Semaine 2 : décomposition en produit de facteurs premiers

(3-4 heures de travail)

Cette semaine, nous poursuivons le travail commencé sur l'arithmétique.
Pour rappel, la semaine dernière, nous avons travaillé :

- la division euclidienne
- les multiples
- les diviseurs et comment les lister
- les nombres premiers

Cette semaine, 4 nouvelles parties : correction des exercices, deux nouvelles méthodes et des exercices d'entraînement. **À toi d'organiser ton travail dans la semaine, tu n'es pas obligé de tout faire le même jour.**

Partie 1 : retour sur la semaine précédente

(30-60 minutes)

<u>Correction des exercices</u>

Reprends les exercices de la partie 4 de la semaine dernière, puis corrige-les à partir de réponses ci-dessous.

7 Jian a raison. 2 est le seul nombre premier et pair. Tous les autres nombres pairs ont aussi 2 comme diviseur autre que 1 et eux-mêmes. Ils ne sont donc pas premiers.

8 Kelly a raison. Si un nombre a 0 comme chiffre des unités, alors il est divisible par 10. Il n'est donc pas premier.

9 Tom a raison. 63 est par exemple divisible par 7. Il n'est donc pas premier.

13 **a.** 2 ; **b.** 5 ; **c.** 3 ; **d.** 7 ; **e.** 3

17 35 est divisible par les nombres premiers 5 et 7.
Seul 5 divise aussi 20.
Ce nombre premier est donc 5.

25 **a.** 145 est divisible par 5
b. 381 est divisible par 3 ($3 + 8 + 1 = 12$)
c. 372 est divisible par 2 (par 3 également)
d. 156 est divisible par 2 (par 4 également)
e. 240 est divisible par 10
f. 175 est divisible par 5

26 **a.** 13 est premier, ses diviseurs sont 1 et 13
b. 18 n'est pas premier : il est divisible par 2
c. 23 est premier, ses diviseurs sont 1 et 23
d. 27 n'est pas premier : il est divisible par 3
e. 51 n'est pas premier : il est divisible par 3
f. 123 n'est pas premier : il est divisible par 3

31 **a.** 7 ; **b.** 19 ; **c.** 31 ; **d.** 41.

33 **a.** Les diviseurs de 24 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24
b. Les diviseurs premiers de 24 sont 2 et 3.

Bilan de la semaine :

Si tu penses ne pas bien avoir compris certaines notions (en particulier les diviseurs et les nombres premiers), c'est le moment de les retravailler. Tu peux regarder de nouveaux les vidéos et répondre aux questionnaires des parties qui n'ont pas été réussies.

Partie 2 : décomposition en produit de facteurs premiers

(30-45 minutes)

La semaine dernière, nous avons travaillé une notion que nous allons réutiliser : les nombres premiers. D'ailleurs, tu dois normalement déjà connaître **par cœur la définition et la liste des nombres premiers inférieurs à 30 !** Essaie de te les remémorer avant de continuer.

Méthode

À présent, nous allons voir une technique importante : la décomposition d'un nombre entier en produit de facteurs premiers. Regarde attentivement les vidéos suivantes, qui explique comment faire (la première n'a pas de son, c'est normal).

https://www.youtube.com/watch?v=Mgo7txobEzY

https://www.youtube.com/watch?v=iYDeEqng3WE

Lis également le paragraphe 2 de la page 44 du manuel.

À présent, pour t'assurer que tu as bien compris, réponds à ce questionnaire. Tu peux utiliser un brouillon pour t'aider à réfléchir. La correction sera disponible immédiatement après que tu aies validé tes réponses.
https://forms.gle/4NEZyJZpMvo4q39r7

Exercices

Décompose les nombres suivants en produit de facteurs premiers.
924 - 950 - 12 155 - 686 - 2 295 - 196 196

Pour te vérifier, utilise l'outil suivant :
https://www.dcode.fr/decomposition-nombres-premiers

Avec la calculatrice

Il est aussi possible de décomposer des nombres en produit de facteurs premiers avec la calculatrice. Attention : cela ne remplace pas la méthode précédente qu'il faut avoir comprise !

Avec une calculatrice Casio
https://www.youtube.com/watch?v=bC7D1KVk5HQ
Avec une calculatrice Texas
https://www.youtube.com/watch?v=SPmJuZS9-gk

Remarque : les calculatrices utilise systématiquement la notation avec les puissances, mais tu n'es pas forcément obligé de l'utiliser dans les exercices.
Entraîne-toi en vérifiant les résultats des exercices précédents.

Pour aller plus loin

La vidéo ci-dessous explique comment trouver tous les diviseurs d'un nombre à partir de sa décomposition en produits de facteurs premiers. Il n'est pas obligatoire de la visionner, elle est un peu plus complexe, c'est surtout destiné **aux plus curieux d'entre vous.**
https://www.youtube.com/watch?v=k0rhj8fwdjs

Partie 3 : plus grand diviseur commun

(45-60 minutes)

La semaine dernière, nous avons parlé de la notion de diviseur, et même de celle de diviseur commun à plusieurs nombres. Une notion importante en arithmétique est celle de **plus grand diviseur commun** (PGCD) et nous allons voir qu'il n'est pas forcément nécessaire de lister tous les diviseurs des nombres pour le trouver.

Introduction

Prenons pour exemple le problème suivant :
Un fleuriste a reçu 8580 roses blanches et 23562 roses rouges. Il désire réaliser des bouquets identiques (c'est à dire comportant le même nombre de roses et la même répartition entre les roses rouges et les roses blanches), en utilisant **toutes** les fleurs.
Quel sera le nombre maximal de bouquets identiques ? Quelle sera la composition des bouquets ?

Analyse du problème :
L'exercice ressemble beaucoup à celui de la semaine dernière.
On cherche ici à répartir les 8580 rose blanches dans un nombre inconnu de bouquets (appelons-le n). On peut donc en déduire que n est nécessairement un diviseur de 8580. En effet, dans le cas contraire, il nous resterait des brins non utilisés.
On veut également répartir les 23562 roses rouges dans le même nombre de bouquets (toujours n). On peut donc en déduire que n est un diviseurs de 23562. En effet, dans le cas contraire, il nous resterait des roses non utilisées.
Il faut donc trouver un nombre qui est un diviseur commun à 8580 et 23562. On nous précise toutefois que l'on veut le nombre maximal de bouquets. On recherche donc le plus grand diviseur commun (PGCD).

Méthode

Nous pourrions, comme la semaine dernière, trouver tous les diviseurs de chacun des nombres. Mais ces nombres sont grands, il pourrait donc y en avoir beaucoup ! Une autre méthode peut être utilisée, en se servant de la décomposition en produit de facteurs premiers.

Regarde la vidéo suivante qui nous rappelle la méthode de la semaine dernière, puis nous explique la nouvelle méthode :
https://www.youtube.com/watch?v=eIYPj6-Zorg

Regarde ensuite cette seconde vidéo qui détaille un exemple avec la méthode de la décomposition en produit de facteurs premiers :
https://www.youtube.com/watch?v=XrqHKQpyhjo

Résolution de l'exercice

Reprenons notre situation. Pour rappel, nous cherchons le PGCD de 8580 et 23562.
Commence par décomposer chacun de ces nombres en produit de facteurs premiers. Puis vérifie tes résultats à l'aide des questionnaires suivants :
Décomposition de 8580 : https://forms.gle/M5b5H9mq2ap8Fs5ZA
Décomposition de 23562 : https://forms.gle/NnGCWpDK9LtyuNrt5
Enfin, en suivant la méthode donnée, repère tous les facteurs premiers communs, multiplie-les et tu obtiens le PGCD.
Vérifie ta réponse : https://forms.gle/DnehpY1mvNiyUc7s9

Réponse aux questions

Finalement nous pouvons désormais répondre aux deux questions. Pour rappel, les voici :
Quel sera le nombre maximal de bouquets identiques ?
Quelle sera la composition des bouquets ?
Vérifie ta réponse ici : https://forms.gle/2TmeXx4WWeGuaqX8A

Exercices

Pour t'entraîner à utiliser ce que l'on vient de voir, fais les exercices suivants, puis vérifie ton travail avec la correction. Attention : ne regarde pas la correction sans avoir cherché, cela ne serait pas efficace !

1.Calcule le PGCD de 845 et 750

2.Calcule le PGCD de 1080 et 3265

3.Calcule le PGCD de 456 et 924

4.Un centre aéré organise une sortie à la mer pour 315 enfants accompagnés de 42 adultes. Pour une activité, on souhaite former le plus de groupes possible de manière à ce qu'il y ai le même nombre d'enfants et le même nombre d'adultes dans chaque groupe. Combien de groupes peut-on constituer ? Quelle sera leur composition ?

Corrections

1. 845 = 5 x 13 x 13
   750 = 2 x 3 x 5 x 5 x 5

Le seul facteur commun est 5, c'est donc le PGCD.

2. 1080 = 2 x 2 x 2 x 3 x 3 x 3 x 5
   3265 = 3 x 5 x 7 x 31

Les facteurs communs premiers sont 3 et 5
Le PGCD est donc 3 x 5 = 15.

3. 456 = 2 x 2 x 2 x 3 x 19
   924 = 2 x 2 x 3 x 7 x 11

Les facteurs premiers communs sont 2, 2 et 3
Le PGCD est donc 2 x 2 x 3 = 12.

4. Ici on recherche le plus grand diviseur commun (donc le PGCD) de 315 et 42.

315 = 3 x 3 x 5 x 7
42 = 2 x 3 x 7
Les facteurs premiers communs sont 3 et 7
Le PGCD est donc 3 x 7 = 21
On peut donc former 21 groupes, leur composition sera alors la suivante :
315 : 21 = 15 enfants
42 : 21 = 2 adultes

Partie 4 : exercices d'application

(50-60 minutes)

Dans cette partie nous allons réinvestir les notions abordées cette semaine dans des exercices. La correction des exercices du livre sera donnée la semaine prochaine.

Exercices du livre

Fais les exercices du livre suivants :

- ex 41 à 48 page 48
- ex 94 page 54 et 96 page 55
- ex 108 et 111 page 56