

Множення одночлена на многочлен

Навчальні матеріали

1. Мотиваційна задача (введення)

Задача про городню ділянку:

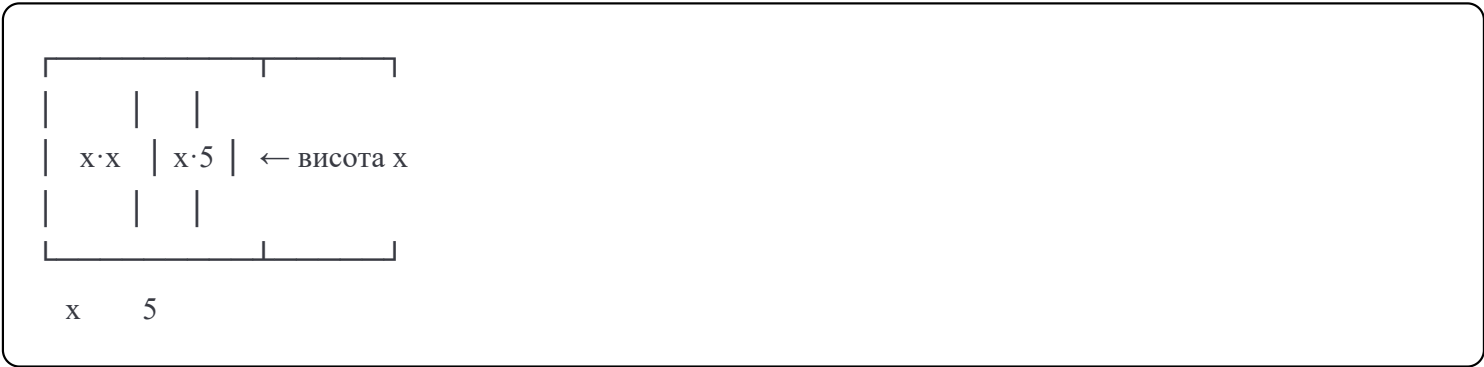
Фермер має прямокутну ділянку землі. Довжина ділянки на 5 метрів більша за ширину. Якщо ширину позначити через x метрів, то:

- Ширина: x м
- Довжина: $(x + 5)$ м
- Площа: $S = x(x + 5)$ м²

Питання: Як обчислити площу? Це приводить нас до множення одночлена на многочлен.

2. Геометричне моделювання

Модель 1: Розбиття прямокутника на частини

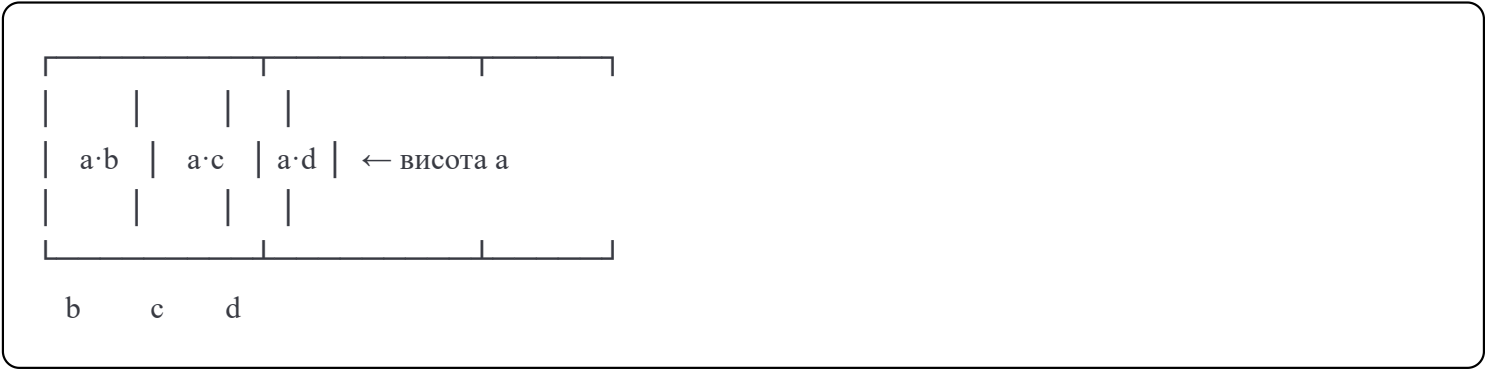


Площа прямокутника:

- $S = x(x + 5)$ — як добуток сторін
- $S = x \cdot x + x \cdot 5 = x^2 + 5x$ — як сума площ частин

Висновок: $x(x + 5) = x^2 + 5x$

Модель 2: Узагальнена модель



Формула: $a(b + c + d) = ab + ac + ad$

3. Правило множення одночлена на многочлен

Алгоритм:

- Помножити одночлен на кожен член многочлена
- Додати отримані добутки

Загальна формула:

$a(b + c + d + \dots) = ab + ac + ad + \dots$

Важливо пам'ятати:

- Знаки: $a(b - c) = ab - ac$
- Коефіцієнти множаться: $3(2x) = 6x$
- Степені додаються: $x \cdot x^2 = x^3$

4. Приклади з поясненнями

Приклад 1 (базовий):

$3(x + 4) = 3 \cdot x + 3 \cdot 4 = 3x + 12$

Приклад 2 (зі змінними):

$$x(x + 7) = x \cdot x + x \cdot 7 = x^2 + 7x$$

Приклад 3 (від'ємний коефіцієнт):

$$-2(y - 5) = -2 \cdot y + (-2) \cdot (-5) = -2y + 10$$

Приклад 4 (складніший):

$$\begin{aligned} 3x(2x^2 - 5x + 4) &= 3x \cdot 2x^2 + 3x \cdot (-5x) + 3x \cdot 4 = \\ &= 6x^3 - 15x^2 + 12x \end{aligned}$$

Приклад 5 (з кількома змінними):

$$\begin{aligned} 2ab(3a - 4b + 5) &= 2ab \cdot 3a + 2ab \cdot (-4b) + 2ab \cdot 5 = \\ &= 6a^2b - 8ab^2 + 10ab \end{aligned}$$

5. Вправи для відпрацювання

Рівень 1 (початковий):

1. $5(x + 3)$
2. $4(y - 2)$
3. $x(x + 6)$
4. $2(a + b)$
5. $-3(m + 5)$

Рівень 2 (середній):

6. $2x(3x + 4)$
7. $-5y(y - 3)$
8. $3a(2a + 5b)$
9. $4m(m^2 + 2m - 3)$

10. $-2x(3x^2 - x + 7)$

Рівень 3 (складніший):

11. $0,5x(4x - 6)$

12. $\frac{1}{3}a(6a^2 - 9a + 3)$

13. $-xy(x + y - 2)$

14. $2a^2b(3ab - 4a + 5b)$

15. $-3mn^2(2m^2n - mn + 4)$

6. Практичні задачі

Задача 1: Ширина прямокутника a см, довжина на 7 см більша. Знайдіть площу.

Розв'язання: $S = a(a + 7) = a^2 + 7a$ (см²)

Задача 2: Сторона квадрата x м. Довжину збільшили на 3 м, а ширину залишили незмінною. Знайдіть площу нового прямокутника.

Розв'язання: $S = x(x + 3) = x^2 + 3x$ (м²)

Задача 3: Швидкість велосипедиста v км/год. Він їхав 2 години по рівнині і 3 години під гору зі швидкістю на 5 км/год меншою. Який шлях він подолав?

Розв'язання: $S = 2v + 3(v - 5) = 2v + 3v - 15 = 5v - 15$ (км)

Задача 4: У прямокутному басейні довжина на a метрів більша за ширину b . Навколо басейну роблять доріжку шириною 2 метри. Знайдіть площу доріжки.

Розв'язання:

- Площа басейну з доріжкою: $(b + 4)(b + a + 4)$
- Площа басейну: $b(b + a)$
- Площа доріжки: $(b + 4)(b + a + 4) - b(b + a)$

7. Типові помилки

✗ Помилка 1: Забули помножити на всі члени

Неправильно: $3(x + 4) = 3x + 4$

✓ Правильно: $3(x + 4) = 3x + 12$

✗ Помилка 2: Забули змінну при множенні числа

Неправильно: $x(x + 5) = x^2 + 5$

✓ Правильно: $x(x + 5) = x^2 + 5x$

✗ Помилка 3: Помилка зі знаками

Неправильно: $-2(x - 3) = -2x - 6$

✓ Правильно: $-2(x - 3) = -2x + 6$

✗ Помилка 4: Не додали степені

Неправильно: $2x(3x) = 6x$

✓ Правильно: $2x(3x) = 6x^2$

✗ Помилка 5: Неправильно помножили коефіцієнти

Неправильно: $3x(2x^2) = 5x^3$

✓ Правильно: $3x(2x^2) = 6x^3$

8. Інтерактивні завдання

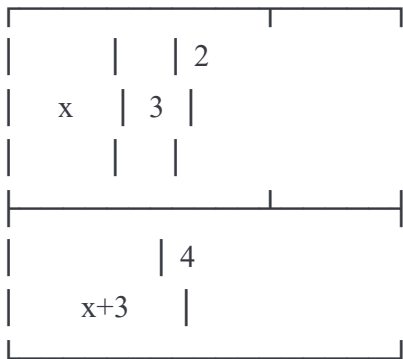
Завдання 1: Моделювання

Намалюйте прямокутник і покажіть геометрично:

- $a(b + c)$
- $2x(x + 3)$
- $m(n - 5)$

Завдання 2: Дослідження фігури

Знайдіть вираз для площі складеної фігури:



Завдання 3: Практичне застосування

Створіть власну задачу про прямокутну ділянку (городу, кімнати, поля), яка розв'язується за допомогою множення одночлена на многочлен.

9. Самостійна робота

Варіант 1:

- $4(x + 5)$
- $x(x - 3)$
- $3y(2y + 7)$
- $-5a(a^2 - 2a + 4)$
- Задача:** Ширина прямокутника x см, довжина на 8 см більша. Знайдіть площу.

Варіант 2:

- $6(y - 2)$
 - $a(a + 4)$
 - $2m(3m - 5)$
 - $-4b(b^2 + 3b - 2)$
 - Задача:** Сторона квадрата a дм. Довжину збільшили на 6 дм. Знайдіть площу нового прямокутника.
-

10. Додаткові вправи для закріплення

Спростіть вирази:

1. $5(2x + 3) + 4x$
2. $3x(x - 2) + 2x(x + 5)$
3. $2a(3a + 4) - a(a - 1)$
4. $-3y(2y - 1) + 5y(y + 2)$
5. $4m(m^2 + 3m - 2) - 2m(2m^2 - m + 3)$

Розв'яжіть рівняння:

6. $3(x + 2) = 18$
 7. $x(x + 5) = x^2 + 15$
 8. $2y(y - 3) = 2y^2 - 12$
 9. $5(a - 1) + 2a = 23$
 10. $3m(m + 4) - 3m^2 = 24$
-

11. Домашнє завдання

Теоретична частина:

- Вивчити правило множення одночлена на многочлен
- Запам'ятати алгоритм
- Повторити типові помилки

Практична частина:

Виконати вправи:

- Рівень 1: №№ 1-5
- Рівень 2: №№ 8, 10
- Рівень 3: № 12

Творче завдання:

Придумати та розв'язати власну практичну задачу (про ділянку, басейн, кімнату, клумбу тощо), яка використовує множення одночлена на многочлен.

12. Відповіді для самоперевірки

Рівень 1:

1. $5x + 15$
2. $4y - 8$
3. $x^2 + 6x$
4. $2a + 2b$
5. $-3m - 15$

Рівень 2:

6. $6x^2 + 8x$
7. $-5y^2 + 15y$
8. $6a^2 + 15ab$
9. $4m^3 + 8m^2 - 12m$
10. $-6x^3 + 2x^2 - 14x$

Рівень 3:

11. $2x^2 - 3x$
12. $2a^2 - 3a + 1$
13. $-x^2y - xy^2 + 2xy$
14. $6a^3b^2 - 8a^3b + 10a^2b^2$
15. $-6m^3n^3 + 3m^2n^3 - 12mn^2$

Самостійна робота:

Варіант 1:

1. $4x + 20$
2. $x^2 - 3x$
3. $6y^2 + 21y$
4. $-5a^3 + 10a^2 - 20a$
5. $S = x(x + 8) = x^2 + 8x$ (см²)

Варіант 2:

1. $6y - 12$
 2. $a^2 + 4a$
 3. $6m^2 - 10m$
 4. $-4b^3 - 12b^2 + 8b$
 5. $S = a(a + 6) = a^2 + 6a$ (дм²)
-

Успіхів у навчанні!