 6, 13, 10, 6, 12, 13, 4, 12, 15. Яку мінімальну кількість сторінок їй треба прочитати за чотирнадцятий день, щоб досягти своєї мети?



§ 28. КОМБІНАТОРНІ ЗАДАЧІ

1. Що таке комбінаторна задача

Ситуація. Сашко, Микола й Петро виграли в лотерею два квитки в цирк. Скільки існує різних способів у друзів відвідати виставу в цирку?



qr.orioncentr.com.ua/6wEeB



Як виконати таке обчислення?

Перебрати всі можливі варіанти.



У нашій задачі задано елементи для комбінування, а вимагається знайти, скільки існує варіантів для їх комбінування. Такі задачі називаються *комбінаторними*. Для їх розв'язування використовують різні способи.

2. Спосіб перебору

Розглянемо всі можливі варіанти комбінування. У цирк можуть піти:

- 1) або Сашко й Микола;
- 2) або Сашко й Петро;
- 3) або Микола й Петро.



Суть способу перебору полягає в переборі всіх можливих варіантів із заданих елементів для комбінування.

Задача 1 Скількома способами можна розмістити на столі в один ряд підручник, зошит і щоденник?

Розв'язання Введемо позначення: підручник — П, зошит — З, щоденник — Щ.

Спосіб 1. Складемо таблицю 56.

Таблиця 56

ПЗЩ	ЗПЩ	ЩПЗ
ПЩЗ	ЗЩП	ЩЗП

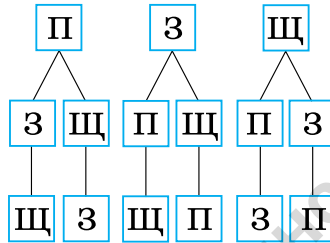
Перший стовпчик починаємо з П.

Другий стовпчик — із З.

Третій стовпчик — із Щ.

Отже, маємо 6 варіантів.

Спосіб 2. Побудуємо схему, яка допоможе виявити всі можливі варіанти (мал. 89).



Мал. 89

Порахуємо кількість квадратиків у найнижчому, третьому рівні. Їх 6. Отже, підручник, зошит і щоденник можна розмістити шістьма способами.

Щоб виписати ці варіанти комбінування, пройдемо кожним ланцюжком гілок — від найвищого до найнижчого рівня: ПЗЩ, ПЩЗ, ЗПЩ, ЗЩП, ЩПЗ, ЩЗП.

Цю схему називають *деревом можливих варіантів*.



У дереві можливих варіантів:

— стільки рівнів, скільки задано елементів для комбінування;

— на кожному рівні проводять стільки гілок, скільки елементів залишилось перебрати.

3. Правило додавання

Задача 2 Катя вирішила купити повітряну кульку — або червону, або жовту. У магазині було 3 різні червоні кульки і 4 різні жовті кульки. Скількома способами Катя може здійснити цю покупку?



qr.orioncentr.com.ua/JKTEc

Розв'язання Усього в магазині є $3 + 4 = 7$ червоних і жовтих кульок. Тому обрати або червону, або жовту кульку можна 7 способами.

Під час розв'язування задачі ми використати *правило додавання*.

Запам'ятайте!

Правило додавання

Якщо деякий елемент A можна вибрати з даної сукупності елементів n способами, а елемент B можна вибрати m способами, то вибрати **або** елемент A , **або** елемент B можна $n + m$ способами.



Елементи — це будь-які об'єкти, які можна поррахувати.

4. Правило множення

Задача 3 Катя вирішила купити дві повітряні кульки: червону й жовту. У магазині було 3 різні червоні кульки і 4 різні жовті кульки. Скількома способами Катя може здійснити покупку?

Розв'язання

1) Катя обирає першу червону кульку, а до неї можна обрати 4 різні жовті кульки. Тобто існує 4 способи.

2) Катя обирає другу червону кульку, а до неї — 4 різні жовті, тобто ще 4 способи.

3) Катя обирає третю червону кульку, а до неї — 4 різні жовті, тобто ще 4 способи.

Отже, загалом існує $4 + 4 + 4 = 3 \cdot 4 = 12$ (способів).

Задача 4 У фінал змагань зі стрибків у довжину вийшли Олег, Ігор, Максим і Дмитро. Скількома способами можуть розподілитися перші 3 місця в цих змаганнях.

Розв'язання

I місце може вибороти один із чотирьох хлопчиків.

II місце — один із трьох хлопчиків, що залишились.

III місце — один із двох хлопчиків, що залишилися.
Отже, всіх можливих варіантів:

$$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24.$$

Під час розв'язування задач ми використали *правило множення*.

Запам'ятайте!

Правило множення

Якщо деякий елемент A можна вибрати з даної сукупності об'єктів n способами, а елемент B — m способами, то вибрати i елемент A , i елемент B можна $n \cdot m$ способами.

Дізнайтеся більше

1. Ядренко Михайло Йосипович (1932–2004) віддавав багато сил та енергії розвитку шкільної математичної освіти, організації математичних олімпіад, виданню сучасних посібників з елементарної математики і комбінаторики, а також збірників задач до математичних олімпіад.

qr.orioncentr.com.ua/Nt9yn



2. Ющенко Катерина Логвинівна (1919–2001) — авторка першої в світі адресної мови програмування. Ця розробка випередила на два роки мову Fortran, на три — Cobol, і на п'ять — ALGOL. За сорок років роботи в Інституті кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України нею створена широковідома в Україні й за кордоном наукова школа теоретичного програмування.

qr.orioncentr.com.ua/rNc53



Словничок

qr.orioncentr.com.ua/rbNAE

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
комбінаторика	combinatorics	Kombinatorik (f)	combinatoire

Пригадайте головне

1. Поясніть, які задачі називають комбінаторними.
2. У чому полягає суть способу перебору розв'язування комбінаторних задач?
3. Поясніть, як розв'язують комбінаторні задачі за допомогою дерева можливих варіантів.
4. Сформулюйте правило додавання для комбінаторних задач.
5. Сформулюйте правило множення для комбінаторних задач.

Усне тренування

1. Знайдіть значення виразів:

1) $|-2| + |-3|$;

5) $|-12| - 0,5$;

2) $|-10| - 5$;

6) $|-15 - 3,5|$;

3) $|-2,3| + |-3,7|$;

7) $|-2,8 + 7,7|$;

4) $-4 - |-2,5|$;

8) $-|13 - 2,5|$.

2. Яке число треба записати замість *, щоб утворилася правильна рівність:

1) $-(-15) = *$;

4) $-(-2,8) = |*|$;

2) $-* = |-5|$;

5) $|*| = *$;

3) $2\frac{6}{7} = -(*);$

6) $|*| = -*.$

3. Обчисліть:

1) $|-4| \cdot 2$;

5) $28 : |-1,4|$;

2) $|-4| \cdot (-2)$;

6) $|-10| \cdot 5,6$;

3) $(-4) : |-2|$;

7) $|-8,3| : |-8,3|$;

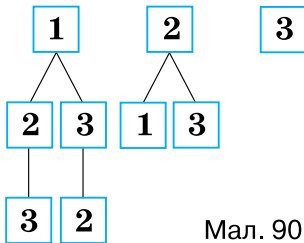
4) $-(-4) : (-|-2|)$;

8) $-4 \cdot |-2,5|$.

Розв'яжіть задачі

- 997'. На кіносеанс Олегові, Ігорю, Максиму, Дмитру й Петру купили квитки в шостому ряду. Скільки елементів у цій комбінаторній задачі?
- 998'. Назвіть усі можливі варіанти пар, утворених із букв А і У. Скільки їх?
- 999'. Скількома способами на контурній карті можна зафарбувати в один колір дві країни, маючи синій і червоний олівці?

1000°. На малюнку 90 розпочато побудову дерева можливих варіантів комбінування цифр 1, 2 і 3. Скільки рівнів має бути в дерева? Чи на всіх рівнях завершено побудову? Добудуйте дерево. Скільки варіантів комбінування отримали?



Мал. 90



qr.orioncentr.com.ua/mmRir

1001°. Чи правильно виписано всі можливі варіанти комбінування букв Р, А і К в таблиці 57?

Таблиця 57

РАК	КАР
АКР	РА
РК	АК

1002°. Доповніть таблицю 58 так, щоб у ній були виписані всі можливі варіанти комбінування цифр 3, 6 і 9.

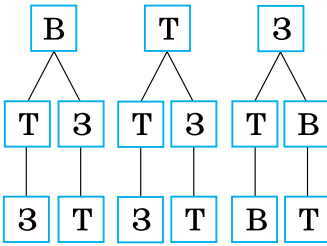
Таблиця 58

369	396
693	
963	

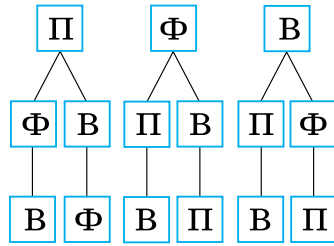
1003°. Кролик подарував Вінні-Пухові банку варення, торт і банку згущеного молока. Скількома способами Вінні-Пух може поласувати солодощами? Чи правильно побудовано до задачі дерево можливих варіантів на малюнку 91?

1004°. Наталка купила три морозива: пломбір, фруктове й ванільне. Скількома способами дівчинка може поласувати морозивом? Чи правильно побудовано до задачі дерево можливих варіантів на малюнку 92?



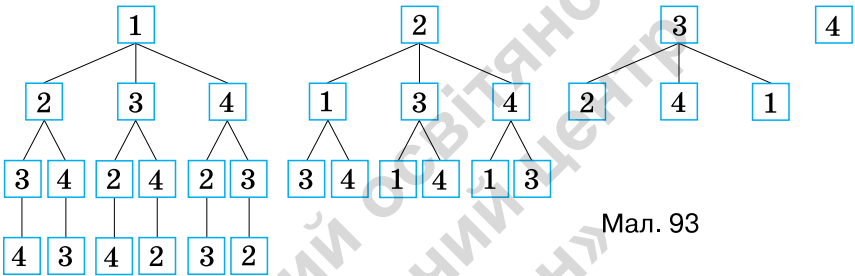


Мал. 91



Мал. 92

1005°. Випишіть усі можливі варіанти комбінування цифр 1, 2, 3 і 4. Добудуйте дерево можливих варіантів (мал. 93).



Мал. 93

1006°. Випишіть усі можливі варіанти комбінування букв А, О, І. Побудуйте дерево можливих варіантів.

1007°. На гору веде три дороги. Петро, Микола й Василь вирішили піднятися на гору різними дорогами. Скількома способами це можна зробити?


1008°. На столі лежать яблуко, банан і груша. Скількома способами можна обрати: 1) один фрукт; 2) два фрукти; 3) три фрукти?

1009°. Кафе пропонує в меню 3 перші страви, 6 других страв і 5 третіх страв. Скількома способами можна обрати:



qr.orioncentr.com.ua/qXidR

- 1) одну страву;
- 2) обід із трьох страв (по одній кожного виду)?

- 1010°.** У класі загалом 27 учнів та учениць: 12 хлопців і 15 дівчат. Скількома способами можна вибрати пару для танців (хлопця й дівчину)?
- 1011°.**  Волонтери закупили для притулку для тварин п'ять видів сухого корму та три види м'ясних консервів. Скількома способами можна нагодувати тварин обідом, що складається:
1) з однієї страви; 2) із двох страв?
- 1012°.** Скільки трицифрових чисел можна скласти із цифр:
1) 1, 2 і 3; 2) 7, 5 і 8?
- 1013°.** Скількома способами можна приклеїти три різні картинки в один ряд?
- 1014.** Скільки наборів букв можна скласти з букв І, К, Т, М?
- 1015.** Скільки наборів слів можна скласти зі слів НЕБО, СЬОГОДНІ, ЗОРЯНЕ?
- 1016.** Складіть дерево можливих варіантів розміщення чергових Петренка, Сидоренка, Василенка та Іваненка на чотирьох поверхах школи.
- 1017.** Скількома способами можна розкласти в один ряд чотири різні монети?
- 1018.** Випишіть усі можливі варіанти комбінування букв А, О, І, У. Побудуйте дерево можливих варіантів.
- 1019.** Скільки трицифрових чисел можна скласти із цифр 1, 2 і 0?
- 1020.** Скільки трицифрових чисел можна скласти із цифр 4, 2 і 5 так, щоб першою стояла цифра 5?
- 1021.** На гору веде три дороги. Скількома способами можна піднятися на гору та спуститися з неї так, щоб двічі не пройти однією дорогою?

- 1022.** Дано чотирикутник. Скільки існує відрізків із кінцями в його вершинах?
- 1023.** У змаганні брало участь 10 команд. Кожна команда грала з усіма іншими командами. Скільки всього ігор було зіграно?
- 1024.** Скільки п'ятицифрових чисел можна скласти із цифр 1, 2, 3, 4 і 5?
- 1025.** Скільки трицифрових чисел можна скласти із цифр 1, 2, 3, 4, 5 і 6, якщо: 1) усі цифри числа — різні; 2) цифри в числі можуть повторюватися?
- 1026.** Скільки двоцифрових чисел можна скласти із цифр 1, 2, 3, 4, 5 і 6, якщо: 1) усі цифри числа — різні; 2) цифри в числі можуть повторюватися?
- 1027.** Скільки є двоцифрових чисел із різними цифрами?
- 1028.** Скільки існує трицифрових чисел із різними цифрами?
- 1029*.** Оля, Юля, Іра, Іван і Олег купили квитки на концерт. Скількома способами можуть розсістися діти, щоб усі дівчата сиділи поряд?
- 1030*.** Скільки трицифрових чисел можна утворити з парних цифр, якщо:
1) усі цифри числа — різні;
2) цифри в числі можуть повторюватися?
- 1031*.** Скільки варіантів комбінування слів ТАНКУ, У, СНІЖИНКИ, КРУЖЛЯЛИ можна скласти? У скількох із них утворюється речення?
- 1032*.** Скільки п'ятицифрових чисел можна скласти із цифр 4, 2, 3, 8, 0, якщо на місці тисяч може стояти 2 або 3, а на місці десятків — 8 або 4?
- 1033*.** Скільки варіантів комбінування букв М, А, И, К, Р можна скласти? У скількох із них утворюється слово?

Проявіть компетентність

- 1034.** Марія забула дві останні цифри номера мобільного телефону подруги. Скільки варіантів їй доведеться перебрати?
- 1035.** Ви вирішили відвідати музей, театр і виставку. Скільки варіантів вашої культурної програми ви можете розробити?
- 1036.** На малюнку 94 зображено три фрагменти узору. Скількома способами можна утворити орнамент?



Мал. 94

§ 29. ЙМОВІРНІСТЬ ВИПАДКОВОЇ ПОДІЇ

1. Випадкова подія

Ситуація. Оксана й Сашко перед уроком алгебри ведуть дискусію.

Оксана: «Мене, ймовірно, сьогодні вчителька буде викликати до дошки».

Сашко: «Ні, тебе нещодавно опитували, тому більш ймовірно, що до дошки піду я».



qr.orioncentr.com.ua/bXnzF



Чому учні вживають у розмові слово «ймовірно»?

Вони не знають точно, чи викличуть їх до дошки, чи ні.



Опитування біля дошки — це *подія*, яка може відбутися або не відбутися.

Запам'ятайте!

Явище, про яке можна сказати, що воно відбудеться чи не відбудеться за певних умов, називається *випадковою подією* або (коротко) *подією*.



Події позначають буквами: A , B , C . Читають: подія A , подія B , подія C .

Математики вважають, що будь-яка випадкова подія відбувається (чи не відбувається) внаслідок проведення деякого *експерименту*.

Наприклад, проведемо *експеримент* — підкидання монети.



Мал. 95

Результати експерименту: випаде або «герб», або «цифра» (мал. 95) — це *події* A і B .



Такий експеримент (випробування) називають *випадковим* або *стохастичним*.

2. Достовірна й неможлива події

Скільки різних подій може відбутися внаслідок одного підкидання грального кубика?

Шість.



Усі випробування з підкидання грального кубика завершуються настанням лише однієї з шести подій.

Наприклад, у результаті одного підкидання грального кубика із шести можливих подій відбудеться лише одна подія: або поява 1, або поява 2, або поява 3, або поява 4, або поява 5, або поява 6.



Запам'ятайте!

Подію, яка в результаті даного випробування **неодмінно відбудеться**, називають **достовірною**.

Подію, яка внаслідок даного випробування **не може відбутися**, називають **неможливою**.

Наприклад, подія B — «поява на одній з граней грального кубика 7 очок» є *неможливою*.

Задача 1 У скриньці знаходяться білі кульки. Зі скриньки можна виймати тільки по одній кульці. Якою є подія:
1) вийнято білу кульку; 2) вийнято чорну кульку?

Розв'язання

1. Подія A — «вийнято білу кульку» — це достовірна подія, бо в даному випробуванні вона є єдино можливим його результатом.

2. Подія B — «вийнято чорну кульку» — це неможлива подія, бо в даному випробуванні такого результату не може статися.

3. Ймовірність випадкової події

Під час підкидання грального кубика події «поява 1», «поява 2», «поява 3», «поява 4», «поява 5», «поява 6» є *рівноможливими* і *несумісними*.



qr.orioncentr.com.ua/t3xVD



Події називаються **рівноможливими**, якщо поява кожної з них є **однаково можливою** порівняно з іншими.

Події називають **несумісними**, якщо поява однієї з них **виключає** появу іншої.

Події «поява 1», «поява 3» і «поява 5» є *сприятливими* для події «поява непарної кількості очок», а події «поява 2», «поява 4» і «поява 6» — для події «поява парної кількості очок».

Запам'ятайте!

Ймовірністю події A називається відношення числа m сприятливих для A подій до числа n усіх рівноможливих у даному випробуванні подій:

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$



Позначають: $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$.

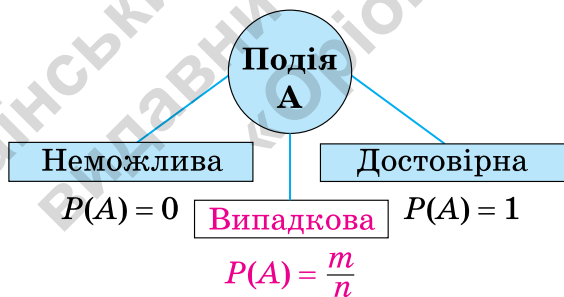
Читають: «ймовірність події A , ймовірність події B , ймовірність події C ».

Числа m і n можуть дорівнювати одне одному.

Наприклад, ймовірність *достовірної* події «поява від 1 до 6 очок» у результаті одного підкидання грального кубика дорівнює 1, оскільки $\frac{m}{n} = \frac{6}{6} = 1$.



Ймовірність події може набувати значень лише від 0 до 1 (мал. 96).



Мал. 96

Задача 2 Зі скриньки, у якій є 3 чорні та 5 білих кульок, навмання вийняли одну кульку. Яка ймовірність того, що ця кулька: 1) чорна; 2) біла?

Розв'язання

1. Подія A — «вийнято чорну кульку».

Загальна кількість кульок $n = 8$.

Чорних кульок 3, тому $m = 3$.

Ймовірність події A : $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{8}$.

2. Подія B — «вийнято білу кульку».

Загальна кількість кульок $n = 8$.

Білих кульок 5, тому $m = 5$.

Ймовірність події B : $P(B) = \frac{m}{n} = \frac{5}{8}$.

Проаналізуємо результати, отримані в задачі 2:

$$P(A) = \frac{3}{8}$$

$$P(B) = \frac{5}{8}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = 1$$

Запам'ятайте!

Сума ймовірностей усіх рівноможливих подій випробування дорівнює 1.

Ймовірність однієї з двох рівноможливих подій випробування можна визначити як різницю числа 1 і ймовірності іншої події. Наприклад:

$$P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}.$$

Задача 3 Кидають два гральні кубики. Яка ймовірність того, що в сумі випаде 6 очок?

Розв'язання Подія C — «у сумі випало 6 очок».

Можливими є такі пари чисел на двох гральних кубиках:

1 і 5, 2 і 4, 3 і 3, 4 і 2, 5 і 1.

Отже, $m = 5$.

Порахуємо загальну кількість варіантів. У результаті підкидання одного грального кубика можливі шість різних варіантів. А при підкиданні двох кубиків: $6 \cdot 6 = 36$. Отже, $n = 36$.

$$P(C) = \frac{m}{n} = \frac{5}{36}.$$

Дізнайтеся більше

1. Стохастичність (від грецького *στόχος* — мета, припущення) означає випадковість.

2. Теорія ймовірностей — це розділ математики, який вивчає закономірності випадкових явищ. Виникла в середині XVII століття, коли були поширені азартні ігри, в яких результат залежав від випадку (ігри з кубиками, гра в «орлянку», деякі картярські ігри). Вони і спонукали до аналізу випадкових подій.



Вважають, що історія теорії ймовірностей розпочинається з роботи **Якоба Бернуллі** (1654–1705) «*Ars Conjectandi*» («Мистецтво припущень»), яка була опублікована в 1713 році.

3. Позначення $P(A)$ походить від першої літери французького слова *probabilite* — ймовірність. qr.orioncentr.com.ua/5UDZV

Словничок

qr.orioncentr.com.ua/H4upK

Українська	Англійська/ English	Німецька/ Deutsch	Французька/ Français
ймовірність	probability	Wahrscheinlichkeit (<i>f</i>)	probabilité

Пригадайте головне

1. Що таке подія?
2. Яку подію називають достовірною?
3. Яку подію називають неможливою?
4. Які події називають несумісними?
5. Які події називають рівноможливими?
6. Що таке ймовірність події?
7. Як знайти ймовірність події?
8. Яких значень може набувати ймовірність події?

Усне тренування

Обчисліть:

$$1) 0,3 \cdot \frac{2}{10} \cdot 10;$$

$$\frac{5}{10} \cdot 0,5 \cdot 0,08 \cdot 2,5;$$

$$2) 0,25 \cdot 0,001 \cdot 0,2 \cdot 1000; \quad 0,25 \cdot 6,24 \cdot 0,4;$$

$$3) \frac{4}{5} + 8\frac{2}{3} + 3\frac{1}{3} + \frac{1}{5}; \quad \frac{5}{9} \cdot 0,3 \cdot \frac{9}{5} + \frac{10}{11} \cdot 1,1 \cdot 12.$$

Розв'яжіть задачі

1037'. Які події можна отримати внаслідок проведення випробування:

- 1) монету підкидають один раз;
- 2) монету підкидають два рази;
- 3) гральний кубик кидають один раз;
- 4) стріляють по мішені один раз;
- 5) стріляють по мішені два рази;
- 6) зі скриньки, у якій лежать біла і чорна кульки, виймають кульку?

1038'. Наведіть приклад:

- 1) випадкової події;
- 2) неможливої події;
- 3) достовірної події.

1039'. Визначте якими (випадковими, неможливими чи достовірними) є події:



qr.orioncentr.com.ua/0k5tk

- 1) у результаті підкидання грального кубика випаде 6 очок;
- 2) завтра буде сонячна погода;
- 3) при підкиданні одного грального кубика випаде не більше, ніж 6 очок;
- 4) після 29 лютого настає 30 лютого;
- 5) вибране навмання двоцифрове число є парним;
- 6) якщо сьогодні понеділок, то завтра буде вівторок.

1040'. Тарас загадав натуральне число. Якими є наступні події:

- 1) це число парне;
- 2) це число менше від нуля;

- 3) це число просте;
 4) це число має дільником число 1?

1041°. Проведіть випробування з підкиданням двох гральних кубиків та підрахуйте суму очок на кубиках. Якими є наступні події:

- 1) сума очок дорівнює 3;
- 2) сума очок є парним числом;
- 3) сума очок більша за 1;
- 4) сума очок більша за 18?

1042°. Проведіть випробування з підкиданням двох гральних кубиків та підрахуйте модуль різниці очок на кубиках. Якими є наступні події:

- 1) модуль різниці дорівнює 0;
- 2) модуль різниці є непарним числом;
- 3) модуль різниці дорівнює 7;
- 4) модуль різниці менший від 6?

1043°. Запишіть слово «ймовірність». Якими є наступні події:

- 1) у слові є літера а;
- 2) у слові відсутня літера б;
- 3) із букв цього слова можна скласти інші слова;
- 4) у слові менше, ніж 15 літер.

1044°. Монету підкидають один раз. Яка ймовірність того, що випаде «цифра»?

1045°. Монету підкидають один раз. Яка ймовірність того, що випаде «герб»?

1046°. Оля загадала двоцифрове просте число. Яка ймовірність того, що це число:

- | | |
|-------------|------------------|
| 1) 13; | 4) більше за 20; |
| 2) непарне; | 5) парне; |
| 3) 48; | 6) 97? |

1047°. Катруся загадала одноцифрове натуральне число. Яка ймовірність того, що це число:

- 1) 8; 2) 0; 3) непарне?

1048°. Гральний кубик кидають один раз. Підрахуйте ймовірність події:



- 1) «випадає 2 очки»;
- 2) «випадає 5 очок»;
- 3) «випадає парне число очок»;
- 4) «випадає число очок, кратне числу 3».



qr.orioncentr.com.ua/1Non2

1049°. Гральний кубик кидають один раз. Підрахуйте ймовірність події:

- 1) «випадає 3 очки»;
- 2) «випадає непарне число очок».

1050°. У класі навчаються 14 хлопців і 16 дівчат. Один учень захворів. Яка ймовірність того, що це:

- 1) хлопець; 2) дівчина?

1051°. У змаганнях брали участь 17 хлопців і 15 дівчат, які мають рівні шанси на перемогу. Яка ймовірність того, що перше місце виборів:

- 1) хлопець;
- 2) дівчина?

1052°. Зі скриньки, у якій є 6 червоних, 5 чорних та 4 білі кульки, навмання вийнято одну кульку. Яка ймовірність того, що ця кулька:

- 1) червона;
- 2) біла;
- 3) не червона?

1053°. Зі скриньки, у якій є 4 сині, 5 червоних та 7 зелених кульок, навмання вийнято одну кульку. Яка ймовірність того, що ця кулька:

- 1) синя;
- 2) зелена;
- 3) не зелена?

1054°. У родині двоє дітей. Яка ймовірність того, що обидві дитини — хлопчики, якщо припустити, що ви-

падки народження хлопчика й дівчинки є рівноможливими подіями?

- 1055.** У родині двоє дітей. Яка ймовірність того, що в родині є хлопчик і дівчинка, якщо випадки народження хлопчика й дівчинки є рівноможливими подіями?
- 1056.** Монету підкидають два рази. Яка ймовірність того, що випадуть:
- 1) дві «цифри»;
 - 2) два «герби»;
 - 3) «цифра і герб»?
- 1057.** Підкидають дві монети. Яка ймовірність того, що монети упадуть однаковою стороною доверху?
- 1058.** У змаганнях зі штовхання ядра беруть участь 9 спортсменів із Данії, 3 спортсмени зі Швеції, 8 спортсменів із Норвегії та 5 — із Фінляндії. Порядок, у якому виступають спортсмени, визначається жеребкуванням. Знайдіть ймовірність того, що спортсмен, який виступає останнім, виявиться з Фінляндії.
- 1059.** У змаганнях із плавання беруть участь 4 спортсмени з Польщі, 8 спортсменів із Болгарії, 7 спортсменів із Румунії і 5 — зі Словенії. Порядок, у якому виступають спортсмени, визначається жеребкуванням. Знайдіть ймовірність того, що спортсмен, який виступає першим, виявиться з Польщі.
- 1060.** На завод привезли партію, що містить 1000 підшипників, із яких 30 підшипників не відповідають стандарту. Визначте ймовірність того, що взятий навмання підшипник виявиться стандартним.
- 1061.** На фабриці виготовляють сумки. За день було виготовлено 170 сумок, із яких 5 виявилися з прихованими дефектами. Знайдіть ймовірність того, що куплена в магазині сумка з цієї партії виявиться якісною.

- 1062.** У випадковому експерименті кидають два гральні кубики. Знайдіть ймовірність того, що в сумі випаде 8 очок.
- 1063.** У випадковому експерименті кидають два гральні кубики. Знайдіть ймовірність того, що на кубиках випаде однакова кількість очок.
- 1064*.** У випадковому експерименті кидають три гральні кубики. Знайдіть ймовірність того, що в сумі випаде 14 очок.
- 1065*.** У випадковому експерименті монету кидають тричі. Знайдіть ймовірність того, що «герб» випаде всі три рази.
- 1066*.** У сьомому класі 30 учнів. Зі списку учнів випадково обирають одного учня. Імовірність того, що вік навмання взятого учня менший від 13 років, дорівнює $\frac{1}{5}$. Знайдіть кількість учнів цього класу, які мають вік, менший від 13 років.

Проявіть компетентність

- 1067.** Проведіть випробування з підкиданням трьох монет і вкажіть, які з наступних подій у цьому випробуванні відбулися, а які — ні:
- 1) подія A — «гербів і цифр випало порівну»;
 - 2) подія B — «гербів випало більше»;
 - 3) подія C — «цифр випало більше».
- 1068.** Дарина й Сергій придумали гру: кидають два гральні кубики, і якщо сума очок дорівнює 11, то виграла Дарина, а якщо сума очок дорівнює 12, то виграв Сергій. У кого з дітей більше шансів виграти — у Дарини чи в Петра?
- 1069.** Складіть та розв'яжіть власну задачу, аналогічну до попередньої.

ПЕРЕВІРТЕ, ЯК ЗАСВОЇЛИ МАТЕРІАЛ РОЗДІЛУ 6

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

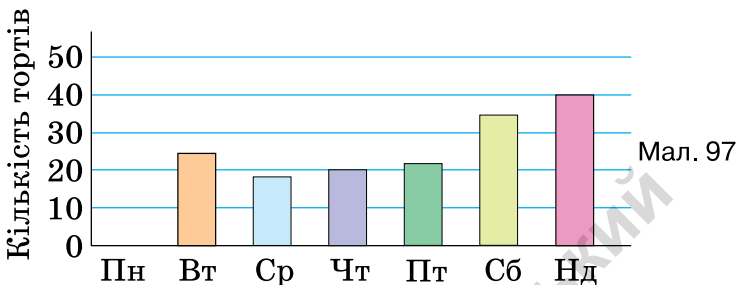
1. Що називають відсотком?
2. Як знайти відсоток числа; число за його відсотком; відсоткове відношення двох чисел?
3. Які способи представлення даних ви знаєте?
4. Чим відрізняються кругова і стовпчаста діаграми?
5. Поясніть, як будують кругову діаграму; стовпчасту діаграму.
6. Що називають вибіркою; обсягом вибірки?
7. Як знайти середнє арифметичне вибірки?
8. Як знайти середнє значення величини?
9. Поясніть, які задачі називають комбінаторними.
10. У чому полягає суть способу перебору розв'язування комбінаторних задач?
11. Поясніть, як розв'язують комбінаторні задачі за допомогою дерева можливих варіантів.
12. Сформулюйте правило додавання для комбінаторних задач.
13. Сформулюйте правило множення для комбінаторних задач.
14. Що таке подія?
15. Яку подію називають достовірною?
16. Яку подію називають неможливою?
17. Які події називають несумісними; рівноможливими?
18. Що таке ймовірність події?
19. Як знайти ймовірність події?
20. Яких значень може набувати ймовірність події?

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

Уважно прочитайте задачі та знайдіть серед запропонованих відповідей правильну. Для виконання тестового завдання потрібно 10–15 хв.

- 1°. Тетяна прочитала 168 сторінок, що становить 48 % усієї книжки. Скільки сторінок у книжці?
 - А. 8064 с.
 - Б. 350 с.
 - В. 450 с.
 - Г. 546 с.

- 2°. На діаграмі (мал. 97) відображено кількість проданих тортів у кондитерській. Які з поданих тверджень правильні?



- А. У п'ятницю продали більше тортів, ніж у вівторок.
 Б. Найменше тортів продали у вівторок.
 В. У неділю продали понад удвічі більше тортів, ніж у середу.
 Г. У четвер продали на 50 % менше тортів, ніж у суботу.
- 3°. На тренуванні Максим учився кидати м'яч у кільце. Виконавши 60 кидків, він влучив у кільце 35 разів. Яка ймовірність влучання в баскетбольне кільце?
- А. $\frac{7}{12}$. Б. $\frac{5}{12}$. В. $\frac{1}{35}$. Г. $\frac{1}{25}$.
4. Скільки парних трицифрових чисел можна скласти з цифр 1, 2, 3, 5, якщо всі цифри в запису числа різні?
- А. 12. Б. 6. В. 3. Г. 2.
- 5*. У класі за контрольну роботу з алгебри 8 учнів отримали оцінку 12; 4 учні — оцінку 10; 7 учнів — оцінку 8; 3 учні — оцінку 6, а кілька учнів — оцінку 5. Скільки учнів отримали оцінку 5, якщо середній бал класу за контрольну роботу дорівнює 9?
- А. 6 учн. Б. 5 учн. В. 4 учн. Г. 3 учн.



ЗАДАЧІ І ВПРАВИ ДЛЯ ПОВТОРЕННЯ

Розділ 2. ВИРАЗИ І ТОТОЖНОСТІ

qr.orioncentr.com.ua/T516J



1. Дано числа 4 і 2. Складіть вираз, який є: 1) сумою цих чисел; 2) різницею цих чисел; 3) добутком цих чисел; 4) часткою цих чисел; 5) степенем, у якого перше число є основою; 6) степенем, у якого перше число є показником. Знайдіть значення цих виразів.
2. Знайдіть значення виразу:
1) $18 - 10 \frac{5}{6} \cdot 1 \frac{13}{35} + 6 \frac{5}{14}$; 3) $\left(3 \frac{2}{3} - 1 \frac{2}{7} \cdot 5 \frac{4}{9}\right) : (-2,5)$;
2) $5 \frac{4}{7} \cdot 2 \frac{9}{13} - 1 \frac{2}{3} : \left(4 \frac{2}{9} - 2 \frac{5}{6}\right)$; 4) $0,6 \cdot \frac{5}{6} - \left(3 \frac{5}{9} - 2 \frac{2}{15}\right) : 9,6$.
3. Обчисліть найбільш раціональним способом:
1) $1,64 \cdot 4,8 + 4,8 \cdot 3,36$; 4) $\frac{3}{5} + 4 \frac{3}{4} + 1 \frac{2}{5} + 4 \frac{1}{4}$;
2) $5,32 \cdot 3,1 - 3,32 \cdot 3,1$; 5) $\left(3 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) \cdot 6$;
3) $3 \frac{2}{5} \cdot 2 \frac{3}{7} \cdot 5 \cdot 7$; 6) $6 \frac{2}{13} \cdot 5 \frac{1}{6} + 5 \frac{11}{13} \cdot 5 \frac{1}{6}$.
4. У 7-А класі навчається 20 учнів, у 7-Б класі — на 3 учні менше, ніж у 7-А класі, а в 7-В класі — на 5 учнів більше, ніж у 7-Б класі. Скільки всього учнів навчається у цих класах? Складіть числовий вираз для розв'язування задачі та знайдіть його значення.
5. На першій полиці стоїть 15 книжок, на другій — на 7 книжок менше, ніж на першій, а на третій — стільки книжок, скільки на першій і другій полицях разом. Скільки всього книжок стоїть на трьох полицях? Складіть числовий вираз для розв'язування задачі та знайдіть його значення.

6. Яке число треба записати замість зірочки, щоб вираз не мав змісту:

1) $\frac{5^2 - 2 \cdot 0,5}{2 \cdot * + 4}$; 2) $\frac{2,4 : 6 - 3}{(12 - *) : 5}$?

7. Знайдіть значення виразу:

1) $12a - 4b + 5$, якщо $a = -1\frac{2}{3}$, $b = 0,25$;

2) $0,15c - 14d^2 + 4,5$, якщо $c = -20$, $d = \frac{1}{2}$.

8. Якими даними потрібно доповнити таблицю 1.

Таблиця 1

x	5	-10	1,2	$\frac{2}{3}$
y	0,2	10	-0,4	$-\frac{1}{6}$
$x + y$				
$2x + 5y$				
$y - x$				
$\frac{y - 2}{x}$				

9. Чи всі значення змінних є допустимими для виразу:

1) $2a - b + 3c$; 2) $\frac{2}{x - 5}$; 3) $\frac{n - 5}{n + 2}$; 4) $\frac{2m + 4}{5}$?

10. У числовому виразі $\frac{3 \cdot 5 + 0,5 : 5}{4 \cdot 5 - 12}$ замініть число 5 на букву a . Чи всі значення змінної a є допустимими для одержаного виразу?

11. Чи є цілим вираз:

1) $\frac{2x - 4}{3}$; 2) $\frac{a + 6}{a}$; 3) $\frac{10m - 2n}{m - 3}$; 4) $\frac{7c - d}{(c + 4)(d - 6)}$?

12. Одна сторона прямокутника дорівнює a см, а інша — на 4 см більша. Складіть вирази для знаходження периметра і площі прямокутника. Знайдіть значення цих виразів, якщо:
- 1) $a = 5$ см; 2) $a = 2,5$ см.
13. Складіть вираз для обчислення кількості учнів у сьомому класі, у якому навчається x хлопців та y дівчат. Знайдіть значення цього виразу за даними вашого класу.
14. Спростіть вираз і знайдіть його значення:
- 1) $2,2(a + 5) - 0,4(a - 2,5)$, якщо $a = -5$;
- 2) $\frac{1}{3}\left(6 - \frac{3}{5}b\right) + 2(2,5b - 3,5) - \frac{1}{6}(3,6 - 1,2b)$, якщо $b = 4$.
15. Розкрийте дужки і зведіть подібні доданки:
- 1) $5(3x - 7) - \frac{1}{5}(10x - 5)$;
- 2) $4,5x - \frac{2}{3}(8x - 12) - 4 + 2x - \frac{2}{3}(x - 6)$.
16. За даними значеннями a заповніть таблицю 2.

Таблиця 2

a	4	-3,6	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{15}$
$a + 1$				
$\frac{1}{a}$				
$4a$				
$-3a + 8$				
$\frac{a - 8}{2}$				

17. Дано вирази $(3x - 4)$ і $(2x + 1)$. Складіть вираз, який є:
- 1) сумою цих виразів; 2) різницею цих виразів;

3) добутком цих виразів; 4) часткою цих виразів.
Спростіть одержані вирази та знайдіть їх значення для $x = -4$.

18. Знайдіть значення виразу $\frac{-0,6x^2 - 1}{1 - 2y}$, якщо $x = -2$, $y = -0,4$.
19. Трицифрове число містить a сотень, b десятків і c одиниць. Складіть і спростіть вираз: 1) сума даного числа і числа, записаного тими самими цифрами у зворотному порядку; 2) різниця даного числа і числа, записаного тими самими цифрами у зворотному порядку.
20. Доведіть, що значення виразу не залежить від змінної x :
1) $5x + (3x - 8(5 + x))$; 2) $5(x - 12) + 4(6 - x) - (x - 2)$.
21. Доведіть тотожність за допомогою способу перетворення лівої частини рівності:
1) $10a - (3a - 9b) = 7a + 9b$;
2) $(0,5c + d) - 2(0,5d - 0,3c) = 1,1c$.
22. Доведіть тотожність за допомогою способу перетворення правої частини рівності:
1) $2y = -1\frac{2}{9}(x - 9y) + 1\frac{2}{9}x - 9y$;
2) $9m + 1 = 4(m + n) - 5(n - m) + (n + 1)$.
23. Доведіть тотожність за допомогою способу перетворення обох частин рівності:
1) $10a - 2(3a - 2b) = (2a + b) - (-2a - 3b)$;
2) $(5c + 2) - 0,4(2d + 5) - 0,7d = 7\left(c - \frac{1}{7}d\right) - 2\left(c + \frac{1}{4}d\right)$.
24. Доведіть тотожність за допомогою способу різницевого порівняння:
1) $20x - 4(x - 0,5y) = 13x + 3(x - y) + 5y$;
2) $5 + \left(1\frac{2}{3}n - 2m\right) - \frac{2}{3}n = \left(m + \frac{1}{3}n + 2\right) - \left(3m - \frac{2}{3}n - 3\right)$.

25. Доведіть тотожність:

1) $(a + 1)(a + 2) - 2 = (a - 3)(a + 4) + 4$;

2) $2(3b + 1)(5 - b) + 3 = 50 - 2(b - 1,5)(3b - 1)$.

26. Запишіть у вигляді степеня з основою 6:

1) $36 \cdot 36$;

2) $6 \cdot 36 \cdot 216$;

3) $36 \cdot 6 \cdot 36 \cdot 36$.

27. Запишіть вираз $2 \cdot 4 \cdot 64 \cdot 8$ у вигляді степеня з основою:

1) 2; 2) 4; 3) 8; 4) 16; 5) 64.

28. Запишіть вираз $25,6 : 0,25 \cdot 40$ у вигляді степеня з основою:

1) 2; 2) 4; 3) 8.

29. Знайдіть:

1) суму квадратів чисел 0,4, -0,3 і -0,5;

2) квадрат суми чисел 0,4, -0,3 і -0,5;

3) різницю квадрата числа 4 і куба числа -2;

4) квадрат різниці кубів чисел -1 і 3.

30. Якими даними потрібно доповнити порожні клітинки таблиці 3?

Таблиця 3

a	1	-1,1	$\frac{1}{5}$	-0,6
a^2				
a^3				

31. Знайдіть значення виразу $a^2 \cdot b^3$, якщо:

1) $a = 15, b = -\frac{1}{5}$; 2) $a = -\frac{1}{6}, b = -3$; 3) $a = -0,9, b = \frac{1}{3}$.

32. Порівняйте значення виразів:

1) $(-13)^{13}$ і 12^{12} ;

4) 1^{90} і 1^{99} ;

2) $(-7)^3$ і 7^3 ;

5) $(-1)^{22}$ і 0^{22} ;

3) $(-1)^{21}$ і 1^{12} ;

6) $(-9)^7$ і $(-9)^9$.

33. Запишіть у вигляді степеня ($a \neq 0, x \neq 0$):

1) $x^4 \cdot x^7 \cdot x^{12}$;

4) $a \cdot a^4 \cdot a^6 \cdot a \cdot a^5$;

2) $x^4 \cdot x^6 \cdot x^{12} \cdot x^4 \cdot x$;

5) $\frac{a^6 \cdot a^{24} \cdot a^2}{a^{11} \cdot a^7 \cdot a}$;

3) $x^5 \cdot x^7 \cdot x^{21} : x^{12} : x^4 \cdot x$;

6) $a^6 \cdot a^{54} : a^{36} \cdot a : a^8$.

34. Запишіть у вигляді степеня з основою 8:

1) $16^8 : 2^8$;

3) $2^{10} \cdot 2^{10} \cdot 2^{10}$;

2) $2^3 \cdot 4^3$;

4) $56^5 : 7^5$.

35. Запишіть у вигляді степеня:

1) $7 \cdot 0,1^4 \cdot 7^2 \cdot 0,1^6 \cdot 7^7$; 3) $11^3 \cdot 11^8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot 0,5^{15} \cdot 11^9$;

2) $\left(\frac{4}{5}\right)^6 \cdot \left(1\frac{1}{4}\right)^8$;

4) $\left(1\frac{1}{5}\right)^{12} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 \cdot 1,2^6$.

36. Запишіть у вигляді степеня з показником 3:

1) $81 : 3^3 \cdot 27 : 3^2$;

3) $54 \cdot 54^2 : 18^3$;

2) $9^9 : 243 \cdot 3^8$;

4) $0,27 \cdot 100 \cdot 9^3$.

37. Розв'яжіть рівняння:

1) $x^6 = 0$;

2) $(x + 8)^8 = 0$;

3) $(-x)^7 = 0$;

4) $(2 - 5x)^3 = 0$;

5) $(6 - x)^6 (x + 4)^4 = 0$;

6) $(-3 - x)^4 (x + 3)^4 = 0$.

38. Якою цифрою закінчується число:

1) $(-555)^4 + 6516^{23} + 1201^{25}$;

2) $12340^{54} + 12346^{63} + 5^{21}$?

39. Обчисліть:

1) $\left(27 \cdot (-9)^7 + \left(\frac{2}{5}\right)^2\right) \cdot \left(0,2 - \frac{1}{5}\right)^3$;

2) $(-9^3)^5 : ((-3^5)^3)^2$;

3) $-10^3 \cdot (-5)^2 : ((-25)^3 \cdot (-2^2)) \cdot 40$;

4) $(-30^4 : ((-6)^2)^2) : 5^2$.

40. Спростіть вираз ($a \neq 0, b \neq 0, x \neq 0, y \neq 0$):

1) $(x^4)^2 \cdot (x^5)^6 \cdot x^3 x^6 : (x^3)^{10}$;

2) $(aa^5)^4 : (a^6 a^4)^2$;

3) $(a^7)^4 \cdot (a^6 : a^4)^2 \cdot (a^5 : a^4)^3$;

4) $(a^{44} : a)^3 : (a^5 : a^3)^{50}$;

5) $(a^{12} a^4)^3 - (aa^5)^8$;

6) $x^4 \cdot ((x^6)^3)^2 - (2x^{30})^3 : (x^2)^{25}$;

7) $((-y^2)^2 \cdot x^3)^6 \cdot x : (-x^4 \cdot y^9)$;

8) $(a^2)^4 \cdot (a^2)^6 \cdot (a^8)^4 : (a^{11})^4$;

9) $\frac{(a^5 \cdot b^2)^3 \cdot a^{23}}{b \cdot (a^{18} : a^8)^3}$;

10) $\frac{a^9 \cdot (b^5 \cdot a^{11})^4}{(b^3 \cdot a^2)^3 \cdot a^8}$.

41. За якого натурального значення змінної n виконується нерівність:

1) $\left(\frac{1}{0,25}\right)^3 < 4^n \leq -(-2)^5 \cdot (-3)^2$;

2) $\frac{1}{2} \leq 0,5^n \leq 30^3 : 6^3 : 500?$

42. Обчисліть $\frac{4 \cdot 2^4 \cdot 3 \cdot 15^2 \cdot 6^3}{3^4 \cdot 20^3}$.

Розділ 3. ОДНОЧЛЕНИ І МНОГОЧЛЕНИ

qr.orioncentr.com.ua/mmDsE



qr.orioncentr.com.ua/8uzu1



1. Зведіть одночлен до стандартного вигляду:

1) $-0,4 \cdot x^{15} \cdot 5 \cdot y^2 \cdot z \cdot 0,3 \cdot y$;

2) $\frac{2}{3} \cdot x^3 \cdot y^3 \cdot x \cdot y^{10} \cdot (-0,12) \cdot x^7 \cdot y^7 \cdot 10 \cdot x \cdot y^2 \cdot y^3 \cdot y^4$.

2. Якими даними потрібно доповнити порожні клітинки таблиці 4?

Таблиця 4

Одночлен	$2x^2$	$4a$	$2m$	$m^2 n^2$	$2,8$	$9a$
Одночлен	$0,5x^2$	$-3ab$	$-60m$	$3n^2$	$5a$	$9b$
Сума одночленів						
Різниця одночленів						
Добуток одночленів						

3. Якими даними потрібно доповнити порожні клітинки таблиці 5?

Таблиця 5

Одночлен	y^2	$5,6a$	mnp	$-3m^2n^3$	x^3	$-16x^2$	$0,02ya$
Одночлен	$-yx^2$	$4,4a$	pnt	m^3n^2	$5x^6$	$-4x^2$	$0,8yx$
Сума одночленів							
Різниця одночленів							
Добуток одночленів							

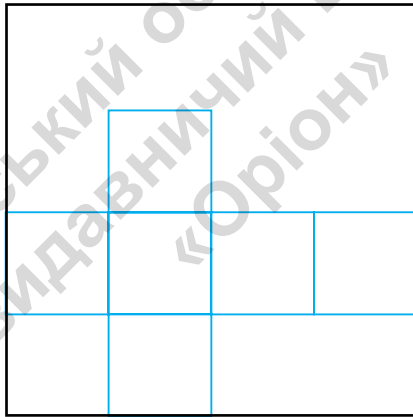
4. Якими даними потрібно доповнити порожні клітинки таблиці 6?

Таблиця 6

A	$-0,3x^{15}y^{52}$	$-2a^4c^9b^{10}$	$\frac{4}{5}xy$	$-12p^4m^{12}$
A^2				
A^3				

5. Піднесіть одночлен $-a^5b^4c$ до степеня, що дорівнює:
 1) 2; 2) 5; 3) 100.

6. Зведіть одночлени до стандартного вигляду та знайдіть їх добуток:
- 1) $0,2x^6y^{15} \cdot (x^2)^3$, $-1,5z^3 \cdot 6xy^5$ і $-zx^{15}y^2$;
 - 2) $(-y^2)^5 \cdot (-x^4)^2$, $-0,15xy^9$, $-\frac{1}{5}x^{12}y$ і $-0,03(-x)^5 \cdot (-y)^2$.
7. Зведіть одночлени до стандартного вигляду та знайдіть їх добуток:
- 1) $-x^{4n}y^4 \cdot 5xy^{2n}$ і $2(x^n)^2x$;
 - 2) $(y^{n+1})^8 \cdot (-x^n)^2$ і $(-xy^2)^n$.
8. Знайдіть значення n , за яких рівність є правильною:
- 1) $a^{2n} \cdot a^{5n} \cdot (a^n)^2 = (aa^5)^3$;
 - 2) $x^2 \cdot x^{4n} \cdot (x^{2n})^3 = x^{30} : (x \cdot x \cdot (x^8)^2)$.
9. З аркуша паперу розмірами $2,4 \cdot 10^2 \times 2,4 \cdot 10^2$ мм вирізали розгортку куба (мал. 1). Знайдіть об'єм куба.



Мал. 1

10. Спростіть вираз: 1) $2(a^6)^3 + (a^2)^9 - (5a^5)^2 \cdot (-a^2)^4$;
- 2) $b \cdot \frac{2}{81}a^3 \cdot 9^3 + ab^2 \cdot ac - 18ba^3$.
11. Зведіть подібні члени многочлена:
- 1) $5,85xy - 8,1x^2 - 5\frac{1}{2}xy - 0,9x^2 - 0,35xy$;
 - 2) $51xy^2 + 13xy - 4yx + 13x^2y - 9xy$;

- 3) $7a^2 - 26b + 24a - b \cdot 13 - 3a + (-67a) - 5,5a^2 - 46a$;
 4) $14mn - 28mn^3 - 3,5nm + (-n)^3m$.

12. Упорядкуйте за степенями членів многочлен:

- 1) $7x^2 + 3 + x$;
 2) $-4,5 - 2x^2 + 67x$;
 3) $4x + 6x^3 + 1,8x^5 + 3x^2 - 2,9$;
 4) $-9,8x^4 + \frac{1}{3}x^5 + 5x^3 - 0,7x^2 - 6$;
 5) $6ab + 9,7b^2a^2 + 2b^3a + 3,75a$;
 6) $-a^{22}b^8 + 6,05b^{23}a^{25} + 2b^{15}a^3 + 3$.

Який степінь многочлена?

13. Знайдіть суму одночлена і многочлена:

- 1) $-m$ і $m + 5m^2$; 4) $6x^2$ і $5x + 0,01$;
 2) $6k^2$ і $k^2 - 3$; 5) $0,2x$ і $-5x^2 + 15x + 1$;
 3) $-\frac{1}{5}mn + 4m$ і $0,2nm$; 6) cd і $3 - d + c - 2cd$.

14. Знайдіть добуток двочленів:

- 1) $(12 + x) \cdot (0,2x - 4)$; 5) $(10 + x) \cdot (4x - 1) \cdot (x - 10)$;
 2) $(x + 4,5) \cdot (-x - 2)$; 6) $(x^2 + 36) \cdot (-x - 6) \cdot (-x + 6)$;
 3) $(x^2 + x) \cdot (2x + x)$; 7) $(2 - x) \cdot (2x + 1) \cdot (-0,5 + x)$;
 4) $(x^3 + x^2) \cdot (x - 1)$; 8) $(x + 4) \cdot (x - 4) \cdot (x - 5) \cdot (x + 2)$.

15. Знайдіть значення виразів:

- 1) $5(a + 5) - a(a + 5)$, якщо $a = 5$;
 2) $\left(\frac{1}{9}b + 2\right) \cdot (3b)^2 - (b^2 + 10)(-1 + b) - 19(b^2 + 1)$, якщо $b = 0,01$;
 3) $(x - y)(2x + y) + (y + x)(-x + 2y)$, якщо $x^2 + y^2 = 16,4$.

16. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

- 1) $6a(a + 0,5) - 2(3a^2 + a)$, якщо $a = -2,234$;
 2) $3(5b^2 + b) + 10b(b - 0,1) - (5b + 1)^2$, якщо $b = \frac{3}{8}$;
 3) $(x - y)(3x + y) - (y + x)(-x + 3y) + 4(y + x)(-x + y)$,
 якщо $xy = 0,25$.

17. Якими даними треба доповнити порожні клітинки таблиці 7?

Таблиця 7

Многочлен	$x - 6$	$a + 1$	$0,3 + m^2$	$a^2bc^2 - abc^2$
Мночлен	$x + 4$	$a^2 - a + 1$	$m - 0,3$	$-c^2ba - a^2bc^2$
Сума				
Різниця				
Добуток				

18. Якими даними треба доповнити порожні клітинки таблиці 8?

Таблиця 8

Многочлен	$-x^3 - y^2$		$y^3 - 8y^2 + 5$	$a^2 - 2$
Многочлен		$x^3 - x$		
Сума	$5x^3 + 3y^2 - 4$	$x^3 - x^2 + x - 1$		
Різниця			$-y^2 + y^3$	
Добуток				$a^4 - 4$

19. Перетворіть вираз у многочлен та спростіть його:
- $(1,8a^2 + 5,6b^2) + (2,09a^2 - 3b^2) - (3,5a^2 + 1) - (1 + 0,1b^2) - (5a^2 - 3,1b^2 - 2)$;
 - $(-24a^2 + 0,5b^2 + 6) - 2\left(4a^2 - 2\frac{1}{2}b^2\right) + 3\left(-6a^2 + 4 - \frac{1}{2}b^2\right)$;
 - $a \cdot a^4 - 2a^{12} \cdot a^5 : a^{12} + a^8 \cdot a^2 : a^5$;
 - $(x^4)^n + (x^{2n})^5 - (x^2)^{3n} \cdot x^{4n} + (x^n)^7 - (-x^2)^{2n}$.
- Знайдіть степінь одержаного многочлена.

20. Перетворіть вираз у многочлен та спростіть його:

- $3\left(-3b + \frac{1}{2}a\right)\left(-b + \frac{1}{6}a\right) - 0,25a(a - 12b)$;
- $\left(\frac{1}{3}x - 0,4y\right)\left(1\frac{1}{2}x + 9y\right) - 6y\left(\frac{1}{2}x - 0,6y\right)$;
- $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) - (a^2 + b^2)^2 + (ab - 1)(ab + 1)$;
- $a^{5n-2}(a^{2+n})^3 - (a^2a^n)^3 : a^{n+3} - (-a^4)^{2n+1} + a^{2n}a^3$.

21. Розв'яжіть рівняння:

1) $(-x + 8) + (-x - 5) = 21$;

2) $(9x + 11) - (4x - 8) - (x - 1) = 27$;

3) $12 - 3(x - 2) = 4(3 + 2x)$;

4) $4(4x + 0,5x^2) - (2x^2 - 5) = 17$;

5) $(3x + (-x)^2 + 2,8) - (x^2 + x^3) - 12,2 = 2 - x^3$;

6) $(5 + x^4 + 6,6x^3) - (x^4 - x^2 - 3x + 8x^3 - 2) = 7 + 3x + x^2$;

7) $(x^2 + 5x + 0,25) + (5x^2 + 0,75) - (6x^2 - 3x) = -1$;

8) $(4y^2 - 5) - (3y^2 - 1,25y + 10) - y^2 = 2,5$.

22. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{2}{5}x(0,3x - 2) = 4 + 0,12x^2$;

2) $-0,125x(8x^2 - 2) + x(x^2 - 6,75) = 0$;

3) $\left(\frac{x}{3} + 1\right)(x - 7) = \frac{(x + 2)^2}{3}$;

4) $2x^2 + x - 4 - \frac{(x - 2)(x - 3)}{3} = -6$;

5) $\left(0,1x - \frac{1}{2}\right)\left(0,6x + \frac{2}{5}\right) - (5 + 3x)\left(\frac{1}{50}x - 0,4\right) = 0$;

6) $\left(1\frac{1}{6}x - 0,7\right)\left(\frac{2}{7}x - 1\right) - \frac{1}{3}(x^2 - x + 2,1) = 0$.

23. Доведіть, що сума многочленів $-0,125mn^2 - 1\frac{1}{12}mn - 1,27, \frac{1}{8}mn^2 + 1\frac{5}{6}mn - 1,23$ і $-\frac{3}{4}mn + 4,5$ дорівнює 2 не залежно від значень змінних, що входять до нього.

24. Сума двох двоцифрових чисел, у яких однакове число десятків, дорівнює 90. Знайдіть ці числа, якщо число одиниць першого на 6 більше за число одиниць другого.

25. Двоцифрове число на 18 більше за суму його цифр. Знайдіть це число, якщо число одиниць на 2 менше від числа його десятків.

26. Обчисліть, не користуючись калькулятором:

1) $111^2 - 111 \cdot 42 + 21^2$;

3) $246^2 + 554^2 + 246 \cdot 1108$;

2) $8,67^2 + 3,67^2 - 3,67 \cdot 17,34$;

4) $3,37^2 + 2,63^2 + 5,26 \cdot 3,37$.

27. Подайте у вигляді многочлена вираз:

1) $5x(-3x + 4y)^2$;

3) $4x^2y^2(3y^2 - 2x^2)^2$;

2) $10ab(a - 0,1b)^2$;

4) $5c^2(2 + 0,4c)^2$.

28. Спростіть вираз:

1) $(3 + 2b)^2 - 24b$;

3) $(5 - a)^2 - 5(5 - 2a)$;

2) $(5 + 2c)^2 - 4c^2$;

4) $(4 + 3y)^2 - (3y - 4)^2$.

29. Розв'яжіть рівняння:

1) $(4x - 3)^2 = 16x^2$;

2) $(3 + 2x)^2 = (2x - 1)(2x - 5)$;

3) $(1 + 5x)^2 - 5x(2 + 5x) = 0$;

4) $(7 + 4x)^2 = 2x(8x + 3,5)$.

30. Доведіть тотожність: $(x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2 + (2xy)^2$.

31. *Задача Діофанта.* Доведіть, що для будь-яких чисел a, b, c і d виконуються тотожності:

1) $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (bc - ad)^2$;

2) $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac - bd)^2 + (bc + ad)^2$.

32*. Спростіть вираз: $(x^2 + y - 4)^2 - (x^2 + y - 1)(x^2 + y - 8)$.

33*. Знайдіть значення виразу: $a^2 + \frac{1}{a^2}$, якщо:

1) $a + \frac{1}{a} = 4,5$;

2) $a - \frac{1}{a} = 4,5$.

34. Обчисліть, не користуючись калькулятором:

1) $98^2 - 48^2$; 2) $2,32^2 - 0,68^2$; 3) $67 \cdot 73$.

35. Запишіть замість * такий одночлен, щоб утворилась тотожність:

1) $9a^2b^2 - 81 = (* - 9)(* + 9)$;

2) $\left(\frac{5}{7}m + 7n\right)^2 = * + 10mn + 49n^2$;

$$3) \left(1\frac{1}{3}c - 6d\right)^2 = * - 16cd + 36d^2;$$

$$4) (0,6ab - 0,5x)^2 = 0,36a^2b^2 - * + 0,25x^2.$$

36. Розв'яжіть рівняння:

$$1) (11 + 5x)^2 - (5x - 1)^2 = 0;$$

$$2) (3 + x)^3 - x^3 = 9x^2;$$

$$3) (4x + 5)^2 - (4x + 3)^2 = 0;$$

$$4) (2 - 3x)^3 = 9x^2 \cdot (6 - 3x).$$

37. Доведіть, що за будь-якого натурального n значення виразу:

$$1) (3 + 2n)^2 - (2 + 3n)^2 \text{ ділиться на } 5;$$

$$2) (4 + 2n)^3 - 8n^3 \text{ ділиться на } 4.$$

38. Спростіть вираз двома способами:

$$1) (x + 3)^2 - (x - 3)^2;$$

$$2) (x + 2)^3 - (x - 2)^3.$$

39. Доведіть, що:

1) різниця квадратів двох послідовних натуральних чисел є непарним числом;

2) різниця квадратів двох послідовних парних натуральних чисел ділиться на 4;

3) різниця квадратів двох послідовних непарних натуральних чисел ділиться на 8.

40. Площа квадрата дорівнює площі прямокутника, у якого одна сторона на 3 см менша від сторони квадрата, а інша — на 4 см більша за сторону квадрата. Знайдіть сторони квадрата і прямокутника.

41. Сторону квадрата зменшили на 3 см, при цьому його площа зменшилась на 39 см^2 . Знайдіть початкову сторону квадрата.

42. Ребро куба зменшили на 2 см, при цьому його об'єм зменшився на 218 см^3 . Знайдіть початкове ребро куба.

43. Розкладіть на множники многочлен:

1) $2b^5 + 6b + 3b^4 + 9$; 3) $x^5y^2 - 5x^3 + 35 - 7x^2y^2$;
 2) $(5x + 1)^3 - 64x^3$; 4) $(-4a + 3xy)^3 + 8x^3y^3$.

44. Дано три послідовні натуральні числа. Доведіть, що добуток першого і третього числа дорівнює квадрату другого числа, зменшеного на 1.

Розділ 4. ФУНКЦІЇ

qr.orioncentr.com.ua/qUFoy



qr.orioncentr.com.ua/pn61M



1. Дано функції: $f(x) = -3x^2 + 5x + 1$ і $g(x) = 2 + 2x^2 + 3x$.

Порівняйте:

1) $f(1)$ і $g(1)$; 2) $f(2)$ і $g(-2)$; 3) $f(-1)$ і $g(0)$.

2. Розв'яжіть рівняння $f(x) = 0$, якщо:

1) $f(x) = 5x + 1$; 2) $f(x) = 5|x| - 1$; 3) $f(x) = 5|x| + 1$.

3. Розв'яжіть рівняння $f(x) = g(2)$, якщо:

1) $f(x) = 2x - 3$, $g(x) = 3x - 1$;
 2) $f(x) = 2|x| + 1$, $g(x) = 5x - 7$.

4. Знайдіть область визначення функції, заданої формулою:

1) $y = -\frac{4}{2x-5}$; 2) $y = x^2 + \frac{4}{x} + 2$; 3) $y = \frac{5x+2}{3} + \frac{3}{5x-2}$.

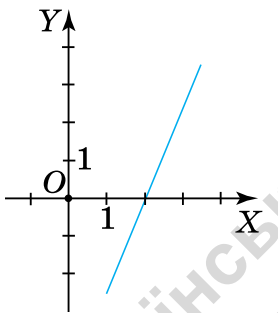
5. Знайдіть область значень функції, заданої формулою:

1) $y = -5x^2$; 2) $y = -x^2 + 3$; 3) $y = 4x^2 - 2$;

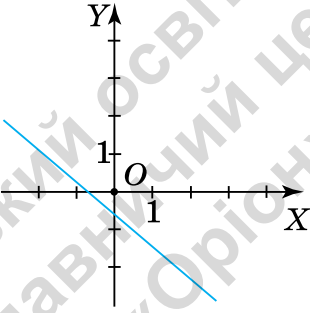
6. Чи проходить через початок координат графік функції:

1) $y = x^2$; 3) $y = -8$;
 2) $y = -6x + 1,4$; 4) $y = -\frac{4}{11}x$?

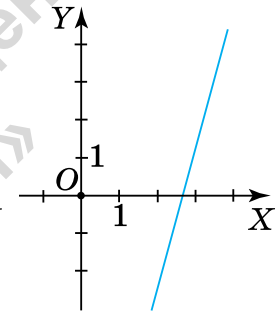
7. Чи належить графіку функції $y = -2x^2 + 3x + 1$ точка:
 1) $A(-1; -4)$; 2) $B(1; 0)$; 3) $C(0; 1)$; 4) $D(2; -1)$?
8. Побудуйте графік функції:
 1) $y = 3x - 4$; 3) $y = -2x + 3$;
 2) $y = 0,5x - 1,5$; 4) $y = \frac{5}{6}x - \frac{2}{3}$.
9. Не виконуючи побудови, знайдіть координати точок перетину з осями координат графіка функції:
 1) $y = 3x - 11$; 2) $y = -3,5x + 14$; 3) $y = -2,4x + 3,6$.
10. На малюнках 2–7 зображено графіки лінійних функцій, заданих формулою $y = ax + b$. Визначте знаки коефіцієнтів a і b .



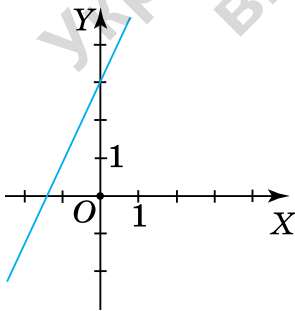
Мал. 2



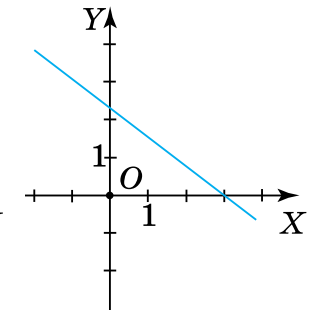
Мал. 3



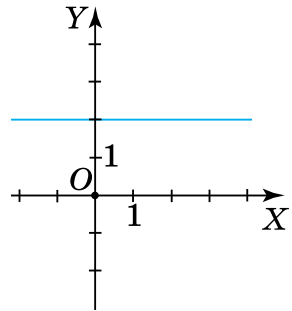
Мал. 4



Мал. 5



Мал. 6



Мал. 7

11. Знайдіть координати точки графіка функції $y = 4x + 12$, якщо:

19*. Побудуйте графік функції:

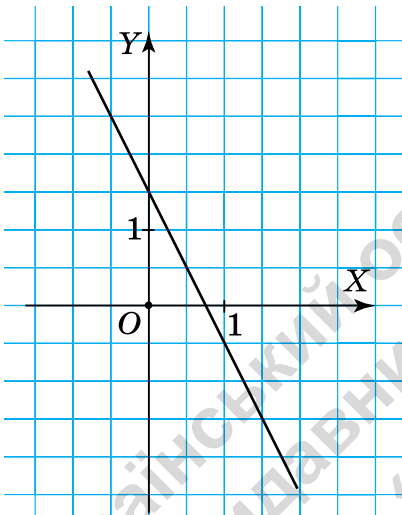
1) $y = 2|x| - 1$; 3) $y = \frac{1}{2}|x| - 1$;

2) $y = -2|x - 1| - 1$; 4) $y = \left| \frac{x}{2} \right| + 1$.

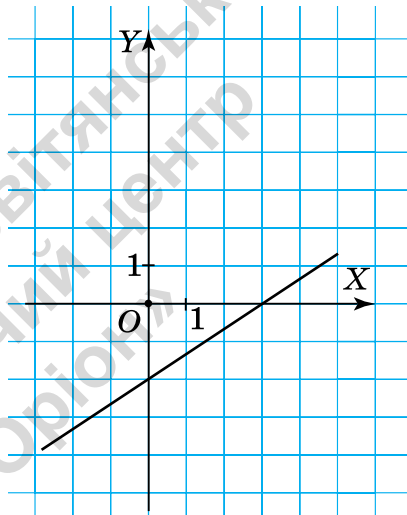
20*. Побудуйте графік функції:

1) $y = |x + 1| + |x - 2|$; 2) $y = |x - 3| - |x + 1|$.

21*. На малюнках 8, 9 зображено графіки лінійних функцій. Задайте формулами ці функції.



Мал. 8



Мал. 9

22. Задайте формулою функцію, яка є прямою пропорційністю, а її графік проходить через точку $N(a; b)$. Накресліть у зошиті таблицю 10 та заповніть її.

Таблиця 10

$N(a; b)$	(;)	(; -8)	(-1;)	$\left(-\frac{3}{14}; \frac{3}{7} \right)$
a	-2	4		
b	1		-3,5	
Функція				

23. Побудуйте графік функції:

1) $y = x$; 2) $y = -3x$; 3) $y = 0,25x$.

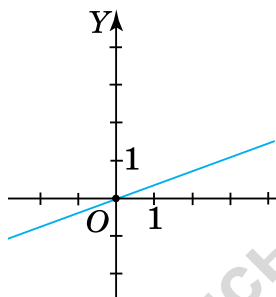
24. Знайдіть область визначення і область значень функції:

1) $y = \frac{5}{9}x$; 2) $y = 2|x|$; 3) $y = -\frac{7}{11}x$; 4) $y = -\frac{2}{3}|x|$.

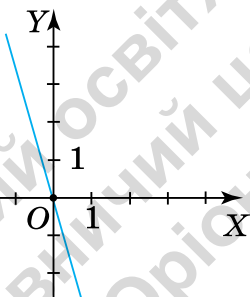
25*. Побудуйте графік функції:

1) $y = \left| \frac{x}{3} \right|$; 2) $y = -3|x|$; 3) $y = -|2x| + x$.

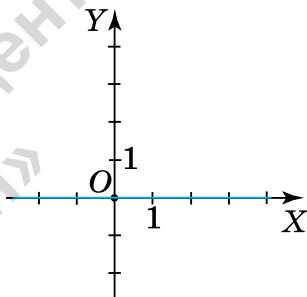
26. На малюнках 10–12 зображено графіки лінійних функцій, заданих формулою $y = ax$. Визначте знак коефіцієнта a .



Мал. 10



Мал. 11



Мал. 12

27. Задайте формулою функцію, яка є прямою пропорційністю, якщо її графік проходить через точку, ордината якої у 5 разів менша від відповідної абсциси. Побудуйте графік одержаної функції.

28. Задайте формулою функцію, яка є прямою пропорційністю, якщо її графік проходить через точку, абсциса якої у 2,5 рази більша за відповідну ординату. Побудуйте графік одержаної функції.

29. Задайте формулою функцію, яка є прямою пропорційністю, якщо її кутовий коефіцієнт дорівнює середньому арифметичному всіх непарних додатних одноцифрових чисел. Побудуйте графік.


30. Задайте формулою функцію, яка є прямою пропорційністю, якщо її кутовий коефіцієнт є числом, протилежним до $\frac{2}{21}$ від суми всіх двоцифрових чисел, кратних числу 7 і менших від числа 31. Побудуйте графік одержаної функції.

Розділ 5. ЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ ТА ЇХ СИСТЕМИ

qr.orioncentr.com.ua/G9Qyz



- Чи є рівносильними рівняння:
 - $5x - 7 = 2x + 9$ і $5x - 2x = 9 + 7$;
 - $7 - 2y = 6y - 18$ і $2y - 6y = -18 - 7$?
- Знайдіть корінь рівняння:
 - $7 - 3x - 3 = 10 - 4x$; 3) $-1,2x + 5 = 3 - 0,4x$;
 - $5 + 2y - 6 = 5y + 8$; 4) $1,5y - 4 = 5 + 0,9y$.
- Розв'яжіть рівняння:
 - $2(x - 5,5) + 4 = 7,5 - 3,5(2x - 1)$;
 - $8 - 1,5(3x + 2) = \frac{2}{3}(4 - 6x)$;
 - $0,8(3 - 10y) = 12 - 2,5(3y - 5)$;
 - $\frac{y+3}{2} - 2y = -y - \left(1 - \frac{6-2y}{3}\right)$.
- Доведіть, що:
 - рівняння $(x + 3)(x - 2) - (3 + x)^2 = 9$ має один корінь;
 - рівняння $5y(y + 2) = (2y + 1)^2 + y^2 + 6y$ не має коренів.
- У двох 7-х класах навчається 55 учнів, причому в 7-А класі на 3 учні більше, ніж у 7-Б. Скільки учнів навчається в кожному класі?
- У трьох кошиках 125 яблук. У другому кошику на 20 яблук менше, ніж у першому, і на 15 яблук більше, ніж у третьому. Скільки яблук у кожному кошику?

7. Одна сторона прямокутника утричі більша за іншу. Знайдіть сторони прямокутника, якщо його периметр дорівнює 24 см.
8. Відстань між пунктами A і B дорівнює 390 км.  Два автобуси одночасно виїхали із цих пунктів назустріч один одному і зустрілись через 3 год. Знайдіть швидкість кожного автобуса, якщо швидкість одного з них на 10 км/год менша від швидкості іншого.
9. Знайдіть три послідовні натуральні числа, якщо їх сума дорівнює 906.
10. Для даного рівняння заповніть таблицю 11.

Таблиця 11

Лінійне рівняння з двома змінними	$x - y + 7 = 0$	$2x + y - 6 = 0$	$x - 2y + 10 = 0$
виразити y через x			
виразити x через y			

11. У рівнянні $4x - 2y + 5 = 0$ виразіть змінну:
- 1) y через змінну x ;
 - 2) x через змінну y .
- Знайдіть два будь-які розв'язки цього рівняння.
12. Побудуйте графік рівняння:
- 1) $2x - y + 3 = 0$;
 - 2) $5x - 2y = 0$;
 - 3) $-3x - y + 4 = 0$;
 - 4) $-x + 2y - 8 = 0$.
13. До рівняння $2x - y + 3 = 0$ доберіть інше рівняння так, щоб одержана система двох лінійних рівнянь із двома змінними: 1) мала один розв'язок; 2) не мала розв'язків; 3) мала безліч розв'язків.

14. Розв'яжіть графічно систему двох лінійних рівнянь із двома змінними:

$$1) \begin{cases} x - y = 0, \\ 3x - y - 6 = 0; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x - 3y - 1 = 0, \\ x - 3y + 1 = 0; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x + y = 0, \\ 4x + y - 2 = 0; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x + 2y - 4 = 0, \\ -2x - 4y + 8 = 0. \end{cases}$$

15. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} 2x - y = 1, \\ x + y = -4; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 3x + y = -1, \\ x - y = 5; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x - 2y = 14, \\ 2x + y = 7; \end{cases} \quad 5) \begin{cases} 3x - 2y = 1, \\ 2x + y = 3; \end{cases}$$




$$3) \begin{cases} 2x - y = 1, \\ x + y = -4; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 5x - 3y = 11, \\ 3x + y = 1. \end{cases}$$



16. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$1) \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 0, \\ 2x - y = 2; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} \frac{x+3}{4} - \frac{y+2}{2} = 0, \\ 3x + y = 1; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{x}{4} - \frac{y}{5} = 0, \\ 2x + y = 26; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \frac{2-x}{3} - \frac{y+6}{6} = 0, \\ x + 2y = -1. \end{cases}$$

17. Сума двох чисел дорівнює 55, а їх різниця — 5. Знайдіть ці числа.
18. Сума двох чисел дорівнює 100. Знайдіть ці числа, якщо одне з них на 10 більше за інше.
19. Різниця двох чисел дорівнює 15. Знайдіть ці числа, якщо одне з них у 4 рази більше за інше.
20. Сума двох чисел дорівнює 33. Якщо від подвоєного першого числа віднімемо друге число, то одержимо 12. Знайдіть ці числа.
21. Різниця двох чисел дорівнює 10. Якщо до першого числа додамо подвоєне друге число, то одержимо 31. Знайдіть ці числа.



22. Дано два числа. Сума подвоєного першого числа і другого числа дорівнює 17. Сума подвоєного другого числа і першого числа дорівнює 19. Знайдіть ці числа.
23. Дано два числа. Сума цих чисел дорівнює 180. Якщо одне із цих чисел зменшимо у 2 рази, а інше число збільшимо у 2 рази, то в сумі одержимо число 115. Знайдіть ці числа.
24. Знайдіть дріб, який набуває значення $\frac{3}{4}$, якщо його чисельник збільшити на 6, і набуває значення $\frac{1}{2}$, якщо його знаменник зменшити на 2.
25. Якщо чисельник дробу помножимо на 2, а від знаменника віднімемо 2, то одержимо 2. Якщо ж від чисельника віднімемо 4, а знаменник помножимо на 4, то одержимо $\frac{1}{12}$. Знайдіть цей дріб.
26. За 5 кг печива і 3 кг цукерок заплатили 135 грн. Скільки гривень коштує 1 кг печива, якщо він дешевший від 1 кг цукерок на 13 грн?
27.  Легковий автомобіль за 3,5 год проїхав ту саму відстань, що й вантажний за 5 год. Знайдіть їхні швидкості, якщо швидкість легкового автомобіля на 30 км/год більша за швидкість вантажного.
28.  Два автомобілі виїхали одночасно з двох міст, відстань між якими дорівнює 225 км, і зустрілися через 1,5 год. З якою швидкістю їхав кожний автомобіль, якщо перший проїхав до зустрічі на 15 км більше, ніж другий?
29.  Катер пропливає відстань між двома містами за 4 год за течією річки і за 6 год проти течії. Знайдіть швидкість катера і швидкість течії, якщо відстань між селами дорівнює 60 км.

- 30.**  Із пункту A до пункту B виїхав легковий автомобіль зі швидкістю 90 км/год. У цей самий час вантажний автомобіль, що рухався в тому самому напрямку зі швидкістю 70 км/год, вже проїхав 100 км шляху. До пункту B автомобілі прибули одночасно. Знайдіть відстань між пунктами A і B , якщо відомо, що різниця між часом, який перебував у дорозі кожний автомобіль, становить 2 год.
- 31.**  За 2 год за течією річки і 1 год проти течії моторний човен проходить 63 км, а за 1 год за течією і 2 год проти течії — 57 км. Знайдіть власну швидкість човна і швидкість течії.
- 32.** Батько старший за доньку на 26 років, а через 4 роки він буде старший за неї втричі. Скільки років батькові й скільки років доньці?

Розділ 6. ЕЛЕМЕНТИ СТОХАСТИКИ

qr.orioncentr.com.ua/g9ct2



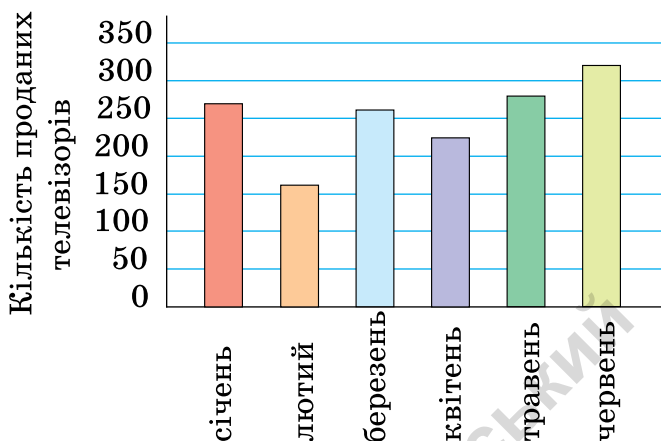
- 1.** Із цукрових буряків у результаті обробки можна отримати 15% цукру. Яку масу цукру можна отримати з $995,8$ тис. т цукрових буряків, зібраних на полях Полтавської області цього року?
- 2.** На цукровому заводі працює $38,5\%$ жінок, усі інші — чоловіки. Скільки всього працівників на заводі, якщо чоловіків — 123 .
- 3.**  40% маршруту автопробігу на підтримку України проходило по степу, 32% — по долині річки, а інші 84 км — по гірській місцевості. Яка довжина маршруту?
- 4.**  До підвищення цін проїзд в автобусі коштував 10 грн, а після підвищення став коштувати 13 грн. На скільки відсотків підвищилась ціна?
- 5.** Відомо, що 15% числа x дорівнюють 40% числа y . Знайдіть відношення чисел x та y .

6. Кількість яблунь у саду становить 40 % кількості абрикос. Скільки яблунь і скільки абрикос росте в саду, якщо яблунь на 54 менше, ніж абрикос?
7. Сума трьох чисел дорівнює 392. Перше число дорівнює 116, а друге — на 40 % більше, ніж третє. Знайдіть ці числа.
8. Після першої реконструкції виробництва продуктивність праці підвищилася на 20 %, а після другої — ще на 15 %. На скільки відсотків підвищилася продуктивність на виробництві після двох реконструкцій?
9. На скільки відсотків збільшиться площа квадрата, якщо периметр квадрата збільшити на 10 %?
10. Скільки води потрібно долити до 8,4 кг 12 % розчину солі, щоб, одержати 10 % -й розчин?
11. Населення міста становить 28 350 людей. На діаграмі (мал. 13) показано відсоток чоловіків. За даними кругової діаграми знайдіть:
 - 1) скільки чоловіків у місті;
 - 2) скільки дітей у місті та скільки відсотків вони становлять від кількості всіх громадян?



Мал.13

12. (ЗНО, 2021) На діаграмі (мал. 14) відображено інформацію про кількість проданих телевізорів у супермаркеті побутової техніки протягом перших шести місяців року. Які з наведених тверджень є правильними?



Мал. 14

- 1) найменшу кількість телевізорів продано у квітні;
- 2) у січні продано 240 телевізорів;
- 3) у березні продано телевізорів більше, ніж у лютому;
- 4) у червні продано менше трьохсот телевізорів.

13. За даними на малюнку 14 знайдіть скільки телевізорів у середньому продавали за місяць у супермаркеті протягом шести місяців.



14. За яких значень x середнє арифметичне чисел 1,5; 2,6; 3,5; 4,8; x дорівнює 4,2?

15. Хлопчик забув код дверей, але пам'ятав, що він складається із чотирьох цифр, серед яких тільки цифри «0» та «1». Скільки існує можливих варіантів комбінацій цифр, щоб відкрити двері?



16. Скільки двоцифрових чисел можна скласти із цифр: 1) 4, 6, 8; 2) 6, 5, 0?

17. Скількома способами можна скласти розклад на понеділок із п'яти уроків?

18. Скільки різних прапорів можна створити у вигляді трьох горизонтальних смуг однакової ширини трьох кольорів — білого, зеленого й жовтого?

19. На тарілці 5 однакових на вигляд млинців. Серед них 3 — із м'ясом, інші — із сиром. Скільки існує варіантів вибору:
- 1) одного млинця;
 - 2) двох млинців з різною начинкою?
20. Учні сьомого класу — Петро і Микола — порівнюють дати своїх днів народження. Визначте якими (випадковими, неможливими чи достовірними) є події:
- 1) їхні дні народження співпадають;
 - 2) Петро народився 29 лютого, а Микола — 30 лютого;
 - 3) дні народження обох припадають на святкування Дня Незалежності України (24 серпня);
 - 4) вони народилися в 21 столітті.
21. У коробці 20 пронумерованих кульок від 1 до 20. Із коробки навмання беруть одну кульку. Яка ймовірність того, що на ній написано:
- 1) число 13;
 - 2) число 21;
 - 3) двоцифрове число;
 - 4) парне число;
 - 5) просте число;
 - 6) число, що ділиться на 5;
 - 7) число, в записі якого є цифра 1;
 - 8) число, сума цифр якого, дорівнює 10;
 - 9) число, що при діленні на 4 дає остачу 3;
 - 10) трицифрове число?
22. Задано рівняння:
- 1) $2(x - 3) = 5x - 3(x + 2)$;
 - 2) $(x - 4)(x + 4) = x^2 - 2(x + 8)$;
 - 3) $0,5(x + 2) = 2,5(x - 4)$;
 - 4) $(x - 1)^2 + 4x = x(x + 2) + 10$;
 - 5) $(x^2 + 9)(0,5x + 2) = 0$.
- Яка ймовірність того, що навмання вибране рівняння:

- а) не має розв'язків;
- б) має безліч розв'язків;
- в) має хоча б один розв'язок;
- г) має єдиний розв'язок?

23. Магазин «Сімейна пекарня» надав такий звіт про продаж своїх виробів за 23.11.2023 р. (табл. 12).



Таблиця 12

Виріб	Одиниці виміру	Ціна (грн)	Кількість проданих одиниць випічки
Пиріжок з вишнею	шт.	20	35
Пиріжок з капустою	шт.	12	16
Пиріжок з яблуком	шт.	15	20
Мафін з малиною	шт.	17	10
Мафін з шоколадом	шт.	17	25
Рулет із маком	шт.	35	5
Хліб житній із висівками	шт.	20	8

За поданою інформацією визначте:

- 1) яка випічка найдешевша (найдорожча);
- 2) на яку суму продали пиріжків;
- 3) на яку суму продали мафінів;
- 4) за яку випічку отримали найбільшу (найменшу) суму грошей;
- 5) скільки одиниць випічки було продано;
- 6) яка частка кожного виду товару в загальному продажі за цей день.

Побудуйте кругову діаграму, що показує частку продажу кожного з наведених видів випічки.



ПРОЄКТ «БАНКА ДЛЯ КОНСЕРВОВАНОГО СУПУ»

qr.orioncentr.com.ua/3om07



ТЕМА. Одночлен. Многочлен

У сучасному світі консервування відіграє важливу роль у культурі споживання та зберіганні продуктів і страв. Понад 30 % їжі, яку ми споживаємо — консервована.

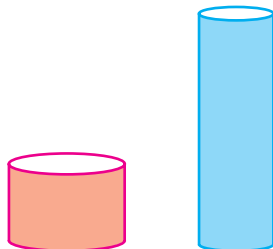
Трохи історії

Перші «консерви» були знайдені в Давньому Єгипті. Під час розкопок гробниці фараона Тутанхамона археологи знайшли запечатані смолою посудини. Згодом виявилося, що в них міститься запечена качка, яку залили оливковою олією, таким чином забальзамували її. Та ще більш вражаючим фактом виявилось те, що качка зберегла свої поживні властивості, пролежавши в такому вигляді 3000 років. У Стародавній Греції для довшого зберігання та перевезення вина й олії використовували амфори, які дійшли до наших днів. У 1795 році французький імператор та полководець Наполеон Бонапарт пообіцяв 12 000 франків тому, хто придумає простий спосіб зберігання їжі під час довгих військових походів.



Ситуація

Фірма «Pi Soups Incorporated» хоче продавати суп у циліндричних банках місткістю 400 мл (мілілітрів). Вони також хочуть мінімізувати витрати металу на кожну банку (мал. 1).



Мал. 1

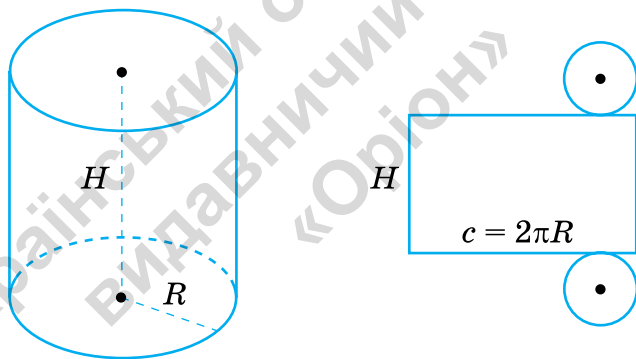
Роль. Ви — технолог підприємства та експерт з математики. Виконайте обчислення та надайте рекомендації.

Продукт: ваші рекомендації, їхні математичні обґрунтування, презентація.

Виконання проєкту

Обмеження і припущення. Припустіть, що метал має однакову товщину, тому потрібно знайти розміри циліндра, що має найменшу площу поверхні та вміщує 400 мл. Припустіть також, що товщина металу не впливає на об'єм, тобто вона дуже мала порівняно з розміром банки.

Крок 1. Складіть формулу для обчислення площі поверхні циліндричної банки, використовуючи розгортку циліндра й позначення на малюнку 2 та дайте відповіді на запитання:



Мал. 2

а) у вигляді якого математичного виразу можна подати формулу площі поверхні циліндра?

б) яке тотожне перетворення многочлена можна виконати, щоб подати його у вигляді добутку?

в) яким відомим вам способом ви розклали многочлен на множники?

Крок 2. У мережі «Інтернет» або інших джерелах знайдіть формулу об'єму циліндра.

Крок 3. Знайдіть відомості про те, як пов'язані 1 см^3 і 1 мл (відомості подано англійською мовою, перекладіть).



qr.orioncentr.com.ua/9vPxi

Крок 4. Складіть математичну модель задачі:

а) з рівності $\pi R^2 H = 400$ виразіть змінну H ;

б) підставте значення змінної H у формулу для обчислення площі поверхні циліндра (використайте формулу у вигляді многочлена).

Отримали дуже спрощену математичну модель задачі.

Крок 5. Дослідіть, за якого радіуса вираз, що описує площу поверхні циліндра через радіус його основи, набуває найменшого значення.

Спосіб 1. Скористайтеся графічним калькулятором: qr.orioncentr.com.ua/Rmm2T

Знайдіть точку, що візуально є найнижчою для додатних значень x . Визначте її абсцису.

Спосіб 2. Скористайтеся таблицею 1.

Таблиця 1

Значення радіуса (у см)	Площа поверхні циліндра (у см^2)	Ваші спостереження і висновки
$R = 1$		
$R = 2$		
$R = 3$		
$R = 4$		
$R = 5$		
$R = 6$		
$R = 7$		

Крок 6. Підготуйте звіт із результатами виконання кроків 1–4, оформте його у вигляді плакату або презентації Power Point.

Крок 7. Презентуйте свій продукт.

ПРОЄКТ «ВАШ ЛОГОТИП»qr.orioncentr.com.ua/mj05o**ТЕМА. Графік лінійного
рівняння з двома змінними****Що таке Startup?**

Стартап (англ. *startup*), **стартап-компанія** — нещодавно створена компанія (можливо, ще не зареєстрована офіційно, але планує стати офіційною), що будує свій бізнес на основі інновацій, прогресивно нових технологій. Така компанія або ще не вийшла на ринок, або тільки почала на нього виходити. Вона поки що володіє обмеженими ресурсами. Часто стартап-компанії називають «гаражними».

Нововведення у стартапів можуть бути як глобальними, так і локальними (тобто, бути новітньою технологією в окремо взятій країні, але в інших країнах ця технологія вже не є інноваційною).

Трохи історії

Розшифруйте назви всесвітньо відомих українських стартапів, знайдіть про них інформацію в інтернеті або в інших джерелах інформації.

1. Розташуйте результати обчислень у порядку збільшення:

$$0,125^3 \cdot (-8)^5 - G;$$

$$1,26^2 - 1,16^2 - A;$$

$$(-1)^6 - (-1)^7 - R;$$

$$0,9^2 - 0,8^2 - M;$$

$$2^5 \cdot 0,5^3 - L;$$

$$0,7^2 - 0,6^2 - M;$$

$$0,25^4 \cdot (-4)^5 - R;$$

$$100^3 - 99^3 - Y;$$

$$\frac{(-4)^2 \cdot 2^5}{-8^3} - A.$$

2. Розпочніть виконувати завдання з першого номера. Правильна відповідь направить вас на номер наступного завдання. Відповідні літери розташуйте в порядку виконаних завдань.

1. (Р) Розв'яжіть рівняння: $2^{4x-1} = 128$.

2. (Е) Розв'яжіть рівняння: $(x-1)^3 = 216$.

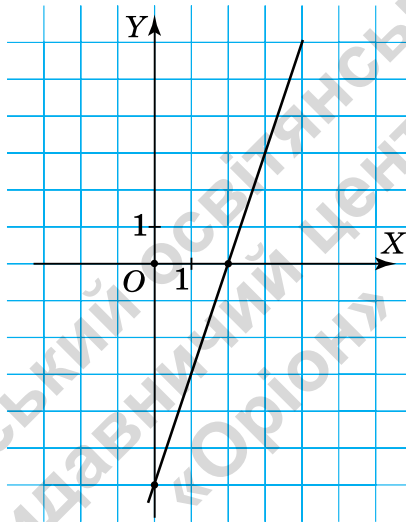
3. (С) Знайдіть значення виразу $\frac{x^2 - 49}{x + 7}$, якщо $x = 11$.

4. (У) Укажіть число, яке не належить області визначення функції $y = \frac{5x^2 + 4x}{6 - x}$.

5. (Е) Обчисліть: $(125 \cdot 625) : 5^6$.

6. (В) Яка ордината точки перетину графіка функції $y = 2x + 5$ з віссю OY ?

7. (Т) Знайдіть кутовий коефіцієнт прямої (мал. 1).



Мал. 1

Ситуація

Два провідні українські стартапи GRAMMARLY і RETSCUBE звернулися до Вас із пропозицією створити новий логотип їхньої компанії і його комп'ютерну модель.

Роль: ви — графічний дизайнер і одним із ваших завдань є створення комп'ютерної моделі логотипу стартапів (одного або обох) на основі придуманого вами ескізу.

Виконання проекту

Об'єднайтесь у групи. Оберіть групою стартап для створення логотипу і його комп'ютерної моделі.

Продукт: комп'ютерна модель логотипу.

Крок 1. Створіть оригінальний ескіз логотипу на міліметровому папері:

- 1) ескіз повинен містити щонайменше 8 відрізків;
- 2) принаймні 4 відрізки мають бути нахилені (не вертикальні й не горизонтальні);
- 3) переконайтеся, що ваш ескіз не містить кривих, лише відрізки прямих.

Крок 2. Знайдіть рівняння прямих, на яких розташовані відрізки у вашому ескізі:

- 1) побудуйте прямокутну систему координат;
- 2) побудуйте у вашій системі координат ескіз вашого логотипу;

3) запишіть рівняння прямих, на яких розташовані відрізки вашого логотипу:

- а) знайдіть кутовий коефіцієнт кожної прямої;
- б) визначте точку перетину кожної прямої з віссю ординат;

в) запишіть рівняння (формули функції), графіками яких є прямі, на яких розміщуються відрізки вашого логотипу. Створіть і заповніть таблицю для систематизації обчислень.

4) складіть таблиці значень змінних x і y , щоб перевірити правильність отриманих рівнянь.

Крок 3. Створіть комп'ютерну модель логотипу:

- 1) перейдіть на [desmos.com](https://www.desmos.com) (графічний калькулятор);
- 2) побудуйте графіки рівнянь прямих, на яких розташовані відрізки вашого логотипу;

3) для того, щоб отримати відрізки, обмежте область визначення кожної з отриманих функцій за допомогою записів: $\{x_1 \leq x \leq x_2\}$, де x_1, x_2 — абсциси точок, що є початком і кінцем відрізка відповідної прямої. Ці обмеження введіть у вікно вводу поруч із рівнянням прямої;

4) збережіть зображення й експортуйте його у зручний спосіб, щоб розмістити в презентації.

Крок 4. Створіть плакат або презентацію Power Point, що відображає та описує кроки 1–4.

Крок 5. Презентуйте свій продукт.

ПРОЄКТ «ФУТБОЛКИ ДЛЯ СПОРТСМЕНІВ»

qr.orioncentr.com.ua/wQuZ6



ТЕМА. Елементи стохастики

Математична статистика — розділ математики, який присвячений методам збирання й обробки певних даних та їх використання для наукових спостережень і висновків, а також для практичних потреб. Статистичне дослідження — це процес збирання, аналізу даних з метою отримання висновків про певну групу людей, явище або подію.

Збір даних: Дослідник збирає інформацію про об'єкт або явище, яке він вивчає. Це може бути здійснено шляхом анкетування, спостереження або інших методів.

Опис даних: Після збору даних їх аналізують та описують. Це включає розрахунок таких характеристик, як середнє значення (середнє арифметичне), медіана (значення, що ділить упорядковану вибірку на дві рівні частини) та мода (значення, що найчастіше трапляється у вибірці).

Графічне зображення даних: Дані можна представити у вигляді діаграм, графіків, що допомагає зрозуміти їх розподіл та взаємозв'язки.

Висновки та узагальнення: На основі отриманих результатів робляться висновки про вивчене явище або групу. Вони можуть указувати на тенденції, зв'язки або відмінності між групами або явищами, що вивчаються.

Достовірність результатів: Важливо враховувати обмеження дослідження та методи, використані для збирання даних, із тим, щоб зробити об'єктивні, неупереджені висновки.

Трохи історії

«Пліч-о-пліч. Всеукраїнські шкільні ліги» — це змагання серед учнів України під гаслом «РАЗОМ ПЕРЕМОЖЕМО». На учнів очікує 5 захопливих етапів змагань

на різних рівнях: шкільному, територіальному, районному, обласному та всеукраїнському. Щорічно ці змагання проводять з вересня по червень. Змагання проходять із п'яти видів спорту: баскетбол, волейбол, футзал, спортивне орієнтування та черліденг. Мета цих змагань — збільшити кількість школярів, які займаються спортом на постійній основі й ведуть здоровий спосіб життя.



Ситуація

Учні 7-х і 8-х класів вирішили взяти участь у першому етапі Всеукраїнського змагання «Пліч-о-пліч. Всеукраїнські шкільні ліги». Для участі у спортивному змаганні їм потрібно замовити футболки для

свого класу. Фірма запропонувала футболки різних кольорів за ціною від 100 грн до 120 грн залежно від якості тканини.

Роль. Ви — менеджер підприємства із замовлення та експерт з математики. Проведіть статистичне дослідження та сформуєте замовлення для учнів 7-х і 8-х класів вашого навчального закладу.

Продукт: Сформоване вами замовлення для купівлі необхідної кількості футболок відповідного розміру та кольору для учнів 7-х і 8-х класів вашого навчального закладу, обґрунтування вартості замовлення.

Виконання проєкту

Крок 1. Планування дослідження.

1) Об'єднайтесь у групи. У групі колегіально визначте, у яких класах — 7-х чи 8-х — ваша група буде проводити дослідження. Заплануйте опитування серед учнів 7-х і 8-х класів школи щодо вибору кольору футболок для команди і замовлення футболок потрібного розміру. З таблицею розмірів дитячого одягу ознайомтеся за посиланням qr.orioncentr.com.ua/ShyxM

2) Сформуйте опитувальник за допомогою Гугл-форми. Урахуйте, що учням 7-х класів запропоновано обрати один із кольорів: білий, червоний, чорний. Учні 8-х класів запропоновано обрати один із кольорів: жовтий, синій, зелений. Також в опитувальнику врахуйте розмірну сітку дитячого одягу.

Крок 2. Проведіть опитування.

Крок 3. Отримані дані систематизуйте у вигляді таблиць (табл. 1, 2).

Таблиця 1

Вибір кольору футболка

Колір	Вибір кольору футболка у 7-х класах			Вибір кольору футболка у 8-х класах		
	Білий	Червоний	Чорний	Жовтий	Синій	Зелений
Кількість						
Обраний колір						

Таблиця 2

Замовлення розміру футболка

№ з/п	Розмір (зріст у см)	Кількість (шт.)	
		Для 7-х класів	Для 8-х класів
1	134		
2	140		
3	146		
4	152		
5	158		
6	164		
7	170		
	Загальна кількість замовлених футболка		

Крок 4. Опис і аналіз даних дослідження:

1) побудуйте кругову і стовпчасту діаграми за даними таблиці 1. Визначте за даними таблиці 1, футболкам якого кольору надано перевагу учнями 7-х і 8-х класів;

2) побудуйте кругову і стовпчасту діаграми за даними таблиці 2 для учнів 7-х класів. Визначте за даними таблиці 2, який показник розміру (M_1) трапляється найчастіше у вибірці для семикласників; порівняйте його із середнім значенням зросту семикласників ($Z_{\text{сер1}}$);

3) побудуйте кругову і стовпчасту діаграми за даними таблиці 2 для учнів 8-х класів. Визначте за даними таблиці 2, який показник розміру (M_2) трапляється найчастіше у вибірці для восьмикласників; порівняйте його із середнім значенням зросту восьмикласників ($Z_{\text{сер2}}$);

4) порівняйте отримані значення показників M_1 , $Z_{\text{сер1}}$, M_2 , $Z_{\text{сер2}}$; зробіть висновок.

Крок 5. Обґрунтуйте вартість вашого замовлення. Урахуйте, що оптова ціна футболки становить від 100 до 120 грн. Додатково дайте відповідь на запитання:

1) на скільки відсотків зменшиться вартість вашого замовлення порівняно з максимальним його значенням, якщо ви купуєте футболки за ціною 100 грн?

2) на скільки відсотків збільшиться вартість вашого замовлення порівняно з мінімальним його значенням, якщо ви купуєте футболки за ціною 110 грн?

3) скільки існує способів замовити футболки для учнів 7-х класів? А для учнів 8-х класів?

4) яка ймовірність того, що семикласники оберуть футболки червоного кольору? Яка ймовірність того, що восьмикласники оберуть футболки не чорного кольору?

Крок 6. Створіть плакат або презентацію Power Point, що відображає та описує кроки 1–5.

Крок 7. Презентуйте своє замовлення.



ВІДПОВІДІ

РОЗДІЛ 1. ПОВТОРЕННЯ

Числа, дії з числами. Робота з даними

1. 1) $\frac{2}{7}$; 2) $\frac{3}{5}$; 3) $\frac{4}{9}$; 4) $\frac{11}{15}$; 5) $\frac{3}{8}$; 6) $\frac{5}{11}$; 7) $\frac{4}{7}$; 8) $\frac{13}{19}$. 2. 1) 25;
2) 2; 3) 1; 4) 8. 3. 1) 84; 2) 7848; 3) 1476; 4) 1395. 4. 1) 153; 2) 357;
3) 210; 4) 13860. 5. 1) $-\frac{7}{11}$; $-\frac{5}{11}$; $-\frac{3}{11}$; $-\frac{1}{11}$; 0; 1; $1\frac{6}{13}$; 2) -2,4;
-2,04; -2,004; 1,009; 1,09; 3) -0,5; $(-0,5)^3$; $(-0,5)^2$. 6. 1) $\frac{19}{60}$;
2) $-1\frac{41}{45}$; 3) 8; 4) 2. 7. 1) $\frac{5}{6}$. 8. 1) 64; 2) 30; 9. $-1\frac{19}{20}$.

Математичні вирази, рівності, нерівності

11. 1) $(2,4 + 1,6) - 5,18 = -1,18$; 2) $-\frac{1}{70}$; 3) 2,1875. 13. 1) -64;
2) $\frac{1}{81}$. 14. 1) 7,7; 2) -3,4. 15. -12. 16. 1) Вартість двох наборів
разом; 2) на скільки один набір дорожчий за інший. 17. $S : (x + y)$.
18. 1) $-133a$; 2) $-4bk$; 3) $6x - 3$; 4) $-15a + 45$; 5) $-21y - 49$;
6) $2,8m - 2,2n$; 7) $1,6x - 3,6$; 8) $2d + 1$. 19. 1) $-0,1ab$; 2) $7x + 23y$;
20. 1) -1; 2) 0,2; 3) 1; 4) $5\frac{8}{11}$; 5) -6; 6) $5i - 0,5$; 21. 1) 3; 2) -80.

Величини. Сюжетні задачі

23. 60 км. 24. 438,6 км. 25. 354 м. 26. Андрійко. 27. 19,5 грн,
3 кг. 28. 50 км. 29. 90 км/год, 60 км/год. 30. 3 км/год, 37,8 км.
31. 16,9 га.

4. Графіки залежностей

32. 1) E, F; 2) C, D, E. 33. 1) C, F; 2) C, D, E. 34. C (-2; -2),
D (-5; 0), M(3; 4). 35. D (6; -2), 26 см, 36 см². 36. (2; 5).
37. 1) 4°C; 4) знизилася на 1°C. 38. 1) о 2 год; о 3 год і о 7 год;
о 6 год; 3) о 1 год, о 2 год і о 9 год.

РОЗДІЛ 2. ВИРАЗИ І ТОТОЖНОСТІ

§ 1. Числові вирази

45. 1) $-5,4$; 2) $13,5$; 3) $-19,58$; 4) $-13,11$; 5) $-0,035$; 6) $-30,35$;
 7) $0,12$; 8) $7,5$. 46. 1) $2,29$; 2) $63,03$; 3) $2,9$; 4) $-283,2$. 47. 1) $20\frac{5}{6}$;
 2) $18\frac{23}{24}$; 3) $4\frac{10}{13}$; 4) $2\frac{13}{30}$; 5) $0,5$; 6) 18 ; 7) 2 ; 8) $\frac{3}{28}$. 48. 1) $30\frac{1}{3}$;
 2) $12\frac{1}{6}$; 3) 65 . 49. 1) $140,2$; 2) $-2,74$; 3) $9,5$. 50. 1) $39,48$; 2) $2\frac{2}{3}$.
 51. 1) $(48 - 12) \cdot (3 + 39) - 40 : 4$; 2) $(48 - 12 \cdot 3 + 39 - 40) : 4$.
 52. $(7 - 18) : (9 + 31)$. 53. 76 учнів. 54. 35 дерев. 55. 19 грибів.
 56. 19,5 л. 58. 1) 111105; 2) -1 ; 3) $\frac{101}{104}$. 60. 306.

§ 2. Вирази зі змінними

65. 1) 0 ; 2) $-52,5$; 3) $3,8$; 4) $-0,4$. 66. 1) $-0,5$; 2) $-44\frac{1}{30}$.
 68. 1) ab ; 2) $6x : y$; 3) $(2ab + 3c) \cdot (2ab - 3c)$. 74. 1) x — будь-яке
 число; 2) $y \neq 0$; 3) z — будь-яке число; 4) y — будь-яке число.
 75. $a \neq 0$ 76. $2v + 1,5(v + 2)$; 45 км. 77. 1) $a \cdot p_1$; 2) $b \cdot p_2$; 3) $\frac{p_2}{p_1} \cdot 100\%$;
 4) $\left(\frac{ap_1 - bp_2}{bp_2}\right) \cdot 100\%$. 78. $5a + 10(a + 7)$; 115 грн. 81. 1) $a \text{ і } b$ — будь-
 які числа, $6,8$; 2) $c \text{ і } d$ — будь-які числа, $-4,5$; 3) $a \text{ і } b$ — будь-які
 числа, $-4,3$; 4) k, t — будь-які числа, $h \neq 5\frac{1}{3}$, 0 . 82. $a \text{ і } b$ —
 будь-які числа, $-29,1$. 83. 1) $3n + 3$; 2) $4n^2 + 4n$; 3) $2n(n - 1)$.
 84. 1) $x \neq 0 \text{ і } x \neq 1$; 2) $x \neq 0 \text{ і } x \neq 1$. 85. $20r$ м.

§ 3. Перетворення виразів

92. 1) $1,2a$; 2) $3,5cd$; 3) $-12mn$; 4) $-11xyz$; 5) $3,2abc$;
 6) $-240tpk$; 7) $\frac{1}{28}ab$; 8) $98xy$. 93. 1) $14ab$; 2) $1,6cd$; 3) $-7mn$;
 4) $0,35xyz$. 94. 1) $35a$; 2) $45c$; 3) $20n + 12$; 4) $11k - 4,5$; 5) $0,1a -$
 $-1,9b$; 6) $-1,3x + 3,6y$; 7) $-2\frac{3}{14}p - 3\frac{7}{15}q$; 8) $3\frac{7}{9}c + 1\frac{59}{72}k$.
 95. 1) $14a$; 2) $42x - 11$; 3) $9a - 10b$; 4) $19 - 3,7m + 0,8n$. 98. 1) b ;
 2) $9c - 4d$; 3) $-2m + 2n$; 4) $-k + 5p$; 5) $-9x + 9y - 9z$; 6) $2a - 2b$.
 99. 1) $c - 3d$; 2) $4x - 3y$; 3) $6a - 6b$. 100. $(8p + 80)$ грн.
 101. $(280x + 4000)$ грн. 102. $a - 2$. 103. $a - 6$. 108. 1) 57 ; 2) 114 ;

- 3) 3; 4) -6. 109. 1) -9; 2) 24. 110. 1) $x + 26$; 2) $10c - 12d$;
 3) $-13m - 13$; 4) $2,1a + 3,2b$. 111. Зменшилася на $0,08x$ грн.
 112. $\left(1 - \frac{p-5}{p}\right) \cdot 100\%$; 113. 1) $2m$; 2) $-m$; 3) $3a$; 4) $2a^2$. 114. 1) c ;
 2) $-xy$. 115. 1) -2 ; 2) $-3\frac{1}{3}$; 116. 1) 18; 2) -28 . 117. 1) $4n + 6$;
 2) $3a - 6$; 3) $8n + 16$; 4) $25k + 50$.

§ 4. Тотожність

131. 1) Так; 2) так; 3) так; 4) ні; 5) ні, 6) так; 7) ні; 8) ні.
 140. 1) Так; 2) ні; 3) так; 4) ні; 141. 1) Ні; 2) ні; 152. 1) 15 відер,
 20 відер, 40 відер; 2) 8 дерев. 153. $1,07^2 \cdot n$. 154. 1) $1,03^3 \cdot m$;
 2) $1,03 \cdot 1,03 \cdot 1,03 \cdot 1,03 \cdot 1,03 \cdot m$.

§ 5. Степінь з натуральним показником

158. 4) $(-n)^9$; 5) $(2a)^9$. 160. 1) 64; 2) 64; 3) -64 ; 4) 64.
 161. 1) 36; 2) 36; 3) -25 ; 4) 25. 162. 1) 100; 2) 0,01; 3) 1,21.
 163. 1) 1000; 2) 0,001. 167. 1) 0; 2) -15 ; 4) -8 . 168. 1) Додатним;
 4) від'ємним. 169. 1) Додатним; 3) від'ємним. 172. 1) $(-4)^4 = 4^4$;
 2) $(-4)^3 < 4^3$; 3) $(-4)^5 < 4^2$; 4) $(-4)^6 = 4^6$. 173. 1) 45; 2) -1125 .
 174. 1) 46; 2) 4. 176. 1) 1082; 2) 15; 3) -10 ; 4) -26 ; 5) 2000.
 177. 1) -7 ; 2) 16. 178. 1) 2^5 ; 2) 2^7 . 179. 1) 5^3 ; 2) 5^6 . 180. 1) 2^{12} ;
 2) 4^6 ; 3) 16^3 . 181. 1) 2^8 ; 2) 4^4 ; 3) 16^2 . 182. 1) 16; 2) 0,0081.
 183. 1) 243; 2) $-0,00032$. 184. Так, наприклад $a = 0,1$.
 185. 1) $n = 4$. 186. 1) $8536 = 8 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 6$.
 187. 1) $0,5^6$; 2) $(-0,3)^9$. 189. 1) 0; 2) 0. 192. Квадрат зі стороною 5 м.

§ 6. Дії зі степенями

199. 1) 8^6 ; 2) 8^{45} ; 3) 8^{10} . 200. 1) 10^{12} ; 2) $0,3^3$; 3) $4,5^{38}$; 4) $2,1^8$;
 5) a^{54} ; 6) n^{12} . 201. 1) 5^{13} ; 2) $0,01^{10}$; 3) c^9 ; 4) m^{23} ; 5) $(-x)^{40}$.
 202. 1) $5^3 \cdot 5^4$; 3) $8^n \cdot 8^m$. 204. 1) $a^3 \cdot a^{57}$; 3) $a^{30} \cdot a^{30}$. 205. 1) $m^2 \cdot m^{23}$;
 2) $m^5 \cdot m^{20}$. 207. 1) 11^{10} ; 3) 11^{12} . 209. 1) 7^{16} . 212. 1) $0,1^{18}$; 3) $0,1^{50}$.
 213. 1) 5^{12} ; 3) 5^{30} . 214. 1) 3^{50} ; 2) 4^{99} . 215. 1) 2^{10} ; 3) 4^{3x} . 217. 2) 4;
 3) 0,09. 222. 1) 30^{21} ; 2) 30^6 ; 4) 3^5 . 229. 1) 0,027; 3) 1. 230. 1) 625;
 3) 1. 232. 1) 50; 2) 4. 234. 1) 8^{18} ; 3) 8^8 . 239. 1) $a^{10}b^{26}$; 2) a^8b^{30} ;
 4) $a^{88}b^{64}$. 240. 1) $3^n(1 + 3^6)$; 2) $3^n(1 - 2 \cdot 3^2)$. 241. 1) $2^n(1 + 2)$;
 2) $2^n(1 - 5 \cdot 2^6)$. 242. 1) $(5^2)^6$; 2) $(5^3)^4$. 244. 1) 1 000 000;
 2) 0,000001. 245. 1) 100; 2) 0,01. 247. 1) 2^{18} ; 2) $0,25^{18}$.
 248. 1) $(-2)^5$. 249. 1) $0,5^5$; 2) $0,5^4$. 251. 1) 5; 2) 0; 4) 1. 253. 1) -1 .
 259. 1) $a^n(2 + a^{3n+2})$; 2) $a^n(a^nc + a^{10} + 1)$. 262. 0,5. 263. 500 с.

РОЗДІЛ 3. ОДНОЧЛЕНИ І МНОГОЧЛЕНИ

§ 7. Одночлен. Дії з одночленами

273. 1) $7x$; 2) $23,5x^2$. 275. 1) $22m$; 2) $-21a^2$. 277. 1) $15x$; 2) $3x^5$.
 280. 1) $0,8x^9y$; 2) $6,5a^7c^4$. 281. 1) $16a^3c^4b^5xy$; 3) $-100a^4c^4b^7$.
 282. 1) $-1,2xy$; 2) $-6x^{12}y^5$. 283. 1) $25x^2y^6$; 3) $a^4b^2c^{12}$. 290. 1) 2; 1;
 2) 0; $-\frac{5}{7}$; 3) 50; 9. 291. 1) 0; 0,26; 2) 1; -7; 3) 3; 4. 294. 1) -4;
 2) -3. 297. 1) $-4a^4b^7$, $4a^4b^7$; 2) $-1\frac{1}{4}x^3y^4$; $1\frac{1}{4}x^3y^4$; 3) $-0,01a^{50}c^{20}b^{25}$;
 $0,01a^{50}c^{20}b^{25}$. 298. 1) $-7b$, $7b$; 2) $-10x^{20}y^{10}$; $10x^{20}y^{10}$; 3) $-0,2a^2c^2b^4$;
 $0,2a^2c^2b^4$. 299. 0. 300. 1) $2,4x^{20}y^{20}z^{12}$. 302. 1) $-0,2x^{16}y^9$; 25; -0,2;
 2) $-3x^7y^8c^{10}$; 25; -3. 305. 1) 5; 2) 3. 306. 4.

§ 8. Многочлен та його стандартний вигляд

323. 1) $11x$; 2) $-14x^2 + 7,2$; 3) $-3m^2 - 3m + 10$.
 324. 4) $2x^2 - 7xy^2$. 326. 1) a , 1. 331. $0,48k + d$. 332. $0,4k + 0,2d$.
 335. 1) $xy + 2x^2y + 11xy^2$; 2) $-18a - 11a^2 - b^2$. 336. 2. 337. 2) 0; 0;
 3) $5x^4 + 1$; 4. 338. 1) $0,1y^4 + 6,9y^2$; 4; 2) $-56k^{24} - 1,44k^3$; 24;
 3) $-3a^5b^2 - 24b^4a^3$; 7. 342. 1) $4 + 4n$; 2) $2n + 5$. 343. $a^{12n+2}b^8$.

§ 9. Додавання і віднімання многочленів

350. 1) $3x + 5$; 2) $6x - y$; 3) x ; 4) $10x + 16$. 352. 1) $6x + y$;
 2) $2m + 1$; 3) $2x^2$; 4) $-3y^2 - y$. 356. 1) $-y$; 2) $m + 2n$; 4) $2y^2 + 3y + 4$;
 6) $4x^3 + 2x^2$. 360. 1) -40; 2) 17. 362. $ap = 10a + p$. 369. 1) -1,5;
 2) 0. 370. -1,5. 375. 1) $9b - 9a$; 2) $20b + 13a$. 378. 112, 121, 211.
 379. 7681. 380. 198. 382. 6 л, 9 л, 8 л.

§ 10. Множення многочленів

388. 1) $-x^2 - xy$; 2) $x^2 - xy$; 3) $x^2 - x$. 389. 1) $m^2 + mn$;
 3) $-8d + 16$; 4) $3m^2 - 3m^3$; 5) $2m^2n^2 + 2nm^3$. 391. 1) $-3a^2 + 35a$;
 3) $8a$. 393. 1) -2; 2) 0. 395. 1) $n^2 + 2mn - m^2$; 2) $x^2 + 3x - 40$;
 3) $-x^2 + 2x + 24$; 6) $-x^4 - 4x^2y^2 + 5y^4$. 397. 1) $x^2 + 8x + 16$;
 2) $x^2 - 2xy + y^2$; 3) $x^4 + 4x^2 + 4$. 399. 1) $m^6 - 1$; 2) $a^2 - a - b^2 - b$;
 3) $x^3 - 8x^2 + 19x - 20$. 402. 1) 2; 3) 40. 404. 1) $5x^2y - 10xy$;
 2) $-24a + 6a^2$. 405. 1) $x^3y^2 - x^3y^4$. 406. 1) $a^2 - a^{32}$; 2) 0. 408. 0.
 410. 1) -2; 2) $0,125b^3 - 4a^6 - a^4b$; 3) $-2y^2 - 2yx$. 412. -0,24.
 417. 1) $36b^3 - 8a^2 + 4b$; 3) $a^4 + a^2b^2 + b^4$; 4) $-c^2$. 418. 2) -0,512.
 419. 1) $-x^{2n+2} - 1$. 421. 0. 422. 74. 423. 15. 424. 652, 265.
 425. 428 571. 427. 58 м. 428. $(16a + 3ax + 2x^2a)$ грн.

§ 11. Квадрат двочлена

433. 1) $y^2 + 2yc + c^2$; 2) $a^2 + 18a + 81$; 3) $x^2 + 14x + 49$;
 4) $4 + 4m + m^2$. 435. 1) a^2 ; 2) $81d^2$. 437. 1) $4a^2 + 12a + 9$;
 2) $4 + 12c + 9c^2$; 3) $16y^2 + 8xy + x^2$; 4) $4m^2 + 20mn + 25n^2$.
 438. 1) $x^2 + 6xy + 9y^2$; 2) $25a^2 + 10ab + b^2$; 3) $9a^2 + 12ac + 4c^2$;
 6) $0,09y^2 + 0,24xy + 0,16x^2$. 439. 1) $9x^2 + 6xy + y^2$;
 2) $a^2 + 10ab + 25b^2$; 3) $4a^2 + 12ac + 9c^2$; 4) $25b^2 + 9ab + 0,81a^2$.
 441. 1) $16 - 3b^2$; 2) $18y + 36$. 443. 1) $y^2 - 2yc + c^2$; 2) $a^2 - 18a + 81$;
 3) $x^2 - 14x + 49$; 4) $4 - 4m + m^2$. 445. 1) $8a$; 2) $7c$.
 447. 1) $4a^2 - 12a + 9$; 2) $4 - 12c + 9c^2$; 3) $16y^2 - 8xy + x^2$;
 4) $4m^2 - 20mn + 25n^2$. 448. 1) $16x^2 - 24x + 9$; 3) $16m^2 - 8mn + n^2$;
 6) $0,16a^2 - 4,8ac + 36c^2$. 449. 1) $9x^2 - 6xy + y^2$; 2) $a^2 - 10ab + 25b^2$;
 3) $4a^2 - 12ac + 9c^2$. 451. 1) $36 - 12y$; 2) $60x^2 - 15$. 456. 1) $(2 + x)^2$;
 2) $(9 - y)^2$; 3) $(6b + 2)^2$. 461. 1) 0,09. 463. 1) -2; 3) не має розв'язків.
 465. 1) $25a^2 + 60ab + 36b^2$; 2) $9x^2 + 90xy + 225y^2$. 472. 10.
 474. 1) 5. 477. 13 см. 479. 5; 6; 7. 481. 7, 9, 11. 484. 64 кг.

§ 12. Різниця квадратів

490. 1) $x^2 - 1$; 2) $m^2 - 16$; 4) $a^2 - 100$; 5) $0,09 - x^2$.
 492. 1) $4 - 25x^2$; 2) $9b^2 - 49d^2$; 4) $16x^2y^2 - 1$. 494. 1) 9; 2) 0;
 3) не має розв'язків. 496. 1) $x^6 - y^6$; 2) $x^{10} - y^{10}$; 4) $a^{12}b^6 - c^4$.
 500. 1) $(a - 5)(a + 5)$; 2) $(n - 10)(n + 10)$; 4) $(y - 1,5)(y + 1,5)$.
 502. 1) $(a^3 - b^3)(a^3 + b^3)$; 2) $(x^5 - y^2)(x^5 + y^2)$; 4) $(pn^2 - m^4)(pn^2 + m^4)$.
 504. 1) -5; 5; 2) -20; 20. 509. 1) $8(2 + x)$; 2) $x(x - 16)$; 4) $12(x - 1)$.
 511. 2) $64y^2 - 9x^2$; 3) $0,04a^2b^2 - x^2y^2$; 4) $y^{10}x^6 - 4$. 514. 1) $81 - a^4$;
 3) $1 - x^8$. 516. 1) $a^3c^3(ac + 6)$; 2) $d(1,2c^6 + d)$. 522. 1) $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$;
 2) $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$. 523. 20 см і 4 см. 524. 18 см і 6 см. 525. 2 : 5.
 528. 32 і 23. 530. Так.

§ 13. Сума і різниця кубів

536. 1) Ні; 2) ні; 3) ні; 4) так. 538. 1) $b^3 + c^3$; 2) $a^3 - x^3$;
 3) $c^3 + 8d^3$; 4) $x^3 - 27m^3$; 5) $64a^3 + n^3$; 6) $729m^3 - t^3$; 7) $125c^3 + 8$;
 8) $343x^3 - 27$. 539. 1) $a^3 - n^3$; 2) $m^3 + t^3$; 3) $64y^3t^3 - x^3$.
 540. 1) $8a^3$; 2) $27b^3$; 3) $216y^3$. 541. 1) -1; 2) 27; 3) $0,001c^3$; 4) $-c^3d^3$.
 542. 1) 1; 2) 1; 3) 9. 543. 1) 1; 2) 1. 547. 1) $64a^3$; 2) $0,027b^3$;
 3) $216y^3$. 551. 1) $a^6 - b^6$; 2) $729x^6 - y^6$; 3) $m^6 - 0,000001n^6$;
 4) $4096c^6 - b^6$. 553. 1) 1; 2) 2; 3) 5; 4) -5. 554. 1) 95; 2) -1.
 557. 1) 5005; 2) 3600. 560. 1) 3704; 2) 98. 561. 1) -224; 2) -576.
 562. 5 см і 1 см. 563. 1 см і 3 см. 569. 0,2 м і 0,4 м; 0,008 м³
 і 0,064 м³. 570. 1216 см³.

§ 14. Способи розкладання многочленів на множники

574. 1) $12b^3(b^2 - 2)$; 2) $a^2b(10a + b)$; 3) $a^2b^2(a^2b - 9ab^2 - 81)$; 4) $-5ab$. 575. 1) $(b + c)(a - x)$; 4) $(y + 4)(x + 1)$; 6) $(n - 1)(2m + n)$; 8) $(x - y)(x + y)(1 - 18ab)$. 576. 1) $2a^2$; 2) 4; 3) $5a^2b^2$; 4) $2c^2$. 577. 1) $5n^2$; 2) $7m^3n^3$. 578. 1) 0; 1; 2) 0; -3; 3) 0; 0,8; 4) 0; 0,5; 5) 0; 5,5; 6) 3; 4. 579. 1) 0; 0,5; 2) 0; -2; 3) 0; 9; 4) ± 3 . 580. 1) 4,76; 2) -0,09. 581. 1) 21,2; 2) -720. 583. 2) $(4b - 3)(4b + 3)$; 4) $(0,2a^2 - 0,9)(0,2a^2 + 0,9)$; 7) $(b^6c^2 - 6)(b^6c^2 + 6)$. 584. 2) $(c^3 - 4b^5) \times (c^3 + 4b^5)$; 3) $(x^4y^2 - 0,6)(x^4y^2 + 0,6)$. 585. 1) $2a$; 2) $9xy^2$. 586. 1) $(3a - b)^2$; 4) $(ab + 1)^2$; 6) $(c^2 - 2d)^2$. 589. 1) 0; ± 1 ; 2) 0; $\pm 0,25$; 3) 0; ± 1 ; 4) 0; 1,2; 5) 0; -8; 6) -2; 3. 590. 1) 0; ± 2 ; 2) 0; 7; 3) 2; $\frac{3}{4}$; 4) 0; 2,5. 591. 1) 45; 2) 2160; 3) 1. 592. 1) -240 000; 2) 0,75. 593. 1) $(2a + 1)(a^2 + 1)$; 4) $(a^2 + b^2)(ab + 1)$; 7) $(a - b) \times (a^2 + 1)$. 594. 1) $(3x^2 + 1)(x + 1)$; 2) $(a - 3b)(5a + 2)$; 3) $(x^2 + 2) \times (x - 3)$; 4) $0,4(2m + 1)(mn + 4)$. 595. 1) $a^2 + 4$; 2) $b - 3$. 596. 1) $x + 4$; 2) $4b^4 + 7$. 597. 1) $3x(x - y)(x + y)$; 5) $a(c - b) \times (c^2 + cb + b^2)$; 7) $7az(z - 2a)(z^2 + 2az + 4z^2)$; 9) $3b(a - b)^2$; 11) $(a - b - c)(a - b + c)$. 599. 1) $(3x - 2y)(9 + 5x)$; 2) $(9n - 5) \times (-5m - 2n)$; 3) $-y(1 + y)$. 601. 1) $(a + b)(a + 1)^2$; 2) $(x + 2)(x - 2)^2$; 3) $9(2m + 3)(m - 2)(m + 2)$. 602. 1) $(2y - 5x + 2)(2y + 5x + 4)$; 2) $(3n^2 - 2)(5n^2 + 4)$; 3) $4(6xy + 4)$. 603. 1) $(b - 2)(3b + 8)$; 2) $3(2m^2n^2 + 3)$. 604. 1) $4(27x^2 + 36x + 16)$; 2) $9a(3a^2 - 6ab + 4b^2)$. 605. 1) 1; 2) 251,2. 606. 1) $16(3x + 2)(9x^2 + 12x + 8)$; 3) $(3x - 4)^2$. 608. 1) $(3x - 4y + 1)(3x + 4y + 1)$; 3) $(a - 1)(a + 5)$; 4) $(a - 1)(a + 5)$. 609. 1) $(x - 2)(x - 3)$; 2) $(y - 1)(y - 2)$; 3) $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 6)$; 4) $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 1)$. 610. 1) $(x - 5)(x - 3)$; 2) $(m - 3)(m - 4)$. 611. 15 см і 17 см, 64 см. 612. 50 м, 80 м. 613. 1) $(x^2 + x + 1) \times (x^2 - x + 1)$; 2) $(x + 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$. 616. 126. 617. 14 м. 618. 37 років і 12 років. 619. 1 м, 1,5 м.

РОЗДІЛ 4. ФУНКЦІЇ

§ 15. Що таке функція?

626. Так, $n = 2k$, де k, n - натуральні числа. 632. 1) $y = -21$; 2) $y = -11$; 3) $y = -6$; 4) $y = 4$; 5) $y = 21$; 6) $y = -4\frac{1}{3}$. 633. 3) $y = 14$; 4) $y = -16$. 634. $S = 18t$. 1) 54 км; 2) 63 км; 3) 183,6 км. 635. $S = 75t$. 1) 675 км; 2) 862,5 км; 3) 1530 км. 638. 1) t ; 2) t - будь-яке число; 3) $g \geq 4$. 639. 1) x ; 2) x - будь-яке число; 3) $g \leq 5$. 642. $y = 0,05x$, де y - кількість відрахувань, x - розмір

- заробітної платні працівника фабрики. **649.** 1) x — будь-яке число, крім 2; 2) x — будь-яке число; 3) x — будь-яке число; 4) x — будь-яке число, крім $1\frac{1}{3}$. **650.** 1) x — будь-яке число; 2) x — будь-яке число, крім 5; 3) x — будь-яке число, крім $\frac{1}{3}$; 4) x — будь-яке число. **651.** 1) $y \geq 0$; 2) $y \geq 2$; 3) $y \leq 1$; 4) $y \geq 7$; 5) $y \geq -3$; 6) $y \leq 5$. **652.** 1) $y \geq 4$; 2) $y \geq -2$; **655.** $p = 8n$, де p — загальний об'єм витраченого бензину (у літрах), n — кількість днів. 1) 40 л; 2) 56 л.

§ 16. Координатна площина. Графік функції

- 659.** 1) Ні; 2) так; 3) ні. **660.** 1) Ні; 2) ні; 3) так. **661.** 1) A, E, F, M ; 2) D, K, M . **668.** 1) Так; 2) ні; 3) ні; 4) ні. **669.** 1) Так; 2) ні; 3) так; 4) ні. **671.** 1) $(0; -4)$; 2) $(0; 3)$; 3) $(0; \frac{5}{12})$. **672.** 1) з OX $(3; 0)$, з OY $(0; -15)$; 2) з OX $(3; 0)$, $(-3; 0)$, з OY $(0; 9)$; 3) з OX $(1\frac{1}{6}; 0)$, з OY $(0; \frac{7}{33})$. **673.** 1) $(-5,5; -4,2)$; 2) $(5,5; 4,2)$; 3) $(5,5; -4,2)$; 4) $(-5,5; 4,2)$. **674.** 1) $(-4,8; 1,5)$; 2) $(1,6; -0,5)$; 2) $(6,1; -0,2)$. **677.** $n = 2$. **678.** $m = 5$. **679.** $a = \frac{2}{3}$.

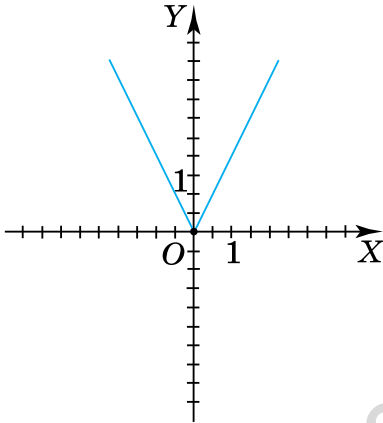
§ 17. Лінійна функція

- 692.** 2) Від'ємним. **693.** 1) 3; 2) $-0,5$; 3) $\frac{1}{6}$. **698.** 1) 3; 2; 1; $-0,5$; 2) 2; 5) немає; 6) будь-яке число. **699.** 1) 0; 1; 2; $3,5$; 2) -1 ; 5) будь-яке число; 6) немає. **703.** 1) $(0; -3)$; 2) $(0; 9)$; 3) $(0; \frac{8}{15})$. **704.** 1) $(4; 0)$; 2) $(3; 0)$; 3) $(-\frac{2}{3}; 0)$. **705.** 1) з OX $(-2; 0)$, з OY $(0; -10)$; 2) з OX $(6,5; 0)$, з OY $(0; -2,6)$. **708.** $m = 16$. **709.** $b = -0,4$. **712.** 1) $(1; 1)$; 2) $(-2; 2)$. **713.** 1) $(1; 2)$; 2) $(2; -1)$. **714.** $a = 5$, $b = 2$. **717.** $k = 7$, $b = -3$. **718.** $a = 16$, $c = -2$. **719.** $m > \frac{2}{3}$. **720.** $m > -\frac{1}{2}$. **721.** $k = 5$. **722.** $a = -\frac{1}{4}$, $b = \frac{1}{8}$.

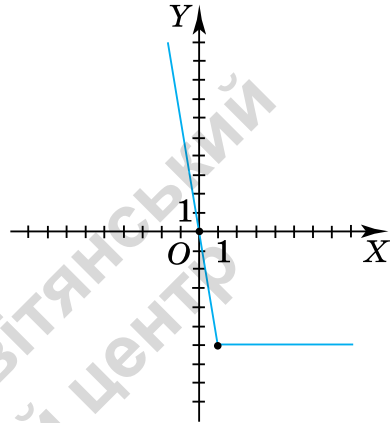
§ 18. Пряма пропорційність

- 730.** 1) $0,5$; 0; $-0,5$; $-0,75$; 2) 0. **731.** 1) $-0,75$; $-0,5$; 0; $0,5$; 2) 0. **732.** 1) -6 ; 2) -3 ; 3) 0; 4) 3; 5) 6. **735.** 1) Ні; 2) ні; 3) ні;

- 4) так. **736.** 1) Ні; 2) ні; 3) так; 4) так. **737.** 1) Так; 2) ні; 3) ні;
 4) так. **738.** N, R . **739.** $n = -2,5$. **740.** $b = -\frac{4}{7}$. **741.** $y = 3x$;
 $y = -0,5x$; $y = \frac{1}{4}x$. **742.** $y = -\frac{5}{9}x$. **743.** $y = \frac{1}{3}x$. **744.** $y = \frac{1}{8}x$.
745. $y = -25x$. **746.** $y = -36x$. **747.**



До задачі 747(1).



До задачі 747(3).

РОЗДІЛ 5. ЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ ТА ЇХ СИСТЕМИ

§ 19. Рівняння. Властивості рівносильності рівнянь

- 763.** 1) 2; 2) -3; 3) -1; 4) -4; 5) -6; 6) -9; 7) 21; 8) 3; 9) -1;
 10) 4; 11) 3; 12) 2. **764.** 1) -7; 2) 3; 3) 1; 4) 7; 5) -2; 6) -2.
767. 1) 2; 2) $\frac{14}{17}$; 3) $\frac{8}{19}$; 4) -0,5; 5) 3; 6) 61; 7) $\frac{5}{7}$; 8) 1. **768.** 1) 15;
 2) $\frac{5}{6}$; 3) 0,3; 4) $-\frac{5}{12}$. **771.** 84 роки.

§ 20. Лінійне рівняння з однією змінною

- 777.** 4) x — будь-яке число; 5) рівняння коренів не має; 6) рівняння коренів не має. **778.** 4) $4\frac{2}{17}$; 5) 15; 6) $1\frac{21}{58}$. **779.** 1) 0,25;
 2) рівняння коренів не має. **780.** 32 уч. і 27 уч. **781.** 27 кн. і 36 кн. **782.** 10 см і 30 см. **783.** 15 см і 20 см. **787.** 1) 1; 2) рівняння не має коренів; 3) 0,1; 4) 1,7. **788.** 1) -28; 3) $-2\frac{1}{15}$.
789. 1) 0,5; 2) 4; 3) 1,1; 4) -1. **790.** 1) 4; 2) -14; 3) 4. **791.** 1) -24;

- 2) 3. **792.** 40 км/год і 80 км/год. **793.** 60 км. **794.** 1) 3, 4, 5, 6. **795.** 2, 3, 4. **796.** 1) Якщо $a = -2$, то коренів немає; якщо $a \neq -2$, то $x = \frac{4}{a+2}$; 2) Якщо $a = 1$, то коренем є будь-яке число; якщо $a \neq 1$, то $x = 1$; 3) Якщо $a = 2$, то коренем є будь-яке число; якщо $a \neq 2$, то $x = \frac{1}{a+2}$. **797.** 1) Якщо $a = -1$, то коренем є будь-яке число; якщо $a \neq -1$, то $x = 1 - a$; 2) якщо $a \neq 0$ і $b \neq 0$, то $x = \frac{-(a-b)^2}{ab}$; 3) якщо $a = b$, то коренем є будь-яке число; якщо $a \neq b$, то $x = -\frac{b}{a}$; 4) якщо $a = -b$, то коренем є будь-яке число; якщо $a \neq -b$, то $x = -b$. **798.** ≈ 19 тис. грн.

§ 21. Лінійне рівняння з двома змінними

- 801.** 1) $y = 5 - 3x$; 2) $y = 2x - 3,5$; 3) $y = 2\frac{2}{3}x + 3\frac{1}{3}$; 4) $y = 9x - 6$.
802. 1) $y = -4x - 7$; 2) $y = 4x + 1,25$. **803.** 1) $(8 - 2y; y)$, y — будь-яке число; 2) $(y - 3,5; y)$, y — будь-яке число; 3) $(0,3 - 2y; y)$, y — будь-яке число. **804.** 1) $(x; 0, 2x + 2,4)$, x — будь-яке число; 2) $\left(x; -0,5x + \frac{1}{12}\right)$, x — будь-яке число. **806.** -27 . **807.** 7. **808.** 1) -1 .
809. 1) $(4; 4)$; 2) $(3; 6)$ або $(4,8; 2,4)$. **812.** Наприклад, 28 учнів і 22 учні. **813.** 1) так; 2) 12-річних 28 осіб і 13-річних 24 особи. **814.** 1) ні; 2) 10-літрових — 24 бутлі, 5-літрових — 2 бутлі.

§ 22. Графік лінійного рівняння з двома змінними

- 817.** 1) Ні; 2) ні; 3) ні; 4) так. **818.** 1) Ні; 2) ні. **819.** 1) 4; 2) 2,5; 3) $-1\frac{2}{3}$; 4) -4 . **820.** 1) 2; 2) 1. **823.** 1) $(9; 0)$; 2) $(0; -6)$. **824.** 1) $(4; 0)$; 2) $(0; 5)$. **827.** 1) 1; 2) 2,5. **828.** 0,4. **831.** 1) I і III; 2) I; III і IV; 3) II і IV; 4) III і IV; 5) I і IV. **832.** а) Різні знаки; б) однакові знаки; в) однакові знаки; г) різні знаки. **833.** а) Пряма a — різні знаки; пряма b — однакові знаки; б) пряма a — однакові знаки; пряма b — різні знаки. **835.** 1) $2x + 3y - 6 = 0$; 2) $4x - 7y - 28 = 0$; 3) $x - 2y + 2 = 0$. **836.** 1) $x + y - 1 = 0$; 2) $x - 2y - 8 = 0$. **841.** 2 купюри по 100 грн і 9 купюр по 200 грн. **842.** 1 к. і 16 к.

§ 23. Система двох лінійних рівнянь із двома змінними

847. 1) (2; 2); 2) (3; -9); 3) (3; 2); 4) (0; 2); 5) розв'язків немає; 6) безліч розв'язків. 848. 1) (1; 2); 2) (2; 0); 3) розв'язків немає; 4) безліч розв'язків. 852. 1) (2; 3); 2) (2; -4). 853. (-1; 3). 854. 1) (-1; 3); 2) (1; -2); 3) (-2; -2); 4) (1; 2); 5) (3; 3); 6) (0; 0,5). 855. 1) (2; -1); 2) (1; -3). 858. 1) 8; 2) -2. 859. 1) $a = 0$ або $a = \frac{1}{3}$; 2) таких значень a не існує; 3) a — будь-яке число, крім 0 і $\frac{1}{3}$. 860. 6 км/год і 18 км/год. 861. 40 рупій і 170 рупій.

§ 24. Аналітичні способи розв'язування систем

867.1) (1; -2); 2) (-1; 3); 3) (3; 0); 4) (5; -3); 5) (-7; 4); 6) (0,5; 2); 7) (-1; 4); 8) (1; -1); 9) $m = 2,4$; $n = 1,2$; 10) $k = 2$; $p = -4$; 11) $a = -1$, $b = 4$; 12) $q = 3$, $p = 2$. 868. 1) (2; -1); 2) (4; -2); 3) (3; 1); 4) (0; -2); 5) (-1; -6); 6) (2,5; 3). 870. 1) (-1; 2); 2) (3; 2); 3) (1; -6); 4) (1; -1); 5) (2; -4); 6) (5; -3); 7) (-7; 4); 8) $\left(\frac{1}{7}; -2\right)$; 9) (0,5; 0,2); 10) (0,5; -1); 11) $m = \frac{11}{139}$; $n = \frac{7}{139}$; 12) $p = -\frac{1}{7}$; $q = -\frac{19}{28}$. 871. 1) (2; -2); 2) (-3; -7); 3) (3; 0); 4) (5; -6); 5) (0,2; 1); 6) $\left(-2; \frac{1}{3}\right)$. 874. 46 і 31. 875. 53 і 27. 876. 23 і 13. 877. 24 і 12. 878. 17 і 10. 879. 20 і 12. 880. 3 і 7. 881. 10 і 4. 882. 15 см і 45 см. 883. 5 см і 7 см. 884. 12 грн. 885. 14 грн. 886. (-1,4; 1,8); 2) (4; -7). 887. (-3,8; 2,2). 888. 1) (2; 2); 2) (-6; 0); 3) розв'язків немає; 4) (-3,5; -3,75); 5) (24; 12); 6) (-9; 9); 7) (6; 8); 8) (4; -6). 889. 1) (-19; -3); 2) (1; -1,5); 3) (5; 8); 4) (1,2; 0,7). 890. 80 км/год. 891. 80 км/год. 892. 14 км/год, 12 км/год. 893. 75 км/год, 65 км/год. 894. 55 км/год і 5 км/год. 895. 15 км/год і 5 км/год. 896. 48 деталей і 40 деталей. 897. 12 кост. і 5 кост. 898. 60 ябл. і 90 ябл. 899. 76 кн. і 20 кн. 900. 24 і 30. 901. 16 і 12. 902. 1) $y = -2,5x + 5$; 2) $y = 1,5x + 2,5$; 3) $y = 2x - 1$; 4) $y = -x + 2$. 903. $y = -x + 4$. 904. 1) $a = 2$ і $b = 3$; 2) $a = 3$ і $b = -1$. 905. 2 : 1. 906. 13 хлопців і 15 дівчат. 907. На 64. 908. 1) 5; 3) 4; 4) 2. 909. 1) $a \neq 12$; 2) $a = 12$. 910. 1) -2 і 0,5. 911. 15 наметів і 10 будиноків. 912. 90 км/год.

РОЗДІЛ 6. ЕЛЕМЕНТИ СТОХАСТИКИ

§ 25. Відсотки

919. 144. 920. 17 км. 921. 200 учнів. 922. 75 місць.
 923. 16 км. 924. 480. 925. 1) 52,5 кг; 2) 180 кг. 926. 1) 7,92;
 2) 5 кг. 927. 15 %. 928. 12 %. 929. 11 %. 930. 17,4 %.
 931. 125 %. 932. Збільшилась на 8 %. 933. На 21 %. 934. Змен-
 шилась на 2,25 %. 935. Зменшилась на 1,44 %. 936. 0,5 кг.
 937. 20 кг. 938. На 900 %. 939. 22,5 і 21. 941. 25 %.

§ 26. Таблиці й діаграми

951. 144° , 216° . 952. 15 %; 1 – 168; 2 – 252; 3 – 84; 4 – 56.
 954. 1) 5; 2) 3; 3) Таня, Оксана. 960. 8, 4, 2, 10 запитань відпо-
 відно. 961. 15, 9, 6 задач відповідно.

§ 27. Вибірка та її середнє значення

979. 1,8 год. 980. 1,2 год. 981. 12,3. 982. 6,6. 983. 115 грн.
 984. 139. 985. 9. 986. 6,9. 990. 16. 996. 8.

§ 28. Комбінаторні задачі

1002. 936, 639. 1003. 6. Ні. 1004. 6. Ні. 1006. АОІ, АІО, ОАІ,
 ОІА, ІАО, ІОА. 1007. 6. 1008. 1) 3; 2) 3; 3) 1. 1009. 1) 14; 2) 90.
 1010. 180. 1011. 1) 8; 2) 15. 1012. 1) 6; 2) 6. 1013. 6. 1014. 24.
 1015. 6. 1017. 24. 1019. 4. 1020. 2. 1024. 120. 1026. 1) 30; 2) 36.
 1027. 81. 1028. 648. 1030. 1) 48; 2) 100. 1034. 100.

§ 29. Ймовірність випадкової події

1044. $\frac{1}{2}$. 1045. $\frac{1}{2}$. 1046. 1) $\frac{1}{21}$; 2) 1; 3) 0; 4) $\frac{17}{21}$. 1047. 1) $\frac{1}{9}$;
 2) 0; 3) $\frac{5}{9}$. 1048. 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{6}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{3}$. 1049. 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{2}$.
 1050. 1) $\frac{7}{15}$; 2) $\frac{8}{15}$. 1051. 1) $\frac{17}{32}$; 2) $\frac{15}{32}$. 1052. 1) $\frac{2}{5}$; 2) $\frac{4}{15}$; 3) $\frac{3}{5}$.
 1053. 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{7}{16}$; 3) $\frac{9}{16}$. 1054. $\frac{1}{4}$. 1055. $\frac{1}{2}$. 1056. 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{4}$;
 3) $\frac{1}{2}$. 1057. $\frac{1}{2}$. 1058. $\frac{1}{5}$. 1059. $\frac{1}{6}$. 1060. 0,97. 1061. $\frac{33}{34}$.
 1062. $\frac{5}{36}$. 1063. $\frac{1}{6}$. 1065. $\frac{1}{8}$. 1066. 6.

ПОВТОРЕННЯ

Розділ 2. Вирази і тотожності

2. 1) 9,5; 2) 13,8; 3) $1\frac{1}{3}$; 4) $\frac{19}{54}$. 4. 59 уч. 5. 46 кн. 6. 1) -2;
 2) 12. 7. 1) -16; 2) -2. 12. 1) 28 см і 45 см²; 2) 18 см і 16,25 см².
 14. 1) 3; 2) 14,4. 16. 1) 5; $\frac{1}{4}$; 16; -4; -2; 2) -2,6; $-\frac{5}{18}$; -14,4; 18,8;
 -5,8. 18. $-1\frac{8}{9}$. 26. 1) 6⁴; 2) 6⁶. 27. 1) 2¹²; 3) 8⁴; 5) 64². 28. 1) 2¹²;
 2) 4⁶. 29. 1) 0,5; 2) 0,16; 3) 24. 31. 1) -1,8; 2) -0,75; 3) 0,03.
 33. 1) x^{23} ; 4) a^{17} . 34. 1) 8⁸; 4) 8⁵. 35. 1) 0,7¹⁰; 4) 1,2¹³. 36. 1) 3²; 2) 3²¹.
 37. 1) 0; 2) -8; 3) 0. 38. 1) 2. 39. 1) 0; 2) -1; 3) -16. 40. 1) x^{17} ; 2) a^4 ;
 5) 0; 9) a^8b^5 . 42. 14,4.

Розділ 3. Одночлени і многочлени

5. 1) $a^{10}b^8c^2$. 8. 1) 2; 2) 1. 10. 1) $-22a^{18}$; 2) a^2b^2c . 11. 1) $-9x^2$;
 2) $51xy^2 + 13x^2y$. 12. 1) $7x^2 + x + 3$, 2; 3) $1,8x^5 + 6x^3 + 3x^2 + 4x -$
 $-2,9$, 5; 4) $\frac{1}{3}x^5 - 9,8x^4 + 5x^3 - 0,7x^2 - 6$. 13. 1) $5m^2$; 2) $7k^2 - 3$;
 3) $4m$. 14. 1) $0,2x^2 - 1,6x - 48$; 2) $-x^2 - 6,5x - 9$; 6) $x^4 - 1296$;
 7) $-2x^3 + 4x^2 + 0,5x - 1$. 15. 2) -9,1; 3) 16,4. 16. 3) -1.
 19. 1) $-4,61a^2 + 5,6b^2$, 2; 2) $-50a^2 + 4b^2 + 18$, 2; 3) 0, 0; 4) x^{7n} , $7n$.
 20. 1) $9b^2$; 3) -1; 4) $2a^{8n+4}$. 21. 1) -9; 4) 0,75; 7) -0,25. 22. 1) -5;
 2) 0. 24. 42, 48. 25. 20. 26. 1) 8100; 2) 25; 3) 640 000; 4) 36.
 28. 1) $(3 - 2b)^2$; 2) $25 + 20c$; 3) a^2 ; 4) $48y$. 29. 1) 0,375; 2) $-\frac{1}{6}$;
 3) коренів немає; 4) -1. 32. *Вказівка:* виконайте заміну:
 $x^2 + y - 4 = m$. 33. 1) 18,25; 2) 22,25. 34. 1) 7300; 2) 4,92; 3) 4891.
 35. 1) $3ab$; 2) $\frac{25}{49}m^2$; 3) $1\frac{7}{9}c^2$; 4) $0,6abx$. 36. 1) -1; 2) -1; 3) -1;
 4) $\frac{2}{9}$. 38. 1) $12x$; 2) $4(3x^2 + 4)$. 40. 12 см; 9 см і 16 см. 41. 8 см.
 42. 7 см. 43. 1) $(b^2 + 3)(2b + 3)$; 3) $(x^3 - 7)(x^2y^2 - 5)$.

Розділ 4. Функції

1. 1) $f(1) < g(1)$; 2) $f(2) < g(-2)$; 3) $f(-1) < g(0)$. 2. 1) -0,2;
 2) -0,2 або 0,2; 3) коренів немає. 3. 1) 4; 2) -1 або 1.
 4. 1) x — будь-яке число, крім 2,5; 2) x — будь-яке число, крім 0;
 3) x — будь-яке число, крім 0,4. 5. 1) $y \leq 0$; 2) $y \leq 3$; 3) $y \geq -2$.

6. 1) Так; 2) ні; 3) ні; 4) так. 7. 1) Так; 2) ні; 3) так; 4) так.
 9. 1) $(0; -11)$ і $(3\frac{2}{3}; 0)$; 3) $(0; 3,6)$ і $(1,5; 0)$. 10. $a > 0, b < 0$
 (мал. 2); $a < 0, b < 0$ (мал. 3); $a > 0, b < 0$ (мал. 4); $a > 0, b > 0$
 (мал. 5); $a < 0, b > 0$ (мал. 6); $a = 0, b > 0$ (мал. 7).
 11. 1) $(-4; -4)$; 2) $(-2,4; 2,4)$; 3) $(-0,4; 10,4)$. 12. $a = 5, b = -8$.
 13. $k = 24, b = -3$. 14. 1) $y = 2$; 3) $y = 2,5$. 15. 1) Так; 2) ні; 3) ні;
 4) так. 16. 1) $y \geq -4$; 2) $y \geq 2$; 3) $y \geq 0$; 4) $y \leq 1$. 21. $y = -2x + 1,5$
 (мал. 8), $y = \frac{2}{3}x - 2$ (мал. 9). 22. 1) $y = -0,5x$; 3) $y = 3,5x$.
 26. $a > 0$ (мал. 10); 2) $a < 0$ (мал. 11); $a = 0$ (мал. 12). 27. $y = 0,2x$.
 28. $y = 0,4x$. 29. $y = 5x$. 30. $y = -6x$.

Розділ 5. Лінійні рівняння та їх системи

2. 1) 6; 2) -3; 3) 2,5; 4) 15. 3. 1) 2; 2) $4\frac{2}{3}$; 3) -44,2; 4) -3.
 5. 29 уч. і 26 уч. 6. 60 яблук, 40 яблук і 25 яблук. 7. 3 см і 9 см.
 8. 60 км/год і 70 км/год. 9. 301, 302, 303. 14. 1) (3; 3); 2) (1; -2);
 3) розв'язків немає; 4) безліч розв'язків. 15. 1) (-1; -3);
 2) (4; -1); 3) (-1; -3); 4) (1; -4); 5) (1; 1); 6) (1; -2). 16. 1) (4; 6);
 2) (8; 10); 3) $(\frac{3}{7}; -\frac{2}{7})$; 4) (-1; 0). 17. 30 і 25. 18. 55 і 45. 19. 20 і 5.
 20. 15 і 18. 21. 17 і 7. 22. 5 і 7. 24. $\frac{9}{20}$. 25. $\frac{7}{9}$. 26. 12 грн і 25 грн.
 27. 100 км/год і 70 км/год. 28. 70 км/год і 80 км/год.
 29. 12,5 км/год і 2,5 км/год. 30. 630 км. 31. 20 км/год
 і 3 км/год. 32. 9 років і 35 років.

Розділ 6. Елементи стохастики

1. 149,37 тис. т. 2. 200 працівників. 3. 300 км. 4. 30 %.
 5. $x : y = 8 : 3$. 6. 36 яблунь, 90 абрикос. 7. 161; 115. 8. На 38 %.
 9. На 21 %. 10. 1,68 кг. 11. 1) 10 206; 2) 6804; 24 %. 12. 3.
 13. 253. 14. 8,6. 15. 14. 16. 1) 6; 2) 4. 17. 120. 18. 6. 19. 1) 5; 2) 6.
 20. 1) випадкова; 2) неможлива; 3) випадкова; 4) достовірна.
 21. 1) $\frac{1}{20}$; 2) 0; 3) $\frac{11}{20}$; 4) $\frac{1}{2}$; 5) $\frac{2}{5}$; 6) $\frac{1}{5}$; 7) $\frac{11}{20}$; 8) $\frac{1}{20}$; 9) $\frac{1}{4}$; 10) 0.
 22. 1) $\frac{1}{5}$; 2) $\frac{1}{5}$; 3) $\frac{4}{5}$; 4) $\frac{3}{5}$.



ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

Вираз буквений 19

- зі змінною 19
- раціональний 20
- цілий 21
- числовий 13

вирази тотожно рівні 28

виразу значення 13

- перетворення тотожне 28
- спрощення 28

вісь абсцис 156

– ординат 156

винесення спільного множника за дужки 30

властивість степенів основна 57

- добутку степенів з різними основами і рівними показниками 59

– піднесення степеня до степеня 58

– степеня добутку 59

– частки 59

– частки степенів із рівними основами 57

– частки степенів із різними основами і рівними показниками 59

властивості рівносильності рівнянь 190

Графік лінійної функції 167

– прямої пропорційності 180

– функції 158

– рівняння з двома змінними 214

– лінійного 216

– першого степеня 217

Двочлен

дії зі степенями 56

доданки подібні 28

дужок розкриття 29

Залежність функціональна 146

змінна 19

– залежна 147

– незалежна 147

змінної значення 20

– допустиме 20

– недопустиме 20

Квадрат неповний різниці 108

– суми 108

– повний двочлена 107

– різниці 107

– суми 107

квадратів різниця 116

коефіцієнт кутовий 170

координати точки в даній системі координат 157

Многочлен 81

– помножити на многочлен 98

– розкласти на множники 133

– упорядкувати за степенями членів 83

многочлена старший член 82

– степінь 83

– член 81

многочлени відняти 90

– додати 89

- Область допустимих значень змінної** 20
- одночлен 70
- найпростіший 71
 - помножити на многочлен 98
- одночлена коефіцієнт 74
- стандартний вигляд 73
 - степінь 74
- Пара значень змінних** 205
- – – упорядкована 205
- піднесення до степеня 49
- площина координатна 156
- початок координат 156
- правила розкриття дужок 29
- пряма пропорційність 179
- Рівність зі змінною** 190
- рівняння 190
- корінь 190
 - лінійне з двома змінними 207
 - – – однією змінною 197
 - лінійного вільний член 197
 - – коефіцієнти 197
 - першого степеня 198
 - рівносильні 190
 - розв'язати 190
- розв'язок лінійного рівняння з двома змінними загальний 206
- системи двох лінійних рівнянь із двома змінними 225
- Система двох лінійних рівнянь із двома змінними** 224
- координат прямокутна 156
- систему рівнянь розв'язати 225
- спосіб задання функції аналітичний 147
- – – графічний 148
 - – – описовий 147
 - – – табличний 148
 - розв'язування задач алгебраїчний 199
 - – системи рівнянь графічний 226
 - – – – додавання 233
 - – – – підстановки 233
 - способи доведення тотожностей 38
 - розв'язування системи рівнянь аналітичні 232
 - розкладання многочлена на множники 133
 - степеня основа 47
 - показник 47
 - ступінь 47
- Тотожність** 37
- точки координати на площині 157
- тричлен 81
- Формула різниці квадратів** 116
- – кубів 125
 - суми кубів 125
- формули скороченого множення 107
- функції аргумент 147
- значення 147
 - область визначення 149
 - – значень 149
- функція 146
- зростаюча 170
 - лінійна 166
 - спадна 170



ЗМІСТ

Дорогі учні й учениці. 3

Розділ 1

Узагальнення та систематизація вивченого в 6 класі. . . 5

Числа, дії з числами. Робота з даними 5

Математичні вирази, рівності й нерівності 6

Величини. Сюжетні задачі 8

Графіки залежностей. 9

Розділ 2

Вирази і тотожності. 12

§ 1. Числові вирази 12

§ 2. Вирази зі змінними 19

§ 3. Перетворення виразів 27

§ 4. Тотожність. 37

§ 5. Степінь з натуральним показником. 46

§ 6. Дії зі степенями. 56

Перевірте, як засвоїли матеріал розділу 2 68

Розділ 3

Одночлени і многочлени 70

§ 7. Одночлен. Дії з одночленами 70

§ 8. Многочлен та його стандартний вигляд. 80

§ 9. Додавання і віднімання многочленів. 89

§ 10. Множення многочленів 97

§ 11. Квадрат двочлена 106

§ 12. Різниця квадратів 115

§ 13. Сума і різниця кубів 124

§ 14. Способи розкладання многочленів

на множники 133

Перевірте, як засвоїли матеріал розділу 3 144

Розділ 4

| | |
|--|-----|
| Функції | 146 |
| § 15. Що таке функція | 146 |
| § 16. Координатна площина. Графік функції. | 156 |
| § 17. Лінійна функція | 166 |
| § 18. Пряма пропорційність | 179 |
| <i>Перевірте, як засвоїли матеріал розділу 4</i> | 187 |

Розділ 5

| | |
|--|-----|
| Лінійні рівняння та їх системи | 189 |
| § 19. Рівняння. Властивості рівносильності
рівнянь | 189 |
| § 20. Лінійне рівняння з однією змінною | 196 |
| § 21. Лінійне рівняння з двома змінними | 205 |
| § 22. Графік лінійного рівняння з двома змінними | 213 |
| § 23. Система двох лінійних рівнянь
із двома змінними | 224 |
| § 24. Аналітичні способи розв'язування систем | 232 |
| <i>Перевірте, як засвоїли матеріал розділу 5</i> | 246 |

Розділ 6

| | |
|--|-----|
| Елементи стохастики | 248 |
| § 25. Відсотки | 248 |
| § 26. Таблиці й діаграми | 257 |
| § 27. Вибірка та її середнє значення | 266 |
| § 28. Комбінаторні задачі | 275 |
| § 29. Ймовірність випадкової події | 284 |
| <i>Перевірте, як засвоїли матеріал розділу 6</i> | 295 |

| | |
|---|-----|
| Задачі і вправи для повторення | 297 |
| Навчальні проєкти | 325 |
| Відповіді | 335 |
| Предметний покажчик | 348 |

Навчальне видання

**ТАРАСЕНКОВА Ніна Анатоліївна
АКУЛЕНКО Ірина Анатоліївна
ДАНЬКО Олена Анатоліївна
КОЛОМІЄЦЬ Оксана Миколаївна
БОГАТИРЬОВА Ірина Миколаївна
СЕРДЮК Зоя Олексіївна**

АЛГЕБРА

**Підручник для 7 класу
закладів загальної середньої освіти**

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

Підручник відповідає Державним санітарним нормам і правилам
«Гігієнічні вимоги до друкованої продукції для дітей»

Головна редакторка *І. В. Красуцька*

Редакторка *І. В. Луценко*

Головна художниця *І. П. Медведовська*

Технічний редактор *Е. А. Авраменко*

Художня редакторка *К. В. Берсенєва*

Коректорка *О. В. Должикова*

Комп'ютерна графіка *О. І. Дядика*

Презентації та інтерактивні вправи *І. А. Акуленко*

В оформленні підручника використано фото з вільних джерел мережі «Інтернет»,
фотобанку *Shutterstock*

Бренди та ресурси зображуються лише з освітньою метою
та не є закликом до їх купівлі/відвідування

Формат 60×90 ¹/₁₆. Ум. друк. арк. 22,000 + 0,25 форзац.

Обл.-вид. арк. 19,8 + 0,35 форзац.

Зам. №

Тираж 33 334 пр.

ТОВ «Український освітянський видавничий центр «Оріон»

Свідоцтво «Про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру
видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції»

Серія ДК № 4918 від 17.06.2015 р.

Адреса видавництва: 03061, м. Київ, вул. Миколи Шепелєва, 2

Віддруковано у ТОВ «КОНВІ ПРІНТ».

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів
видавничої продукції серія ДК № 6115, від 29.03.2018 р.

03680, м. Київ, вул. Антона Цедіка, 12

ВЛАСТИВОСТІ СТЕПЕНІВ

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

ФОРМУЛИ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

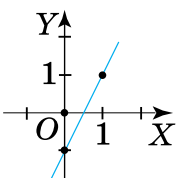
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

СПОСОБИ ЗАДАННЯ ФУНКЦІЇ

| Аналітичний | Описовий | Табличний | Графічний | | | | | | |
|--------------|--|---|-----------|---|---|--------|----|---|---|
| $y = 2x - 1$ | Значення функції на 1 менше від подвоєного аргументу | <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>$y(x)$</td> <td>-1</td> <td>1</td> </tr> </table> | x | 0 | 1 | $y(x)$ | -1 | 1 |  |
| x | 0 | 1 | | | | | | | |
| $y(x)$ | -1 | 1 | | | | | | | |

КОМБІНАТОРНІ ЗАДАЧІ

На полиці є 2 різні збірники з алгебри і 3 різні збірники з фізики. Скількома способами можна обрати:

один збірник?

або, або

Правило додавання

$$2 + 3 = 5$$

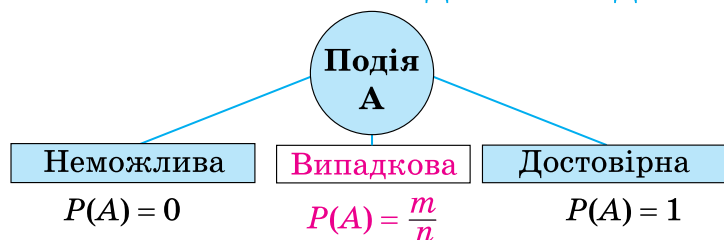
два збірники: один з алгебри і один з фізики?

i, i

Правило множення

$$2 \cdot 3 = 6$$

ЙМОВІРНІСТЬ ВИПАДКОВОЇ ПОДІЇ



m — кількість сприятливих для A подій,
 n — кількість усіх рівноможливих у даному випробуванні подій

ТАБЛИЦЯ КВАДРАТІВ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ ВІД 10 ДО 99

| Десятки | Одиниці | | | | | | | | | |
|---------|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 100 | 121 | 144 | 169 | 196 | 225 | 256 | 289 | 324 | 361 |
| 2 | 400 | 441 | 484 | 529 | 576 | 625 | 676 | 729 | 784 | 841 |
| 3 | 900 | 961 | 1024 | 1089 | 1156 | 1225 | 1296 | 1369 | 1444 | 1521 |
| 4 | 1600 | 1681 | 1764 | 1849 | 1936 | 2025 | 2116 | 2209 | 2304 | 2401 |
| 5 | 2500 | 2601 | 2704 | 2809 | 2916 | 3025 | 3136 | 3249 | 3364 | 3481 |
| 6 | 3600 | 3721 | 3844 | 3969 | 4096 | 4225 | 4356 | 4489 | 4624 | 4761 |
| 7 | 4900 | 5041 | 5184 | 5329 | 5476 | 5625 | 5776 | 5929 | 6084 | 6241 |
| 8 | 6400 | 6561 | 6724 | 6889 | 7056 | 7225 | 7396 | 7569 | 7744 | 7921 |
| 9 | 8100 | 8281 | 8464 | 8649 | 8836 | 9025 | 9216 | 9409 | 9604 | 9801 |

ТАБЛИЦЯ НАТУРАЛЬНИХ СТЕПЕНІВ НАТУРАЛЬНИХ ЧИСЕЛ ВІД 2 ДО 10

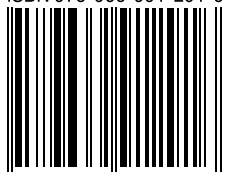
| a^n | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------|-----|------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 | 256 | 512 | 1024 |
| 3 | 9 | 27 | 81 | 243 | 729 | 2187 | 6561 | 19683 | 59049 |
| 4 | 16 | 64 | 256 | 1024 | 4096 | 16384 | 65536 | 262144 | |
| 5 | 25 | 125 | 625 | 3125 | 15625 | 78125 | 390625 | | |
| 6 | 36 | 216 | 1296 | 7776 | 46656 | 279936 | | | |
| 7 | 49 | 242 | 2401 | 16807 | 117649 | | | | |
| 8 | 64 | 512 | 4096 | 32768 | | | | | |
| 9 | 81 | 729 | 6561 | 59049 | | | | | |
| 10 | 100 | 1000 | 10000 | | | | | | |



Український освітянський
видавничий центр
«Оріон»



ISBN 978-966-991-291-6



9 789669 912916

