

Le premier janvier 2000, naissances d'Ulysse et de Victoire !!!!

Etude d'Ulysse

Au 1^{er} janvier 2001, pour son premier anniversaire, la famille d'Ulysse décide de verser 3 000 euros sur un compte dont le taux d'intérêt annuel est fixe et de 2,75 %. Aucun retrait ni dépôt ne s'effectue pendant les années suivantes jusqu'à ses 18 ans.

Année	n	u_n
2001	1	3000,00
2002	2	3082,50
2003	3	
2004	4	
2018	18	

1 On appelle u_n le montant en euros du compte d'Ulysse le premier janvier de l'année 2000 + n (exemple : u_1 correspond au montant au 2 janvier 2001, u_2 correspond au montant au 1^{er} janvier 2002, ...)

a) Quelle est la bonne formule pour calculer les intérêts $I_{(2001)}$ accumulés pendant l'année 2001 ? Cochez la bonne réponse et faites vérifier.

$I_{(2001)} = \frac{2,75}{100} + 3\,000$
 $I_{(2001)} = 3\,000 \times \frac{2,75}{100}$
 $I_{(2001)} = \frac{3\,000}{\frac{2,75}{100}}$

b) Calculer alors les intérêts accumulés dans l'année 2001.

c) On rappelle que le montant sur le compte en 2002 est donné par la formule : $M_{(2002)} = M_{(2001)} + I_{(2001)}$
Vérifier que le 1^{er} janvier 2002, Ulysse aura 3 082,50 € sur son compte.

d) Calculer de la même manière que pour le b) les intérêts cumulés pendant l'année 2002. Attention, le montant de base n'est plus le même. Quelle formule doit-on choisir ? Cochez et faites vérifier.

$I_{(2002)} = \frac{2,75}{100} + 3\,082,50$
 $I_{(2002)} = 3\,000 \times \frac{2,75}{100}$
 $I_{(2002)} = 3\,082,5 \times \frac{2,75}{100}$

e) Calculer alors $I_{(2002)}$

f) Compléter alors son compte au 1^{er} janvier 2003.

g) Calculer le montant des intérêts cumulés pendant l'année 2003 et en déduire le montant dont dispose Ulysse au 1^{er} janvier 2004.

2. Etude de la suite (u_n) correspondant au montant sur le compte d'Ulysse en fonction des années jusqu'à sa majorité.

a) Les intérêts précédents sont-ils égaux ? Barrez la mauvaise réponse : Oui Non

b) Calculer $\frac{u_2}{u_1}$ puis $\frac{u_3}{u_2}$ ainsi que $\frac{u_4}{u_3}$. Que remarquez-vous ?

c) Quelle est donc la nature de la suite étudiée ? Quel est son premier terme et quelle est la raison ?

d) Exprimer u_n le terme de rang n en fonction de u_1

e) Calculer u_{18} .

3. Ulysse a désormais 18 ans et vient de passer son permis de conduire. Il a repéré une voiture d'un montant de 6 000 euros. Peut-il l'acheter à ses 18 ans ?

Plus difficile :

4. Voici la méthode pour trouver le taux (arrondi au centième de pourcent) minimum qu'il aurait fallu pour qu'Ulysse ait 6 000 euros le jour de ses 18 ans ?

A l'aide de la calculatrice : Choisissez un taux de 3% et calculez $3\,000 \times (1 + \frac{3}{100})^{17}$ sur la calculatrice. Si vous avez dépassé, prenez une valeur du taux plus petite. Si vous n'avez pas dépassé, prenez une valeur du taux plus grande. Et ajustez ensuite de manière à tomber juste au-dessus de 6 000.

Par la résolution de l'équation :

- a) Montrez que l'équation se ramène à $3\,000 (1 + \frac{t}{100})^{17} = 6\,000$.
- b) On pose $q = 1 + \frac{t}{100}$
Montrez que l'équation se ramène à : $q^{17} = 2$
- c) Pour résoudre une équation du type $x^n = y$, il faut utiliser la racine n-ième $x = \sqrt[n]{y}$

Résolvez-la et déduisez-en le taux minimum qu'il aurait fallu pour qu'il puisse acheter la voiture pour son 18^{ème} anniversaire.

Etude de Victoire

Au 1^{er} janvier 2001, pour son premier anniversaire, les parents de Victoire décident de verser 250 euros sur un compte et augmentent leurs versements de 2% à chaque anniversaire. Aucun retrait ni dépôt ne s'effectue pendant les années suivantes.

Année	n	v_n
2001	1	250,00
2002	2	255,00
2003	3	
2004	4	
2018	18	

1. On appelle u_n le versement en euros du compte de Victoire le premier janvier de l'année 2000 + n
- a) En reprenant la même méthode que pour la partie Ulysse, de combien sera l'augmentation entre le versement de 2001 et celui de 2002 ?
- b) Vérifier que le 1^{er} janvier 2002, les parents de Victoire ont bien versé 255 € sur son compte.
- c) En appliquant la même méthode, compléter alors le montant déposé par les parents de Victoire sur son compte au 1^{er} janvier 2003 et au 1^{er} janvier 2004
2. Etude de la suite (V_n) correspondant aux montants déposés chaque année par les parents de Victoire jusqu'à sa majorité.
- a) Calculer $\frac{u_2}{u_1}$ puis $\frac{u_3}{u_2}$ ainsi que $\frac{u_4}{u_3}$. Que remarquez-vous ?
- b) Comparer le résultat obtenu avec le calcul $(1 + t)$ où t est le taux d'augmentation utilisé par les parents.
- c) Quelle est alors la nature de la suite (V_n) ? Indiquez son premier terme et sa raison.
- d) Exprimer v_n le terme de rang n en fonction de v_1
- e) Calculer v_{18} .
3. Victoire a désormais 18 ans et vient de passer son permis de conduire. Elle a repéré une voiture d'un montant de 6 000 euros. Peut-elle l'acheter à ses 18 ans ?

Justifier à partir du calcul de la somme $S_{18} = S_1 \times \frac{(1-q^{18})}{(1-q)}$