

Le premier janvier 2000, naissances d'Ulysse et de Victoire !!!!

Etude d'Ulysse

Au 1^{er} janvier 2001, pour son premier anniversaire, la famille d'Ulysse décide de verser 3 000 euros sur un compte dont le taux d'intérêt annuel est fixe et de 2,75 %. Aucun retrait ni dépôt ne s'effectue pendant les années suivantes.

1 On appelle un le montant en euros du compte d'Ulysse le premier janvier de l'année 2000 + n

- a) Vérifier que le 1^{er} janvier 2002, Ulysse aura 3 82,50 € sur son compte.

On rappelle que pour calculer les Intérêts, on utilise la somme au 1^{er} janvier. Donc les intérêts sont : $3000 \times 2,75/100 = 82,05$ €
Donc la somme au 1er janvier 2002 est de $3000 + 82,05$ soit

- b) Compléter alors son compte au 1^{er} janvier 2003 et au 1^{er} janvier 2004

Année	n	u_n
2001	1	3000,00
2002	2	3082,50
2003	3	3167,27
2004	4	3254,37
2018	18	

Même méthode pour 2003 : $3082,5 + 3082,5 \times 2,75/100 = 3167,27$ et pour 2024 : $3167,27 + 3167,27 \times 2,75/100 = 3254,37$

2. Etude de la suite (U_n) correspondant au montant sur le compte d'Ulysse en fonction des années jusqu'à sa majorité.

- a) Quelle est la nature de la suite (U_n) ? Indiquez son premier terme et sa raison.

Géométrique car $u_2 / u_1 = u_3 / u_2 = 1,0275$ (on rappelle que $q = 1 + t$ soit ici : $q = 1 + 2,75/100 = 1,0275$)
Son premier terme est $u_1 = 3000$

- b) Exprimer u_n le terme de rang n en fonction de u_1

La formule générale est donc $u_n = u_1 \times q^{(n-1)}$

- c) Calculer u_{18} .

On remplace n par 18 dans la formule générale donc $u_{18} = u_1 \times q^{(18-1)} = 3000 \times 1,0275^{17} = 4757,87$

3. Ulysse a désormais 18 ans et vient de passer son permis de conduire. Il a repéré une voiture d'un montant de 6 000 euros. Peut-il l'acheter à ses 18 ans ? **Non car la somme cumulée pendant la période est de 4757,87 € inférieure à 6000€**

4. Quel taux (arrondi au centième de pourcent) minimum aurait-il fallu pour qu'il ait 6 000 euros le jour de ses 18 ans ?

- a) Montrez que l'équation se ramène à $3000(1 + \text{taux}/100)^{17} = 6000$.

On sait que la raison est $q = 1 + t\%$. On veut trouver celui-ci pour que pour ses 18 ans (u_{18}), la valeur soit de 6000.

D'après la formule soulignée au-dessus, on veut donc trouver le taux tel que $3000 \times (1 + \text{taux}/100)^{17} = 6000$

- b) On pose $q = 1 + \text{taux} / 100$

Montrez que l'équation se ramène à : $q^{17} = 2$

L'équation se ramène donc à $3000 \times q^{17} = 6000$.

L'inverse d'une multiplication étant une division, alors $q^{17} = 6000 / 3000 = 2$

- c) Résolvez-la et déduisez-en le taux minimum qu'il aurait fallu pour qu'il puisse acheter la voiture pour son 18^{ème} anniversaire.

Pour résoudre l'équation $q^{17} = 2$, il faut se souvenir que pour supprimer le « carré », on fait apparaître la racine carrée. Donc pour supprimer la puissance 17, on fera apparaître la racine 17^{ème}.

$$q^{17} = 2 \text{ revient à } q = \sqrt[17]{2} = 1,0416$$

A la calculatrice Casio taper 17 puis $\boxed{\text{shift}} \boxed{\sqrt{x}}$ puis 2 il s'affiche

17[√]2
1.041616011

A la numWorks taper 2 $\boxed{\text{xy}}$ (1/17)

$$\sqrt[17]{\frac{1}{17}} \quad \sqrt[17]{2} \approx 1.041616011$$

Comme $q = 1 + t$, Cela signifie donc que le taux est de 0,0416 soit 4,16%

Etude de Victoire

Au 1^{er} janvier 2001, pour son premier anniversaire, les parents de Victoire décident de verser 250 euros sur un compte et augmentent leurs versements de 2% à chaque anniversaire. Aucun retrait ni dépôt ne s'effectue pendant les années suivantes.

2 On appelle un le versement en euros du compte de Victoire le premier janvier de l'année $2000 + n$

c) Vérifier que le 1^{er} janvier 2002, les parents de Victoire ont bien versé 255 € sur son compte.

On peut refaire comme pour l'ex 1 mais, pour aller plus vite, utiliser la formule $q = 1 + t$

Comme l'augmentation est de 2%, $q = 1 + 2/100 = 1,02$

Donc au 1^{er} janvier 2002, la somme versée est $250 \times 1,02$ soit 255€

d) Compléter alors le montant déposé par les parents de Victoire sur son compte au 1^{er} janvier 2003 et au 1^{er} janvier 2004

Au 1^{er} janvier 2003, $255 \times 1,02 = 260,1$ € et au 1^{er} janvier 2004, $260,1 \times 1,02 = 265,3$

5. Etude de la suite (V_n) correspondant aux montants déposés chaque année par les parents de Victoire jusqu'à sa majorité.

d) Quelle est la nature de la suite (V_n) ? Indiquez son premier terme et sa raison.

Géométrique

$$u_1 = 250$$

$$q = 1 + t = 1 + 2\% = 1,02$$

e) Exprimer v_n , le terme de rang n en fonction de v_1

On utilise la formule générale : $u_n = u_1 \times q^{(n-1)}$

f) Calculer v_{18} .

On remplace n par 18 dans la formule au-dessus et on trouve $u_{18} = u_1 \times q^{(18-1)} = 250 \times 1,02^{17} = 350,06$

6. Victoire a désormais 18 ans et vient de passer son permis de conduire. Elle a repéré une voiture d'un montant de 6 000 euros. Peut-elle l'acheter à ses 18 ans ? Justifier à partir de calculs.

Certains d'entre vous ce matin m'ont dit non car $350,06 < 6\,000$.

Lisez bien l'énoncé : 350,06 correspond à la somme versée par les parents pour le 18^{ème} anniversaire. Il faut additionner toutes les sommes déposées par les parents, donc utiliser la formule de la somme

$$S_{18} = u_1 \frac{1-q^{18}}{1-q} = 250 \frac{1-1,02^{18}}{1-1,02} = 5353,08$$

Elle ne pourra pas non plus.

Conclusion : les enfants devraient donc porter plainte pour non possession de voiture à leur majorité, leurs parents sont vraiment des gros égoïstes qui n'ont pensé qu'à eux

