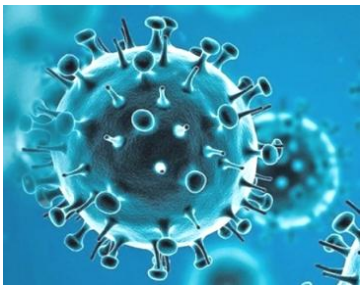
6	Mathématiques	1ère Bac Pro Grp C
	Exercices	Les fonctions dérivées

CORRECTION ACTIVITES

Activité 1 Les cas de Covid - Notion de fonction dérivée

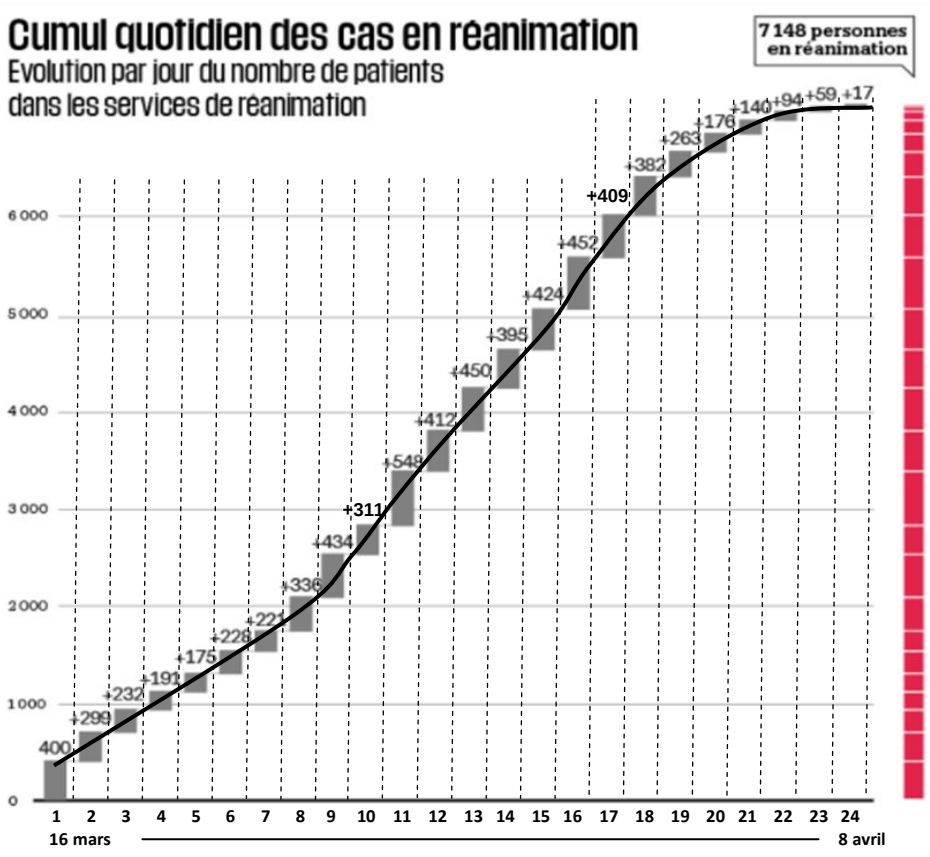
Durant l'année 2020, une épidémie sans précédent a sévi en France et dans le monde. Elle est due à un coronavirus dont la maladie a été appelée Covid19.
Les cas quotidiens de patients admis en réanimation ont rapidement augmenté sur les deux premiers mois et les hôpitaux ont craint une saturation. Un confinement a alors eu lieu.

Problème : Quel jour a connu la plus forte augmentation de patients admis en réanimation ?



Partie 1 : L'évolution du nombre de patients en réanimation

En 2020, au début de la pandémie de Covid19, le journal ***Libération*** a fait paraitre le graphique ci-dessous.



1) S'approprier Que représente l'axe des **abscisses** (horizontal) ?

Il représente les jours numérotés de 1 à 24

Sur quelle période est menée cette étude ?

Du 16 mars au 8 avril 2020.

Que représente l'axe des **ordonnées** (vertical) ?

Il représente le nombre de patients en réanimation

Que représente chaque petit rectangle ?

Il représente la variation quotidienne du nombre de patients en réanimation.

2) S'approprier Combien y a-t-il de patients en réanimation à la fin du 10ème jour ?

Il y a environ 3000 patients en réanimation.

Quelle est la variation par rapport au 9ème jour ? *Il y a 311 patients supplémentaires.*

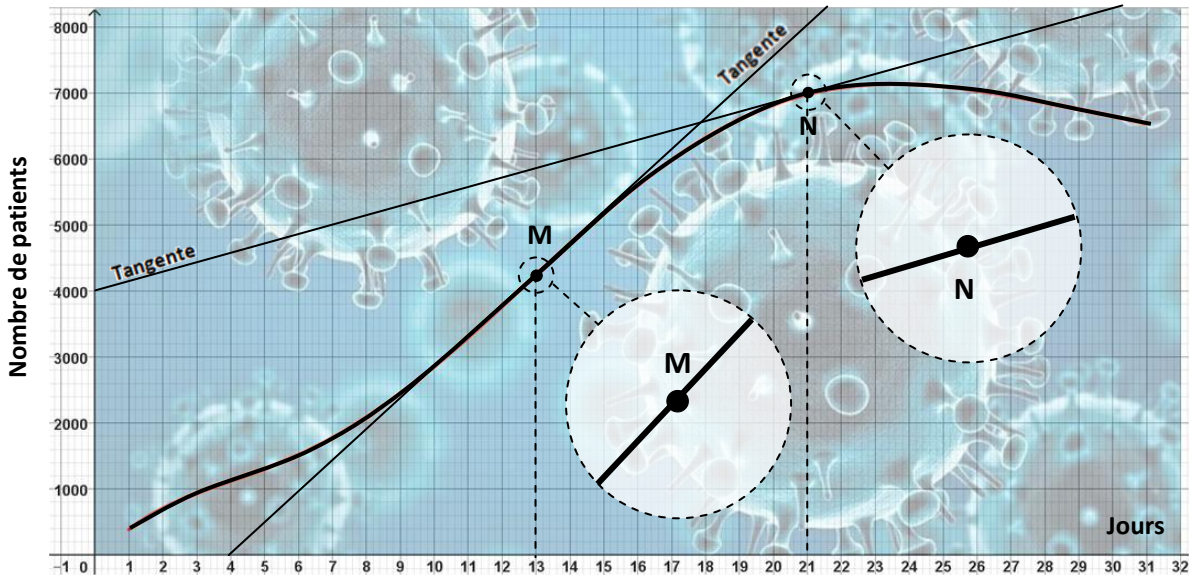
Combien y a-t-il de patients en réanimation à la fin du 17ème jour ? *Il y a environ 6000 patients.*

Quelle est la variation par rapport au 16ème jour ? *Il y a 409 patients supplémentaires*

<u>Partie 2</u> : Droite tangente et nombre dérivé

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la représentation graphique de la fonction donnant le nombre de patients en réanimation en fonction des jours du 1er au 32ème jour.

On trace la droite tangente au point **M** d'abscisse 13 et la droite tangente au point N d'abscisse 21.



1) Analyser/Raisonner En observant les deux grossissements autour des points M et N, que peut-on dire de la droite tangente et de la courbe pour chacun de ces points ?

Autour de chacun des points, la droite tangente et la courbe sont confondues. Elles ont la donc la même inclinaison (ou la même pente).

Ouvrons le fichier **Covid_reanimation_tangente.ggb** avec l'application **GeoGebra**.



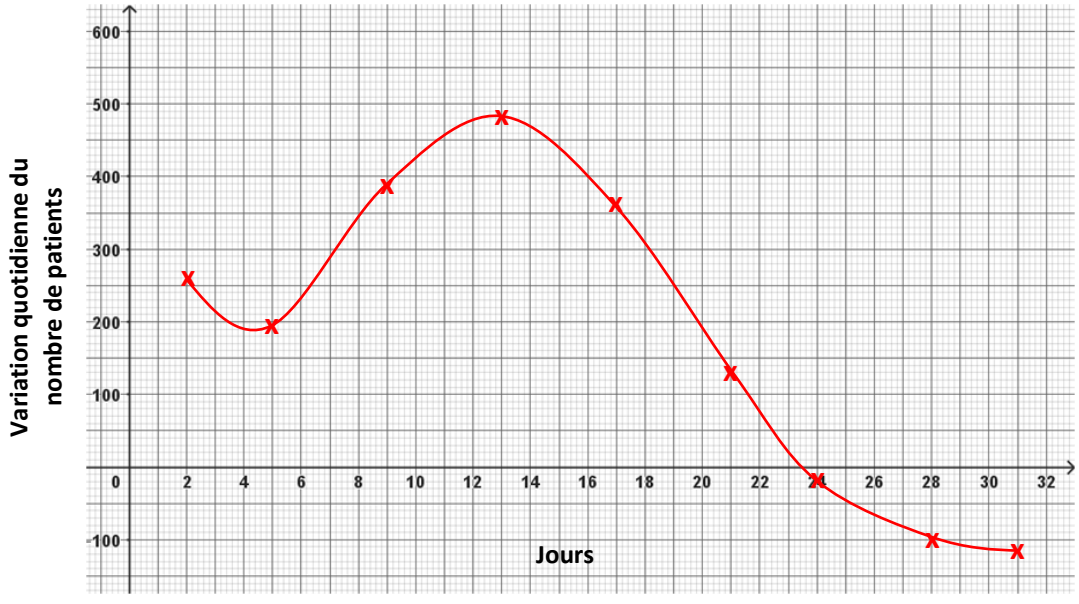
2) Réaliser Déplaçons le **curseur K** afin de faire circuler la droite tangente le long de la courbe pour différentes abscisses puis relevons son coefficient directeur a :

Jour	2	5	9	13	17	21	24	28	31
Coefficient directeur tangente a	264	196	385	479	362	130	-18	-99	-117

3) Analyser/Raisonner A quoi correspond la valeur du coefficient directeur de la droite tangente en un point ?

La valeur du coefficient directeur de la droite tangente correspond à la variation quotidienne du nombre de patients en réanimation.

4) Réaliser A partir du tableau donnant les valeurs de <u>la variation quotidienne du nombre de patients</u>, tracer la représentation graphique.



L'ensemble des valeurs des coefficients directeurs des droites tangentes constituent une fonction appelée fonction dérivée et notée f'. Chacune de ces valeurs est appelée nombre dérivé.

5) **Valider** Selon ce graphique, quel jour les admissions en réanimation ont-t-elles été les plus importantes ?

Les admissions en réanimation ont été les plus importantes le 13ème jour. Il y a eu 479 patients supplémentaires.

Que signifie une variation négative ?

Cela signifie qu'il y a eu davantage de sorties de réanimation que d'admissions.

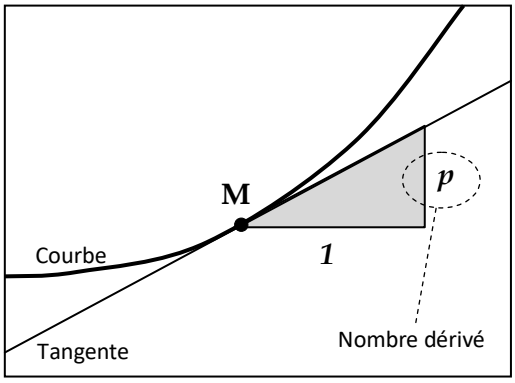
Activité 2 Nombres dérivés et fonctions dérivées

Ouvrons le fichier nommé : **Nombres_derives_fonctions.ggb**

Sont tracées les représentations graphiques de 4 fonctions que l'on peut afficher ou non à l'aide des boites de sélection ainsi que les droites tangentes et leur coefficient directeur :

- $f_1(x) = 2x$
- $f_2(x) = -3x + 5$
- $f_3(x) = x^2$
- $f_4(x) = 3x^2$

Le coefficient directeur de la tangente pour une abscisse donnée est appelé nombre dérivé.



1) **Réaliser** En déplaçant la droite tangente à l'aide du curseur, relevons les valeurs des nombres dérivés pour différentes abscisses et pour chacune des fonctions sélectionnées.

a) Fonction $f_1(x) = 2x$

Que peut-on dire des valeurs des nombres dérivés ? *Ils sont identiques et égaux à 2.*

En déduire la fonction dérivée $f_1'(x)$ donnant les nombres dérivés de la fonction f_1 : $f_1'(x) = 2$

b) Fonction $f_2(x) = -3x + 5$

Que peut-on dire des valeurs des nombres dérivés ? *Ils sont identiques et égaux à –3.*

En déduire la fonction dérivée $f_2'(x)$ donnant les nombres dérivés de la fonction f_2 : $f_2'(x) = -3$

c) Fonction $f_3(x) = x^2$

Relever les valeurs des nombres dérivés :

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
Nombre dérivé $f_3'(x)$	–6	–4	–2	0	2	4	6

× 2

En déduire la fonction dérivée $f_3'(x)$ donnant les nombres dérivés de la fonction f_3 : $f_3'(x) = 2x$

d) Fonction $f_4(x) = 3x^2$

Relever les valeurs des nombres dérivés :

x	–3	–2	–1	0	1	2	3
Nombre dérivé $f_4'(x)$	–18	–12	–6	0	6	12	18

× 6

En déduire la fonction dérivée $f_4'(x)$ donnant les nombres dérivés de la fonction f_4 : $f_4'(x) = 6x$

2) **Valider** Donner les fonctions dérivées des fonctions f_1, f_2, f_3 et f_4.

Fonction	$f_1(x) = 2x$	$f_2(x) = -3x + 5$	$f_3(x) = x^2$	$f_4(x) = 3x^2$
Fonction dérivée	$f_1'(x) = 2$	$f_2'(x) = -3$	$f_3'(x) = 2x$	$f_4'(x) = 6x$

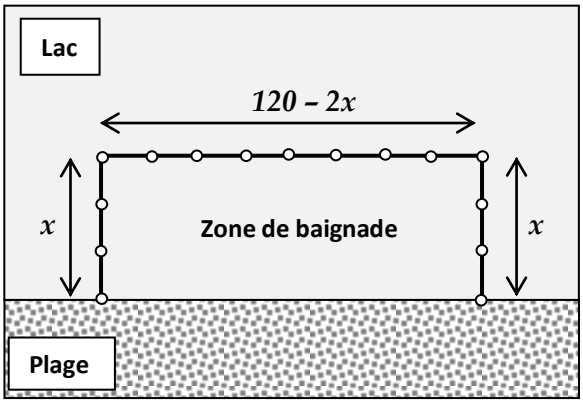
Conclusion **Analyser/Raisonner**

A toute fonction f définie sur un intervalle correspond une fonction dérivée notée f' qui donne, pour toute abscisse x, le nombre dérivé $f'(x)$ pour cette abscisse.				
Fonction $f(x)$	ax	$ax + b$	x^2	ax^2
Fonction dérivée $f'(x)$	a	a	$2x$	$2ax$

Activité 3 La zone de baignade – Etude de fonction

Problème : Les maîtres nageurs d'une plage surveillée d'un lac disposent d'une corde avec bouées de **120 m** de long pour délimiter une zone de baignade rectangulaire.

Questions : Quelle doivent être les dimensions du rectangle pour délimiter une zone d'aire la plus grande ?
Quelle sera la valeur de l'aire en m² ?



Soit x **la largeur**.
L'aire A de la zone de baignade peut être donnée sous la forme : $A = x \times (120 - 2x) = -2x^2 + 120x$

1) **Réaliser** Soit la fonction g telle que $g(x) = -2x^2 + 120x$ définie sur l'intervalle $[0 ; 60]$. Mener l'étude de cette fonction sur l'intervalle donné en respectant les étapes.

Etape 1 : Déterminer la fonction dérivée $g'(x)$

$g'(x) = -2 \times 2x + 120$ soit $g'(x) = -4x + 120$

Etape 2 : Déterminer la valeur x_0 pour laquelle la dérivée est nulle. Résoudre l'équation $g'(x) = 0$

$-4x + 120 = 0$ $\quad -4x = -120$ $\quad x = \frac{-120}{-4}$ soit $x_0 = 30$

Etape 3 : Etude du signe de la fonction dérivée $g'(x)$

Calculer : $g'(0) = -4 \times 0 + 120 = 120$ $\quad g'(60) = -4 \times 60 + 120 = -240 + 120 = -120$

Entourer les bonnes réponses :

Si $x < 30$, $g'(x)$ est ***positive/négative***
La fonction g est ***croissante/décroissante***

Si $x > 30$, $g'(x)$ est ***positive/négative***
La fonction g est ***croissante/décroissante***

Etape 4 : Calculer les valeurs suivantes et compléter le tableau de variation

$g(0) = -2\times0^2 + 120\times0$

$g(0) = 0$

$g(x_0) = -2\times30^2 + 120\times30$

$g(30) = -1800 + 3600$

$g(30) = 1800$

$g(60) = -2\times60^2 + 120\times60$

$g(60) = -7200 + 7200$

$g(60) = 0$

x	0	30	60
Signe de $g'(x)$	+	0	–
Variation de g	0 ↗	1800	↘ 0

2) Valider Répondre à la question du problème.

Pour obtenir un rectangle dont l'aire est la plus grande, la largeur devra être de 30 m et la longueur de 120–2×30 = 60 m. Son aire sera alors de 1800 m².

3) Analyser/Raisonner Observation : Que peut-on dire de la longueur par rapport à la largeur du rectangle ?

On peut remarquer que la longueur est le double de la largeur.

Quelle seraient les dimensions du rectangle avec une corde de ***160 m*** de long ?

La largeur devra être de 40 m et la longueur double soit 80 m. On retrouve bien 40 + 80 + 40 = 160 m.

$x = 40$ $y = 80$