Mathématiques BMI 2	
Fiche	**Séries de Fourier**

Le but d'une décomposition en séries de Fourier est d'écrire toute *fonction périodique f* de période T comme la somme de fonctions sinus et cosinus :

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t))$$

a_0, a_n, b_n sont des réels indépendants de t et ω est un réel positif tel que $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Cas général : f est une fonction périodique de période T	
$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt$	
Pour n ⩾ 1 : $a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(n\omega t)dt$	Pour n ⩾ 1 : $b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(n\omega t)dt$

Cas d'une fonction périodique et paire	
$a_0 = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} f(t)dt$ Pour n ⩾ 1 : $a_n = \frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} f(t)\cos(n\omega t)dt$	$b_n = 0$
Cas d'une fonction périodique et impaire	
$a_0 = 0$ Pour n ⩾ 1 : $a_n = 0$	$b_n = \frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} f(t)\sin(n\omega t)dt$

Formule de Parseval
$(f_{eff})^2 = \frac{1}{T}\int_\alpha^{\alpha+T} f^2(t)dt = a_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{+\infty}(a_n^2 + b_n^2)$