

КЕЙС

Телефон «сідає»: досліджуємо заряд батареї

Тема: Функції та способи їх задання

Ситуація

Уяви: ти взяв телефон із повним зарядом (100%) і почав активно ним користуватися. Через якийсь час друг питає: «Скільки заряду залишилось?» Виявляється, телефон рівномірно витрачає приблизно 9% заряду щогодини. Час може бути будь-яким невід'ємним числом: 0,5 год, 1,5 год, 2 год 20 хв тощо. Чи можна передбачити, коли телефон «здохне»? Коли варто ставити його на зарядку? Математика відповість!

ЕТАП 1 Дослідження і моделювання

1.1. Дані задачі

| Величина | Значення | Пояснення |
|------------------|----------|--|
| Початковий заряд | 100% | Телефон повністю заряджений на початку |
| Витрата заряду | 9% / год | Рівномірна витрата кожену годину |
| Критичний рівень | 20% | Нижче — з'являється попередження |
| Вимкнення | 0% | Телефон повністю розряджений |

1.2. Введення змінних

x — час використання телефону (години). Оскільки час — це неперервна величина, $x \in \mathbb{R}$, $x \geq 0$ (будь-яке невід'ємне дійсне число: 0; 0,5; 1; 1,5; 2,3; ... тощо).
 y — залишок заряду батареї (%). Змінює значення від 100% (початок) до 0% (вимкнення).
 Область визначення: $x \in [0; 100/9]$, тобто $x \in [0; 11,1]$, бо при $x > 100/9$ заряд стає від'ємним — фізично неможливо.
 Область значень: $y \in [0; 100]$.

1.3. Чотири способи задання функції заряду

| | |
|---------------------------|--|
| 1. Словесний опис | |
| 2. Формула | Заряд = Початковий заряд – Витрата × Час $y = 100 - 9x$, $x \in [0; 100/9]$, $x \in \mathbb{R}$ |
| 3. Таблиця значень | (заповни у п. 1.4 — можна брати будь-які зручні $x \geq 0$) |

4. Графічний спосіб

Оскільки x — дійсне невід'ємне число (час неперервний), графік функції — це суцільний відрізок прямої від точки $(0; 100)$ до точки $(100/9; 0)$. Між будь-якими двома точками є нескінченно багато проміжних значень.

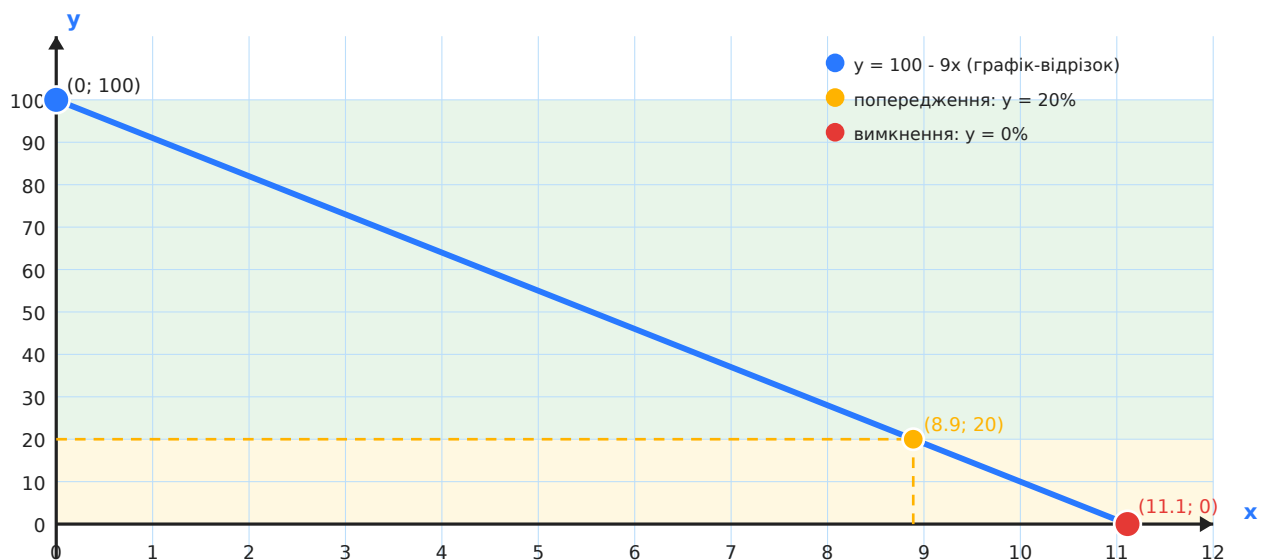
1.4. Таблиця значень $y = 100 - 9x$, $x \geq 0$, $x \in \mathbb{R}$

| x (год) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| y (%) | | | | | | | | | | | |

У таблиці обрано цілі значення для зручності. Насправді x може бути будь-яким: наприклад, при $x = 2,5$ год $\rightarrow y = 100 - 9 \cdot 2,5 = 77,5\%$. Перевір: при якому x заряд стає рівно 20%? Відповідь не обов'язково ціле число!

1.5. Графік: суцільний відрізок прямої

Оскільки $x \in \mathbb{R}$ (час — неперервна величина), графік функції $y = 100 - 9x$ є суцільним відрізком прямої — від $(0; 100)$ до $(100/9; 0)$. Накресли цей відрізок через дві крайні точки.



x — дійсне невід'ємне число (час у годинах), тому графік — суцільний відрізок прямої.

ЕТАП 2 Розв'язування

2.1. Задачі на застосування функції

Задача 1. Аліна користувалась телефоном 3,5 години. Скільки відсотків заряду залишилось? Знайди y при $x = 3,5$.

Підказка: Підстав $x = 3,5$ у формулу $y = 100 - 9x$.

Розв'язання:

Задача 2. На екрані з'явилося сповіщення: «Залишилось 46% заряду». Скільки годин уже використовувався телефон? Знайди x з рівняння $y = 46$.

Підказка: Підстав $y = 46$: $100 - 9x = 46$. Розв'яжи рівняння. Відповідь — дійсне число!

Розв'язання:

Задача 3 ★. Телефон попереджає про низький заряд при $y \leq 20\%$. Через скільки годин з'явиться це попередження?

Підказка: Розв'яжи нерівність $100 - 9x \leq 20$. Знайди x . Відповідь може бути дробовою.

Розв'язання:

Задача 4. Через скільки годин телефон повністю розрядиться ($y = 0\%$)? Знайди x з рівняння $100 - 9x = 0$.

Підказка: Розв'яжи рівняння. Відповідь запиши у вигляді дробу і округли до хвилин.

Розв'язання:

Задача 5 ★★. Даринка поставила телефон на зарядку, коли залишилось 10%. За 1 годину зарядки додається 30%. Через скільки годин зарядки телефон матиме 100%? Склади функцію заряджання та знайди час.

Підказка: Початок: $y = 10$. Кожна година додає 30%: $y = 10 + 30t$. Знайди t з $y = 100$.

Розв'язання:

2.2. Ключові моменти — аналітичне розв'язання

| Що шукаємо? | Рівняння | Розв'язання | Відповідь |
|---------------------------|-----------------|-------------|-----------------------------|
| Попередження ($y = 20$) | $100 - 9x = 20$ | | $x = \underline{\quad}$ год |
| Вимкнення ($y = 0$) | $100 - 9x = 0$ | | $x = \underline{\quad}$ год |
| Заряд = 55% ($y = 55$) | $100 - 9x = 55$ | | $x = \underline{\quad}$ год |

ЕТАП 3 Критичний аналіз з інтерпретацією

3.1. Зони заряду

| Зона | Умова (x, год) | Заряд y | Що відбувається |
|--------------|-----------------------------------|---------------|--|
| Норма | $0 \leq x \leq \underline{\quad}$ | $y > 20\%$ | Телефон працює звично |
| Попередження | $x > \underline{\quad}$ | $y \leq 20\%$ | З'являється сповіщення про низький заряд |
| Критично | $x > \underline{\quad}$ | $y \leq 10\%$ | Терміново на зарядку! |
| Вимкнення | $x = 100/9$ | $y = 0\%$ | Телефон вимкнувся |

3.2. Питання для критичного аналізу

| |
|---|
| Питання 1. Що означає коефіцієнт -9 у формулі $y = 100 - 9x$ у контексті телефону? |
| Питання 2. Що означає число 100? Як воно пов'язане з точкою $(0; 100)$ на графіку? |
| Питання 3. Чому область визначення $[0; 100/9]$, а не всі дійсні числа? |
| Питання 4. Чому графік — суцільний відрізок, а не набір окремих точок? Що означає будь-яка точка на цьому відрізку? |

3.3. Відкриті питання для обговорення

ДУМАЄМО

Новий телефон витрачає лише 7% на годину, але початковий заряд — 80%. Запиши нову функцію. Знайди область визначення. Через скільки годин він вимкнеться? Порівняй з першим.

ТВОРИМО

Придумай свій пристрій з батареєю: планшет, навушники, електросамокат. Задай початковий заряд і витрату на годину. Запиши функцію $y = a - bx$, визнач область визначення ($x \in \mathbb{R}, x \geq 0$) і знайди момент вимкнення.

ЗВ'ЯЗУЄМО

Де ще у житті зустрічається модель «початкове значення мінус рівномірна витрата»? Наведи 2-3 приклади (вода в баку, пальне, гроші на рахунку) і для кожного запиши функцію та область визначення.

Підсумок кейсу. Заряд батареї телефону описується формулою $y = 100 - 9x$, де $x \in \mathbb{R}$, $x \geq 0$ — час у годинах. Оскільки час є неперервною величиною, графік функції — суцільний відрізок прямої від $(0; 100)$ до $(100/9; 0)$. Область визначення обмежена фізичним змістом: $x \in [0; 100/9]$. Знаходження критичних моментів — розв'язання рівнянь і нерівностей. Відповіді не обов'язково цілі числа — адже час неперервний!