

6	Mathématiques					1 ^{ère} Bac Pro Grp C				
	Activités	Les fonctions dérivées								
Nom :		Compétence	--	-	+	++				
Classe :		S'approprier								
		Analyser / Raisonner								
		Réaliser								
Date évaluation :		Valider								
		Communiquer								

Je m'échauffe ...

Une droite est constituée de points de coordonnées $(x ; y)$. Ces coordonnées x et y sont liées par une relation appelée équation de la droite : $y = ax + b$ où a et b sont deux coefficients connus.

- 1) Soit une droite D_1 d'équation : $y = 2x + 3$

Le coefficient directeur de D_1 est : $a = \dots\dots\dots$

L'ordonnée à l'origine de D_1 est : $b = \dots\dots\dots$

- 2) Donner les équations des droites suivantes :

D_2	D_3	D_4
$y = \dots\dots x + \dots\dots$	$y = \dots\dots x + \dots\dots$	$y = \dots\dots$

- 3) Soit la droite D_5 d'équation $y = -2x + 4$

Tracer la droite D_5 dans le repère ci-contre.

- 4) Soit la droite d'équation $y = ax + b$. Compléter :

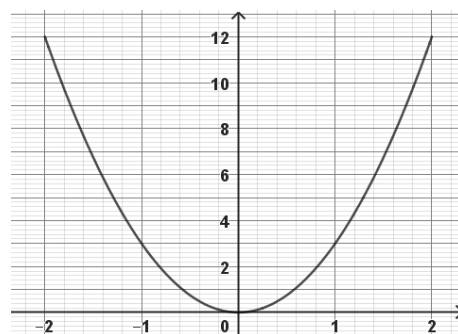
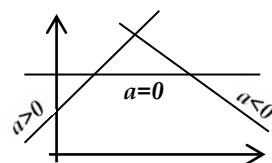
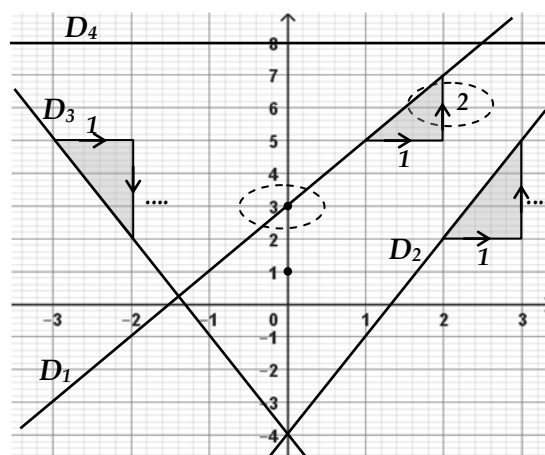
Si a est positif ($a > 0$), la droite est : ☐ croissante ☐ décroissante

Si a est négatif ($a < 0$), la droite est : ☐ croissante ☐ décroissante

Si $a = 0$, la droite est

- 5) A partir de la représentation graphique de la fonction f ci-contre, compléter le tableau de variation ci-dessous.

x		
Variation de f		



Activité 1 Les cas de Covid - Notion de fonction dérivée

Durant l'année 2020, une épidémie sans précédent a sévi en France et dans le monde. Elle est due à un coronavirus dont la maladie a été appelée Covid19.

Les cas quotidiens de patients admis en réanimation ont rapidement augmenté sur les deux premiers mois et les hôpitaux ont craint une saturation. Un confinement a alors eu lieu.

Problème : Quel jour a connu la plus forte augmentation de patients admis en réanimation ?



Partie 1 : L'évolution du nombre de patients en réanimation

En 2020, au début de la pandémie de Covid19, le journal **Libération** a fait paraître le graphique ci-dessous.

- 1) **S'approprier** Que représente l'axe des **abscisses** (horizontal) ?

.....

.....

Sur quelle période est menée cette étude ?

.....

.....

Que représente l'axe des **ordonnées** (vertical) ?

.....

.....

.....

Que représente chaque petit rectangle ?

.....

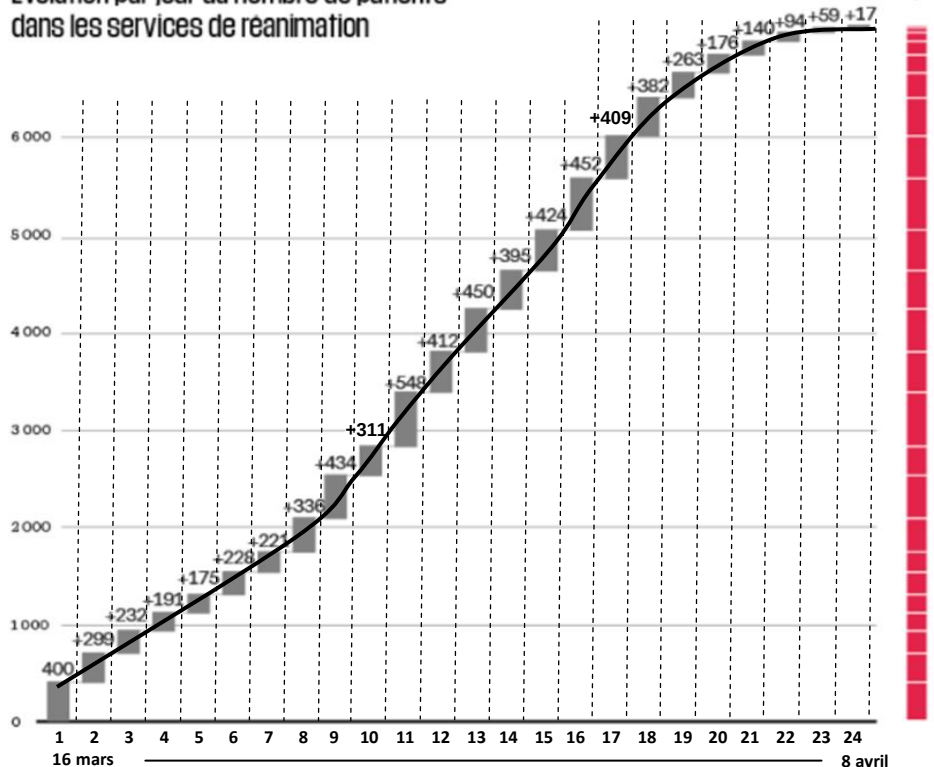
.....

.....

Cumul quotidien des cas en réanimation

Evolution par jour du nombre de patients dans les services de réanimation

7 148 personnes en réanimation

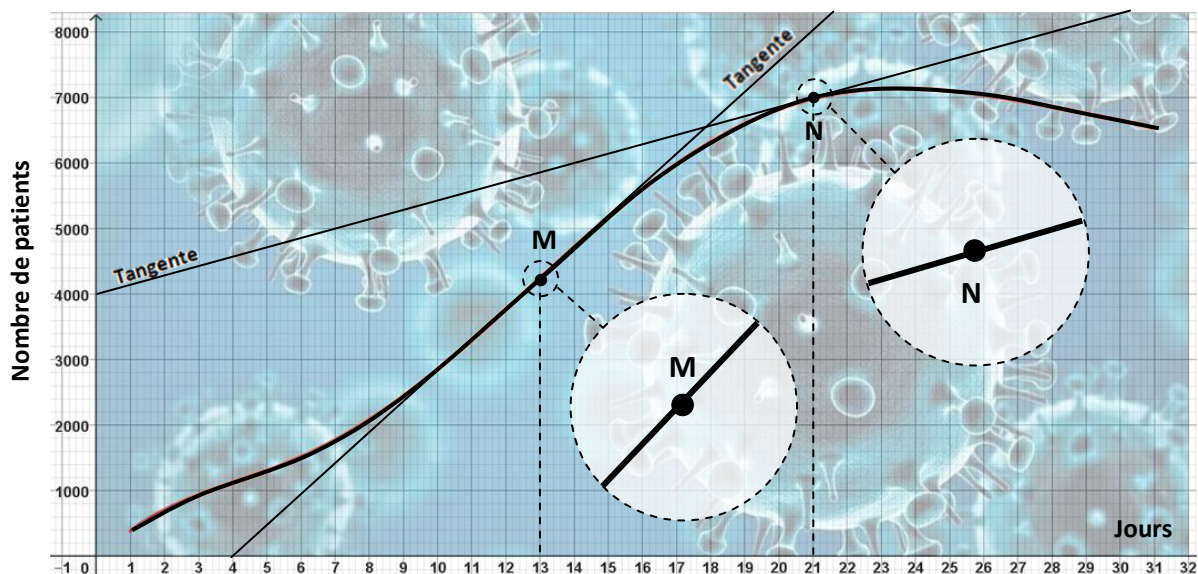


- 2) **S'approprier** Combien y a-t-il de patients en réanimation à la fin du 10^{ème} jour ?
- Quelle est la variation par rapport au 9^{ème} jour ?
- Combien y a-t-il de patients en réanimation à la fin du 17^{ème} jour ?
- Quelle est la variation par rapport au 16^{ème} jour ?

Partie 2 : Droite tangente et nombre dérivé

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la représentation graphique de la fonction donnant le nombre de patients en réanimation en fonction des jours du 1^{er} au 32^{ème} jour.

On trace la droite tangente au point **M** d'abscisse 13 et la droite tangente au point **N** d'abscisse 21.



- 1) **Analyser/Raisonner** En observant les deux grossissements autour des points M et N, que peut-on dire de la droite tangente et de la courbe pour chacun de ces points ?

.....

.....

Ouvrons le fichier **Covid_reanimation_tangente.ggb** avec l'application **GeoGebra**.

- 2) **Réaliser** Déplaçons le **curseur K** afin de faire circuler la droite tangente le long de la courbe pour différentes abscisses puis relevons son coefficient directeur a :



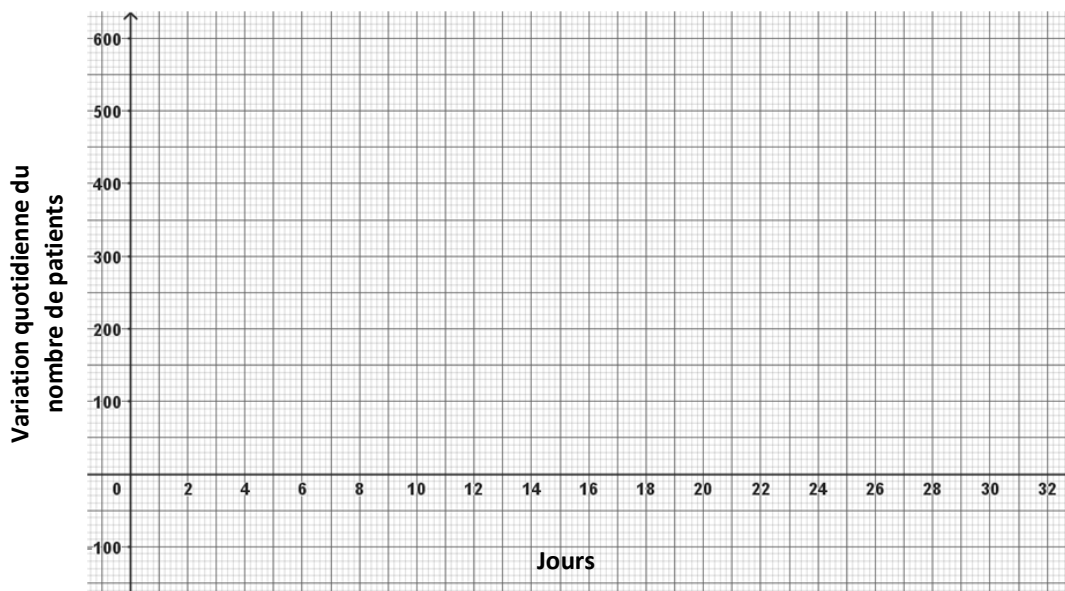
Jour	2	5	9	13	17	21	24	28	31
Coefficient directeur tangente a									

- 3) **Analyser/Raisonner** A quoi correspond la valeur du coefficient directeur de la droite tangente en un point ?

.....

.....

- 4) **Réaliser** A partir du tableau donnant les valeurs de la variation quotidienne du nombre de patients, tracer la représentation graphique.



L'ensemble des valeurs des coefficients directeurs des droites tangentes constituent une fonction appelée fonction dérivée et notée f' . Chacune de ces valeurs est appelée nombre dérivé.

- 5) **Valider** Selon ce graphique, quel jour les admissions en réanimation ont-t-elles été les plus importantes ?

.....

.....

Que signifie une variation négative ?

.....

.....

Je retiens ...

.....

.....

.....

.....

Entrainement 1

Exercice 1.1 : Equation de droite



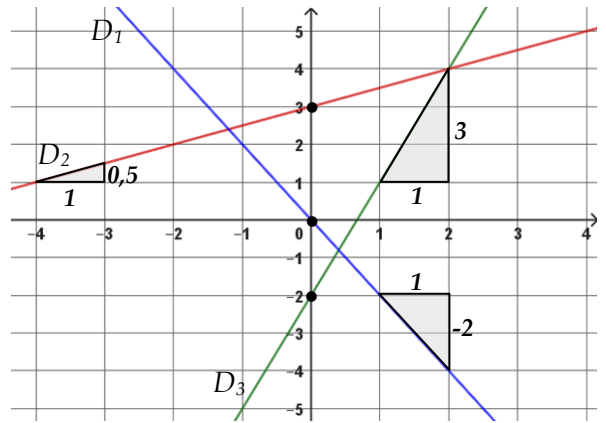
- 1) Donner les équations des droites tracées dans le repère ci-contre.

$$D_1 : y = \dots\dots\dots$$

$$D_2 : y = \dots\dots\dots$$

$$D_3 : y = \dots\dots\dots$$

- 2) Tracer la droite D_4 d'équation : $y = 2x + 2$



Exercice 1.2 : Tangente

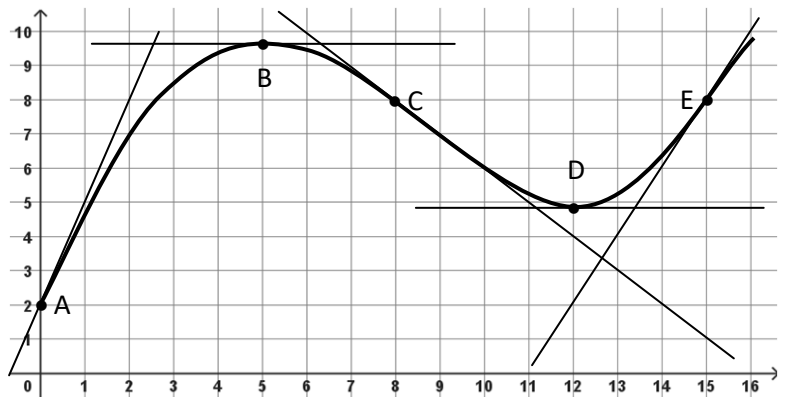


Soit une fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-contre.

Cinq tangentes ont été tracées aux points A, B, C, D et E de la courbe.

- 1) Donner les coefficients directeurs de chacune des droites tangentes.

Points	A	B	C	D	E
a					



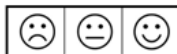
- 2) A quel moment le coefficient directeur a de la droite tangente est-il nul ? Expliquer.

.....

- 3) Compléter :

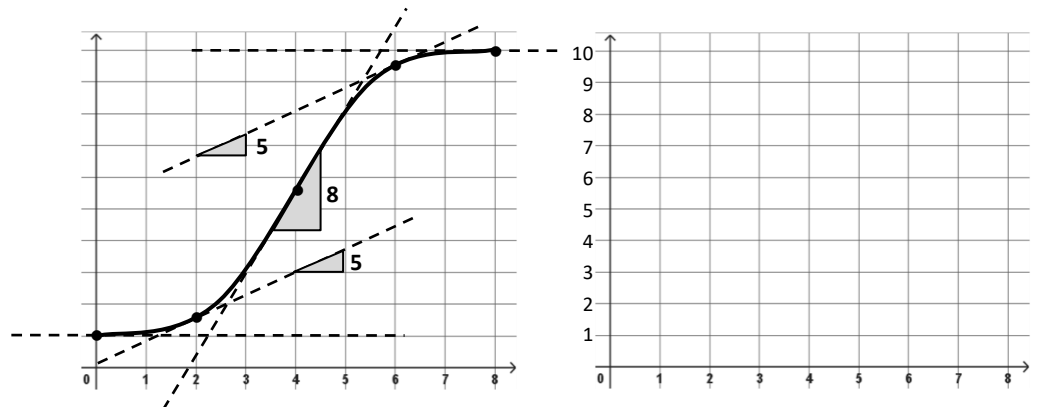
Fonction f	$f(0) = 2$	$f(5) = 9,7$	$f(8) = \dots\dots$	$f(12) = 4,8$	$f(15) = \dots\dots$
Fonction dérivée f'	$f'(0) = \dots\dots$	$f'(5) = \dots\dots$	$f'(8) = \dots\dots$	$f'(12) = \dots\dots$	$f'(15) = \dots\dots$

Exercice 1.3 : Tangente



A partir de la courbe de la fonction tracée repère de gauche, relever les valeurs des nombres dérivés et compléter le tableau.

Repère de droite, placer les points et tracer la fonction dérivée.



x	0	2	4	6	8
$f'(x)$					

Activité 2 Nombres dérivés et fonctions dérivées

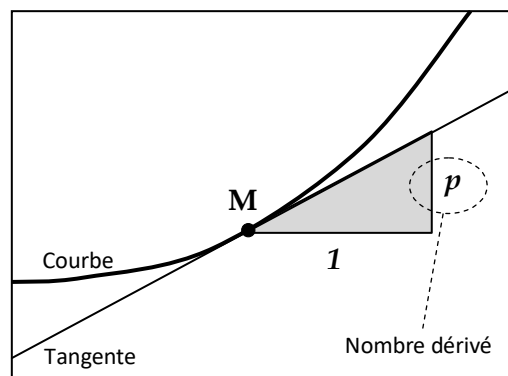


Ouvrons le fichier nommé : **Nombres_derives_fonctions.ggb**

Sont tracées les représentations graphiques de 4 fonctions que l'on peut afficher ou non à l'aide des boîtes de sélection ainsi que les droites tangentes et leur coefficient directeur :

• $f_1(x) = 2x$ • $f_2(x) = -3x + 5$ • $f_3(x) = x^2$ • $f_4(x) = 3x^2$

Le coefficient directeur de la tangente pour une abscisse donnée est appelé **nombre dérivé**.



1) **Réaliser** En déplaçant la droite tangente à l'aide du curseur, relevons les valeurs des nombres dérivés pour différentes abscisses et pour chacune des fonctions sélectionnées.

a) Fonction $f_1(x) = 2x$

Que peut-on dire des valeurs des nombres dérivés ?

En déduire la fonction dérivée $f_1'(x)$ donnant les nombres dérivés de la fonction f_1 : $f_1'(x) = \dots\dots\dots$

b) Fonction $f_2(x) = -3x + 5$

Que peut-on dire des valeurs des nombres dérivés ?

En déduire la fonction dérivée $f_2'(x)$ donnant les nombres dérivés de la fonction f_2 : $f_2'(x) = \dots\dots\dots$

c) Fonction $f_3(x) = x^2$

Relever les valeurs des nombres dérivés :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
Nombre dérivé $f_3'(x)$							

En déduire la fonction dérivée $f_3'(x)$ donnant les nombres dérivés de la fonction f_3 : $f_3'(x) = \dots\dots\dots$

d) Fonction $f_4(x) = 3x^2$

Relever les valeurs des nombres dérivés :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
Nombre dérivé $f_4'(x)$							

En déduire la fonction dérivée $f_4'(x)$ donnant les nombres dérivés de la fonction f_4 : $f_4'(x) = \dots\dots\dots$

2) **Valider** Donner les fonctions dérivées des fonctions f_1 , f_2 , f_3 et f_4 .

Fonction	$f_1(x) = 2x$	$f_2(x) = -3x + 5$	$f_3(x) = x^2$	$f_4(x) = 3x^2$
Fonction dérivée	$f_1'(x) = \dots\dots\dots$	$f_2'(x) = \dots\dots\dots$	$f_3'(x) = \dots\dots\dots$	$f_4'(x) = \dots\dots\dots$

Conclusion Analyser/Raisonner

A toute fonction f définie sur un intervalle correspond une fonction dérivée notée f' qui donne, pour toute abscisse x , le nombre dérivé $f'(x)$ pour cette abscisse.

Fonction $f(x)$	ax	$ax + b$	x^2	ax^2
Fonction dérivée $f'(x)$				

Je retiens ...

Entrainement 2

Exercice 2.1 : Fonction dérivée



1) Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

Fonction $f(x)$	$7x$	$2x + 1$	$x - 7$	$-4x + 2$	$5x^2$	$-7x^2$
Fonction dérivée $f'(x)$						

2) A l'aide des propriétés de dérivation, déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes (Voir fiche Mémo) :

Fonction $f(x)$	$x^2 + 3x + 1$	$-2x^2 + 5x - 3$	$3x^2 + 2$	$5x^2 - 3x$
Fonction dérivée $f'(x)$				

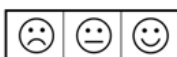
Exercice 2.2 : Equations



Résoudre les équations suivantes :

$3x - 12 = 0$	$4x - 25 = 0$	$-5x + 95 = 0$	$-7x - 98 = 0$
.....			
.....			

Exercice 2.3 : Fonction dérivée nulle



Soit la fonction f telle que $f(x) = x^2 - 6x + 10$ sur l'intervalle $[0 ; 6]$ dont la représentation graphique est donnée ci-contre.

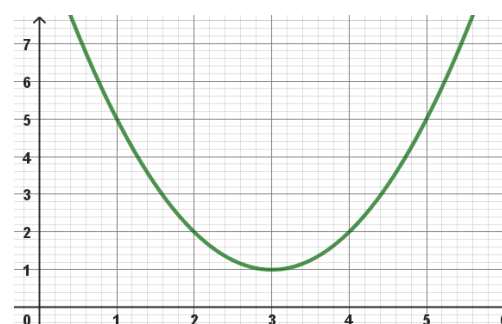
1) Donner la fonction dérivée f' de la fonction f .

.....

2) Résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

.....

.....



Quelle valeur retrouve-t-on sur le graphique ?

.....

3) Compléter le tableau avec "+", "-" ou "0".

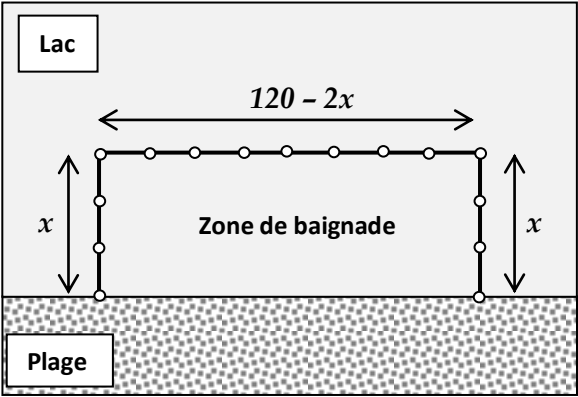
x	0	3	6
Signe de f'			

Activité 3 La zone de baignade – Etude de fonction

Problème : Les maîtres nageurs d'une plage surveillée d'un lac disposent d'une corde avec bouées de **120 m** de long pour délimiter une zone de baignade rectangulaire.

Questions : Quelle doivent être les dimensions du rectangle pour délimiter une zone d'aire la plus grande ?
Quelle sera la valeur de l'aire en m² ?

Soit x la largeur.
L'aire A de la zone de baignade peut être donnée sous la forme : $A = x \times (120 - 2x) = -2x^2 + 120x$



1) **Réaliser** Soit la fonction g telle que $g(x) = -2x^2 + 120x$ définie sur l'intervalle $[0 ; 60]$. Mener l'étude de cette fonction sur l'intervalle donné en respectant les étapes.

Etape 1 : Déterminer la fonction dérivée $g'(x)$

.....

.....

Etape 2 : Déterminer la valeur x_0 pour laquelle la dérivée est nulle. Résoudre l'équation $g'(x) = 0$

.....

.....

Etape 3 : Etude du signe de la fonction dérivée $g'(x)$

Calculer : $g'(0) = \dots\dots\dots$ $g'(60) = \dots\dots\dots$

Entourer les bonnes réponses :

Si $x < 30$, $g'(x)$ est positive/négative	Si $x > 30$, $g'(x)$ est positive/négative
La fonction g est croissante/décroissante	La fonction g est croissante/décroissante

Etape 4 : Calculer les valeurs suivantes et compléter le tableau de variation

$g(0) = \dots\dots\dots$

.....

$g(x_0) = \dots\dots\dots$

.....

$g(60) = \dots\dots\dots$

.....

x	0	60
Signe de $g'(x)$		
Variation de g		

2) **Valider** Répondre à la question du problème.

.....

.....

3) **Analyser/Raisonner** **Observation :** Que peut-on dire de la longueur par rapport à la largeur du rectangle ?

.....

Quelle seraient les dimensions du rectangle avec une corde de **160 m** de long ?

.....

$x = \dots\dots\dots$ $y = \dots\dots\dots$