Nom : **CORRECTION**	Classe :	Date : ....
Mathématiques		
TPVP1	**Révisions CCF n°2**	

Exercice 1 Les fonctions dérivées

Formulaire								
Fonction	a	x	ax	$ax + b$	x^2	x^3	$\frac{1}{x}$	$\sqrt{x}$
Fonction dérivée	0	1	a	a	$2x$	$3x^2$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Exemple : Soit la fonction f telle que $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$ Fonction dérivée : $f'(x) = 3\times\mathbf{2x} - 5\times\mathbf{1}$

$f'(x) = 6x - 5$

$f_1(x) = 8x$ $f_1'(x) = 8$	$f_2(x) = 3x + 5$ $f_2'(x) = 3$	$f_3(x) = -4x - 3$ $f_3'(x) = -4$
$f_4(x) = 2x^2 - 7x + 2$ $f_4'(x) = 4\times 2x - 7$ $f_4'(x) = 8x - 7$	$f_5(x) = -7x^2 + x - 1$ $f_5'(x) = -7\times 2x + 1$ $f_5'(x) = -14x + 1$	$f_6(x) = 2x^3 + 5x^2 - 7x + 2$ $f_6'(x) = 2\times 3x^2 + 5\times 2x - 7$ $f_6'(x) = 6x^2 + 10x - 7$

Exercice 2 Etude fonction polynomiales de degré 3

Soit la fonction f telle que $f(x) = x^3 - 24x^2 + 165x + 150$ définie sur l'intervalle $[0 ; 15]$.

1) Déterminer la fonction dérivée $f'(x)$ de la fonction f.

$f'(x) = 3x^2 - 24\times 2x + 165\times 1 + 0$ $f'(x) = 3x^2 - 48x + 165$

2) A l'aide des fonctionnalités de la calculatrice, déterminer les valeurs x_1 et x_2 telles que $f'(x) = 0$.

Solutions telles que $x_1 < x_2$: $x_1 = 5$ $x_2 = 11$

3) Compléter les encadrements et avec "positive" ou "négative" :

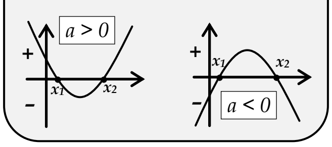
Si $0 < x < 5$: $f'(x)$ est ***positive***

Si $5 < x < 11$: $f'(x)$ est ***négative***

Si $11 < x < 15$: $f'(x)$ est ***positive***

Aide

$f'(x) = ax^2 + bx + c$



4) Calculer les valeurs suivantes : $f(0)$, $f(x_1)$, $f(x_2)$ et $f(15)$.

$f(0) = 150$

$f(5) = 500$

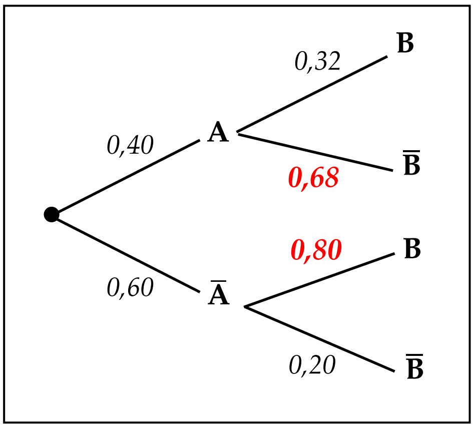
$f(11) = 392$

$f(15) = 600$

x	0		5		11		15
signe de $f'(x)$		+	0	−	0	+	
Variation de f	150	↗	500	↘	392	↗	600

5) Construire le tableau de variation de f.

Exercice 3 Les probabilités



Les règles

Règle n°1 : La somme des probabilités des branches issues d'un même nœud est égale à 1.
Exemple : $P(A) + P(\overline{A}) = 0,40 + 0,60 = 1$

1) Compléter l'arbre ci-contre.

Règle n°2 : La probabilité d'un chemin est égale au produit des probabilités portées par les branches qui le constituent.
Exemple : $P(A \cap B) = 0,40 \times 0,32 = 0,128$

2) Calculer la probabilité $P(\overline{A} \cap \overline{B})$.

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0,60*0,20 = 0,12$ soit 12%

Règle 3 : Si plusieurs chemins conduisent au même événement, la probabilité de cet événement est la somme des probabilités des chemins qui conduisent à cet événement.

3) Calculer la probabilité P(B).

$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) = 0,40*0,32 + 0,60*0,80 = 0,608$ soit 60,8%

Problème

L'entreprise Net'vert est spécialisée dans les produits ménagers Ecolabel. Elle propose un nettoyant multi-usage à base de bicarbonate de soude. Ce produit est conditionné en flacons de 0,5 L, 1 L et 1,5 L. À la mise en service de la chaîne de remplissage des flacons, un test sur **1 000 flacons** est réalisé. Un réglage de la machine sera nécessaire si **10% des flacons ont un remplissage défectueux**.

1) Les résultats du test sont présentés par le tableau croisé d'effectifs ci-dessous. Le compléter.

Résultat \ Modèle	Flacon A 0,5 L	Flacon B 1 L	Flacon C 1,5 L	Total
Remplissage correct	480	270	190	940
Remplissage défectueux	20	30	10	60
Total	500	300	200	1000

Le responsable du test prend au hasard un flacon de la production et représente la situation par l'arbre de probabilités pondéré ci-contre.

Notation des événements :

A : « Le flacon est de 0,5 L » **B** : « Le flacon est de 1 L » **C** : « Le flacon est de 1,5 L »

R : « Le remplissage est correct ». **$\overline{R}$** : « Le remplissage est défectueux »

2) A partir du tableau, calculer les probabilités :

Des exemples sont donnés. Arrondir à 0,01 si besoin.

$P(A) = \frac{500}{1000} = \mathbf{0,5}$	$P(B) = 300/1\,000 = 0,30$	$P(C) = 200/1\,000 = 0,20$

$P_A(R) = \frac{480}{500} = \mathbf{0,96}$	$P_A(\overline{R}) = 1 - 0,96 = \mathbf{0,04}$ (Règle n°1)
$P_B(R) = 270/300 = 0,90$	$P_B(\overline{R}) = 1 - 0,90$ ou $30/300 = 0,10$
$P_C(R) = 190/200 = 0,95$	$P_C(\overline{R}) = 1 - 0,95$ ou $10/200 = 0,05$

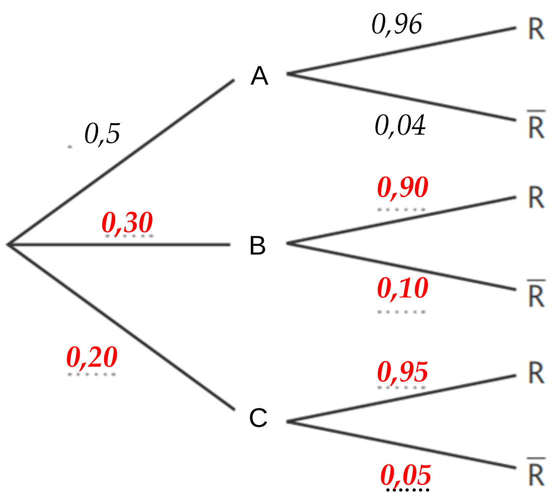
3) Indiquer les probabilités sur chaque branche de l'arbre ci-contre.

4) Calculer les probabilités des chemins conduisant à l'événement $\overline{R}$. (Règle n°2)

$P(A\cap\overline{R}) = P(A)\times P_A(\overline{R}) = 0,5 \times 0,04 = \mathbf{0,02}$ (soit 2%)

$P(B\cap\overline{R}) =$ *0,30 × 0,10 = 0,03 (soit 3%)*

$P(C\cap\overline{R}) =$ *0,20 × 0,05 = 0,01 (soit 1%)*



5) En utilisant la formule des probabilités totales (Règle n°3), déterminer la probabilité qu'un flacon, pris au hasard dans la production, ait un remplissage défectueux. Donner le résultat en pourcentage.

$P(\overline{R}) = P(A\cap\overline{R}) + P(B\cap\overline{R}) + P(C\cap\overline{R}) = 0,02 + 0,03 + 0,01 = 0,06$ *soit 6%*

Indiquer si un réglage de la machine est nécessaire.

Le pourcentage de bidons défectueux est de 6%, inférieur à 10%. Un réglage n'est donc pas nécessaire.

Exercice 4 Les suites arithmétiques et géométriques

Suite arithmétique		Suite géométrique	
Premier terme : u_1 Raison : r	Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)\times r$	Premier terme : v_1 Raison : q	Terme de rang n : $v_n = v_1 \times q^{n-1}$
Somme des n premiers termes : $S_n = \dfrac{n\times(u_1+u_n)}{2}$		Somme des n premiers termes : $S_n = u_1 \times \dfrac{(q^n-1)}{(q-1)}$	

Les calculs

- Soit la suite **arithmétique** de 1^er terme $u_1 = 5$ et de raison $r = 3$

1) Calculer le 13ème terme u_{13} : $u_{13} = u_1 + (n-1)\times r = 5 + 12\times 3 = \mathbf{41}$

2) Calculer la somme des 13 premiers termes :

$$S_{13} = \frac{n\times(u_1+u_{13})}{2} = \frac{13\times(5+\mathbf{41})}{2} = 299$$

- Soit la suite **géométrique** de 1^er terme $v_1 = 10$ et de raison $q=1,2$

1) Calculer le 10ème terme v_{10} : $v_{10} = v_1 \times q^{n-1} = 10 \times 1,2^9 = \mathbf{51,6}$ (Arrondir à 0,1)

2) Calculer la somme des 10 premiers termes :

$$S_{10} = v_1 \times \frac{(q^n-1)}{(q-1)} = 10 \times \frac{(1,2^{10}-1)}{(1,2-1)} = 259,6$$ (Arrondir à 0,1)

Problème

Abdel, responsable des importations du groupe Ordimax désire comparer les ventes de deux modèles les plus vendus. Pour cela, il a suivi l'évolution des ventes au cours des trois dernières années.

• Il y a trois ans, le groupe a vendu **50 000 ordinateurs** du modèle familial **R2000**. Les années suivantes, ces ventes ont chuté de **2 350 exemplaires par an**.

• Il y a trois ans, le groupe a vendu **25 000 ordinateurs** du modèle **Config-jeu**. Les années suivantes, les ventes ont progressé de **8 % par an**.
Abdel estime que l'évolution des ventes va se poursuivre de manière identique les années suivantes. Il souhaite prévoir les ventes dans cinq ans.

Partie A : **Évolution des ventes du modèle R2000**

1) On note u_1 , u_2, u_3 les ventes des trois dernières années. Sachant que $u_1 = 50\,000$, calculer u_2 et u_3.

   $u_2 = 50\,000 - 2\,350 = 47\,650$

   $u_3 = 47\,650 - 2\,350 = 45300$

2) La suite (u_n) est-elle une suite arithmétique ou géométrique ? Justifier et donner son premier terme u_1 et sa raison r.

   Il s'agit d'une suite arithmétique car on soustrait toujours la même valeur 2350 d'un terme au suivant. Son 1er terme est $u_1 = 50\,000$ et sa raison $r = -2\,350$.

3) Exprimer le terme u_n en fonction de n sachant que : $u_n = u_1 + (n-1)\times r$

   $u_n = 50\,000 + (n - 1)\times(-2\,350)$ $u_n = 50\,000 - (n - 1)\times 2\,350$

4) Calculer u_8 afin de déterminer les ventes du modèle R2000 dans cinq ans.

   $u_8 = 50\,000 - 7\times 2\,350 = 33\,550$ *ventes*

Partie B : **Évolution des ventes du modèle Config-jeu**

1) On note v_1 , v_2, v_3 les ventes des trois dernières années. Sachant que $v_1 = 25\,000$, calculer v_2 et v_3.
   Aide : Pour augmenter une valeur de 8%, il faut la multiplier par le coefficient 1+0,08 = **1,08**.

   $v_2 = 25\,000 \times 1{,}08 = 27\,000$

   $v_3 = 27\,000 \times 1{,}08 = 29\,160$

2) La suite (v_n) est-elle une suite arithmétique ou géométrique ? Justifier et donner son premier terme v_1 et sa raison q.

   Il s'agit d'une suite géométrique car on multiplie toujours par la même valeur 1,08 d'un terme au suivant. Son 1er terme est $v_1 = 25\,000$ et sa raison $q = 1{,}08$.

3) Exprimer le terme v_n en fonction de n sachant que $v_n = v_1 \times q^{n-1}$

   $v_n = 25\,000\times 1{,}08^{n-1}$

4) Calculer v_8 afin de déterminer les ventes du modèle config-jeu dans cinq ans.

   $v_8 = 25\,000 \times 1{,}08^7 \approx 42\,846$ *ventes*

Quel modèle d'ordinateurs se vendra le plus dans cinq ans ?

Dans 5 ans, ce sera le modèle Config-jeu qui se vendra le plus avec 42 846 ventes annuelles contre 33 550 ventes pour le modèle R2000.

Partie C : **Total des ventes**

Calculer S_8 pour chacun des modèles d'ordinateurs afin de déterminer le nombre total de vente en 8 ans.

Modèle R2000 : $S_8 = \frac{8\times(50000+33550)}{2} = 334\,200$ *ventes en 8 ans.*

Modèle Config-jeu : $S_8 = 25000 \times \frac{(1{,}08^8-1)}{(1{,}08-1)} \approx 265\,916$ *ventes en 8 ans.*

Partie D : **Simulation informatique**

Pour chacun des modèles d'ordinateurs, indiquer les formules à saisir en B3 et C3 sur le tableur afin de calculer les termes et les sommes des termes.

Modèle R2000

	A	B	C
1	Année	Ventes u_n	Sommes S_n
2	1	50000	50000
3	2	=B2–2350	=C2+B3
4	3		
5	4		

Modèle Config-jeu

	A	B	C
1	Année	Ventes u_n	Sommes S_n
2	1	25000	25000
3	2	=B2*1,08	=C2+B3
4	3		
5	4		