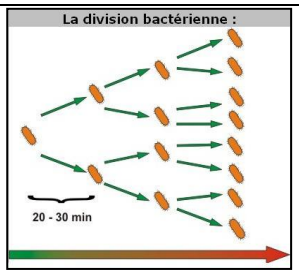
3	Mathématiques	Tale Bac Pro
	Exercices	Les suites géométriques

CORRECTION ACTIVITES

Activité 1 La suite géométrique

Les salmonelles sont des bactéries alimentaires qui peuvent provoquer, dans certains cas, des infections graves nécessitant une hospitalisation. Elles se multiplient très vite lorsque les conditions sont favorables.
On estime que le nombre de bactéries **double toutes les 20 minutes**.

Problème : Combien de bactéries aura-t-on au bout de 5 h ?



1) S'approprier Compléter le tableau suivant :

Temps (min)	0	20	40	60
Nombre de bactéries	$u_0 = 1$	$u_1 = 2$	$u_2 = 4$	$u_3 = 8$

A l'aide de la **fiche Memo**, justifier pourquoi les nombres de bactéries constituent une suite géométrique.

Pour obtenir le terme suivant, on multiplie toujours par 2 le terme précédent. Il s'agit donc d'une suite géométrique.

Donner son premier terme u_0 et sa raison q : $u_0 = 1$ et $q = 2$

2) Analyser/Raisonner Cocher la relation de récurrence correspondante à cette suite géométrique.

☐ $u_n = u_{n-1} + 2$ ☒ $u_n = u_{n-1} \times 2$ ☐ $u_n = u_{n-1} - 2$ ☐ $u_n = (u_{n-1})^2$

A partir de le **fiche Mémo**, écrire la relation donnant le n^{ième} terme u_n en fonction de n.

$u_n = u_0 \times q^n$ soit $u_n = 1 \times 2^n = 2^n$

3) Réaliser Déterminer le rang du terme à calculer pour connaitre le nombre de bactéries au bout de 5 h.

Dans 1h il y a 3 fois 20 min. Donc dans 5h, il y a 3×5 = 15 fois 20 min. Il faut donc calculer le terme U_{15}.

A l'aide de la relation choisie question 2, calculer ce terme.

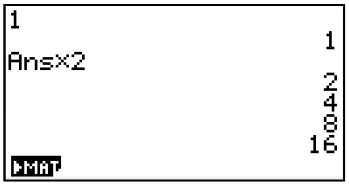
$u_{15} = 2^{15}$ soit $u_{15} = 32\,768$

4) Valider Répondre à la question du problème.

A bout de 5h (soit 15 fois 20 min), il devrait y avoir 32768 bactéries.

5) Réaliser Sur la calculatrice, saisir **1** puis valider EXE. Appuyer sur la touche × puis saisir la valeur **2** et valider EXE.





En appuyant sur la touche valider EXE, le terme suivant de la suite est alors automatiquement calculé.

Déterminer le rang du terme ou le nombre de bactéries dépasse 1 000 000.

Le nombre de bactéries dépasse 1 000 000 pour le terme de rang 21.

Au bout de combien de temps aura-t-on plus de 1 000 000 de bactéries ?

$\frac{21}{3} = 7$ *Au bout de 7h*

Activité 2 Somme des termes S_n

Une entreprise qui fabrique des ramettes de papier décide d'investir dans de nouvelles machines afin d'augmenter sa production. Pour que son investissement soit rentable, il faut que sa production annuelle actuelle soit doublée à la fin de la 15ème année.
Sa production annuelle est actuellement de **25 000 ramettes** et elle augmente de **9%** chaque année.

Problème : **Aura-t-elle doublée sa production annuelle à la fin de la 15ème année ?**
Combien de ramettes aura-t-elle produite durant ces 15 années ?

On note $u_1 = 25\,000$ sa production la 1ère année.

1) **S'approprier** Calculer sa production u_2 à la fin de la 2ème année et sa production u_3 à la fin de la 3ème année. Arrondir à l'unité.

Une augmentation de 9% correspond au coefficient multiplicateur 1,09.

$u_2 = 25\,000 \times 1{,}09$ soit $u_2 = 27\,250$

$u_3 = 27250 \times 1{,}09$ soit $u_3 = 29\,702$

Compléter le tableau :

u_1	u_2	u_3
25000	27 250	29 702

2) **Analyser/Raisonner** Montrer que les termes u_1, u_2 et u_3 forment une suite géométrique dont on donnera le 1er terme u_1 et la raison q.

Chaque terme suivant est obtenu en multipliant par 1,09 le terme précédent.

Il s'agit donc d'une suite géométrique de 1er terme $u_1 = 25\,000$ et de raison $q = 1{,}09$.

$u_1 = 25\,000$
$q = 1{,}09$

3) **Réaliser** Exprimer le terme u_n en fonction de n. Voir **fiche Mémo**.



$u_n = u_1 \times q^{n-1}$ soit $u_n = 25\,000 \times 1{,}09^{n-1}$

Calculer le terme u_{15}.

$u_{15} = 25\,000 \times 1{,}09^{14}$ soit $u_{15} = 83\,543$

4) **Valider** Répondre à la première question.

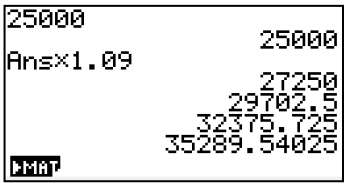
Le doublement de la production correspond à 50 000 ramettes.

Avec 83 543 ramettes produites la 15ème année, l'entreprise devrait bien doubler sa production.

5) **Réaliser** Sur la calculatrice, saisir **25 000** puis valider **EXE**. Appuyer sur la touche **×** puis saisir la valeur **1,09** et valider **EXE**.

En appuyant sur la touche valider **EXE**, le terme suivant de la suite est alors automatiquement calculé. Compléter le tableau suivant en arrondissant à l'unité :





n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
u_n	25000	27250	29702	32475	35289	38465	41927	45700	49814	54297	59184

A partir de quelle année la production annuelle sera-t-elle doublée ?

Avec une augmentation annuelle de 9%, l'entreprise devrait doubler sa production à partir de la 10ème année avec 54 297 ramettes produites.

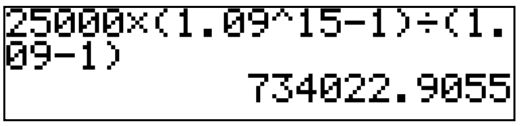
6) **Analyser/Raisonner** Donner la relation permettant de calculer la production totale de ramettes durant 15 années. Voir **fiche Mémo**.

$$S_n = u_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

7) **Réaliser** Calculer la production totale de ramettes attendue pour les 15 prochaines années.

$u_1 = 25\,000$ $q = 1{,}09$ et $n = 15$

$S_{15} = 25000 \times \frac{1{,}09^{15}-1}{1{,}09-1}$ soit $S_{15} = 734\,022$



8) **Valider** Répondre aux questions du problème.

Au bout de 15 ans, l'entreprise aura plus que doublé sa production avec 83 543 ramettes produites et durant ces 15 années, elle aura produit un total de 734 022 ramettes.