

Nom :

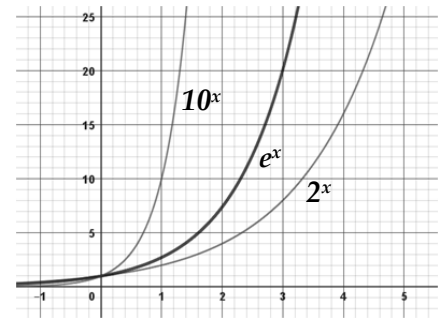
Classe :

Compétence	--	-	+	++	
S'approprier					
Analyser / Raisonner					
Réaliser					
Valider					
Communiquer					

Introduction

Dans la famille des exponentielles (2^x , 3^x , 10^x , ...), il en existe une particulière notée $\exp(x)$ ou e^x avec $e \approx 2,7182...$ (nombre irrationnel).

Si la fonction exponentielle 10^x a pour **fonction réciproque** le logarithme décimal $\log(x)$, la fonction exponentielle e^x a elle pour fonction réciproque la fonction logarithme népérien $\ln(x)$.



Exponentielle	Logarithme	Propriétés
10^x	$\log(x)$	$\log(10^x) = x$ $10^{\log(x)} = x$
e^x	$\ln(x)$	$\ln(e^x) = x$ $e^{\ln(x)} = x$

Calculatrice

Ces 4 fonctions figurent sur la calculatrice de telle manière que la fonction et sa réciproque soit positionnées sur la même touche.



Problème La datation au carbone 14

Le **carbone 14** (^{14}C) est un isotope du carbone 12 (^{12}C).

Parmi tous les atomes de carbone que contient un organisme vivant, une partie très faible (0,01%) est du carbone 14.

La proportion entre carbone 12 et carbone 14 ne varie pas tant que l'organisme est vivant.

Lorsqu'un individu, un animal ou une plante meurt, son métabolisme cesse et son carbone n'est plus renouvelé. Le carbone 14 étant radioactif, il se désintègre progressivement en azote ^{14}N (Ce n'est plus du carbone !).

Il suffit de mesurer la proportion restante dans les échantillons (cheveux, bois, ...) pour connaître l'époque de la mort.

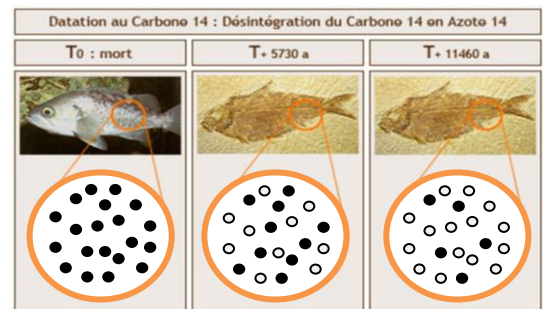
Loi de décroissance radioactive :

Soit N_0 le nombre d'atomes ^{14}C à la date $t = 0$

A la date t , en années, le nombre d'atomes ^{14}C restant N est égal à : $N = N_0 \times e^{-\lambda t}$ ou $\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$

λ est la constante radioactive (en années⁻¹)

Les éléments radioactifs sont classés en fonction de leur **période** ou **demi-vie** $t_{1/2}$. C'est le temps au bout duquel la moitié des atomes ^{14}C a disparu.



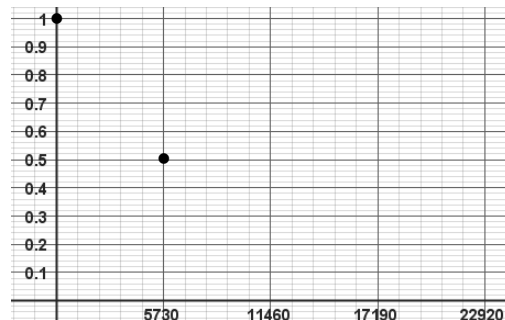
Problème : En 1983 fut découverte l'épave d'un bateau dans la vase du port de Roskilde (à l'ouest de Copenhague). Pour valider l'hypothèse indiquant que ce navire est d'origine viking, une datation au carbone 14 est réalisée sur un échantillon de bois prélevé sur sa coque.

Question : De quelle siècle date-t-il ? S'agit-il d'un drakkar viking ?

Aide : La période (ou demi-vie) du carbone 14 est : $t_{1/2} = 5730$ ans.

Partie A : Décroissance et constante radioactive

Si la moitié du carbone 14 disparaît toutes les 5730 années, le rapport $\frac{N}{N_0}$ est égal à $\frac{1}{2}$ ou 0,5 et $t = t_{1/2} = 5730$.



Compléter le tableau ci-dessous puis placer les points et construire la représentation graphique ci-contre.

t	0	5730	11460	17190	22920
$\frac{N}{N_0}$	1	0,5

En utilisant la relation de la décroissance radioactive, déterminer la valeur de la constante radioactive λ . Le résultat sera donné sous la forme $a \times 10^{-4}$ avec a arrondi à 0,01.

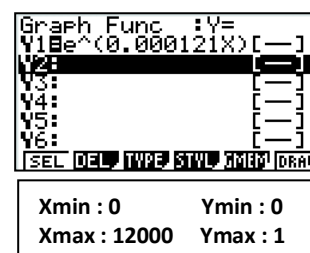
$0,5 = e^{-\lambda \times 5730}$

.....

Partie B : La fonction

Soit la fonction f telle que : $f(x) = e^{(-0,000121x)}$ définie sur l'intervalle $[0 ; 12000]$.

- Sur la calculatrice, saisir et tracer la représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 12000]$.
- A l'aide de la fonction **Trace**, compléter le tableau de valeurs ci-dessous. On se positionnera à la valeur $f(x)$ la plus proche.



x
$f(x)$	1	0,5	0,25
		la moitié du carbone 14 a disparu	les $\frac{3}{4}$ du carbone 14 ont disparu

Partie C : Datation

- Après étude et analyse, l'échantillon de bois montre que le rapport $\frac{N}{N_0}$ est égal à 0,882.
 - Sur la calculatrice, saisir en Y2, l'équation de droite $y = 0,882$ puis tracer les 2 représentations graphiques.
 - Déterminer graphiquement les coordonnées du point M intersection entre les deux représentations graphiques.

$M(..... ;)$

- En déduire le temps t écoulé entre la construction du navire et la découverte de l'épave.
.....
- Calculer son année de construction.
.....

Partie D : Conclusion

- La période Viking s'étend du VIII^{ème} siècle au XI^{ème} siècle (entre les années 700 et 1000 ap. JC). L'hypothèse faite précédemment est-elle vérifiée ? Répondre aux questions du problème.
.....
.....
- On estime la datation au carbone 14 fiable si le rapport $\frac{N}{N_0}$ ne descend pas en-dessous de 0,01. A combien d'années peut-on remonter dans le temps ?
.....
.....