

# Arithmétique

Dans cette séquence, nous allons revoir des notions connues et en apprendre de nouvelles, toutes relatives aux nombres entiers. Nous apprendrons également des méthodes de résolution de problèmes particuliers.

Le contenu de cette séquence sera réparti sur trois semaines. Chaque semaine est découpée en plusieurs parties, **ce sera à toi d'organiser ton travail dans la semaine (tu n'es pas obligé de faire toutes les parties le même jour).**

Regarde cette vidéo d'introduction, qui illustre le thème que nous allons aborder : l'arithmétique.  
<https://www.youtube.com/watch?v=2aMiqwy8BGg>

## Semaine 1 : multiples, diviseurs, nombres premiers

### Partie 1 : multiples, diviseurs, division euclidienne (rappels)

L'arithmétique s'appuie sur plusieurs notions que tu as déjà rencontrées les années précédentes, mais qu'il est nécessaire de bien comprendre pour aller plus loin. C'est l'objet de cette première partie.

#### Division euclidienne

Regarde cette vidéo, qui te réexplique la division euclidienne et le vocabulaire associé. Tu peux évidemment prendre des notes si tu le souhaites.

<https://www.youtube.com/watch?v=phQY4ybQrUI>

À présent, pour t'assurer que tu as bien tout compris, réponds à ce questionnaire. Tu peux utiliser un brouillon pour t'aider à réfléchir si besoin. La correction sera disponible immédiatement après que tu aies validé tes réponses.

<https://forms.gle/CFz6g1oBapnRFqpHA>

## Multiples

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres entiers. Les phrases suivantes sont équivalentes et permettent de définir la notion de multiple.

- $a$  est un multiple de  $b$  si on peut écrire  $a = b \times q$  ( $q$  étant un nombre entier quelconque)
- $a$  est un multiple de  $b$  si le reste de la division euclidienne de  $a$  par  $b$  est nul (est égal à 0)
- $a$  est un multiple de  $b$  si  $a$  est un résultat de la table de multiplication de  $b$

Exemples :

- 12 est un multiple de 3 car  $12 = 3 \times 4$  (12 est dans la table de multiplication de 3).

Remarque : 12 est aussi un multiple de 4.

- 550 est un multiple de 5, de 10, de 50...

À présent, pour t'assurer que tu as bien tout compris, réponds à ce questionnaire. Tu peux utiliser un brouillon pour t'aider à réfléchir si besoin. La correction sera disponible immédiatement après que tu aies validé tes réponses.

<https://forms.gle/aWcD8Qta9cqVSS4G6>

## Diviseurs

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres entiers. Les phrases suivantes sont équivalentes et permettent de définir la notion de diviseur.

- $b$  est un diviseur de  $a$  si on peut écrire  $a = b \times q$  ( $q$  étant un nombre entier quelconque)
- $b$  est un diviseur de  $a$  si  $a$  est un multiple de  $b$
- $b$  est un diviseurs de  $a$  si  $a$  est un résultat de la table de multiplication de  $b$

Exemples :

- 3 est un diviseur de 12 car  $12 = 3 \times 4$  (12 est dans la table de multiplication de 3).

Remarque : 4 est aussi un multiple de 12.

- 5, 10 et 50 sont des diviseurs de 550 (car 550 est un multiple de 5, 10 et 50).

À présent, pour t'assurer que tu as bien tout compris, réponds à ce questionnaire. Tu peux utiliser un brouillon pour t'aider à réfléchir si besoin. La correction sera disponible immédiatement après que tu aies validé tes réponses.

<https://forms.gle/RgZFH4Yx5ftDcnKY7>

## Bilan

À l'issue de cette partie, tu dois être capable de :

- faire une division euclidienne de deux nombres (posée et exprimée par une égalité) et utiliser le vocabulaire qui s'y réfère
- déterminer si un nombre est un diviseur d'un autre nombre
- déterminer des multiples d'un nombre

## Exercices

Pour t'entraîner à utiliser ce que l'on vient de voir, fais les exercices suivants, puis vérifie ton travail avec la correction. Attention : ne regarde pas la correction sans avoir cherché, cela ne serait pas efficace !

1) Hugo et ses 11 amis ont récupéré 109 chocolats pour son anniversaire. Les 12 amis se disputent pour le partage. Hugo dit alors : « Je me sacrifie, partagez-vous les chocolats équitablement, je prendrai ce qu'il reste ». Que penser de son sacrifice ? »

Correction : le but est ici de partager équitablement les chocolats. Puisque Hugo se "sacrifie", on partage équitablement les 109 chocolats en 11. On effectue donc la division euclidienne  $109 : 11$ . On obtient  $109 = 11 \times 9 + 10$ . Ainsi, chacun des amis aura 9 chocolats et il en restera 10, ce qui correspondra à la part de Hugo. Son "sacrifice" n'en est donc pas un : en faisant penser qu'il avantage ses amis, il mangera en fait un chocolat de plus !

2) « Je suis un nombre à trois chiffres non nuls. Je suis divisible par 94. Changez l'ordre de mes chiffres et je deviens divisible par 49. Qui suis-je ? »

## Correction

Nous cherchons donc un nombre à 3 chiffres divisible par 94, c'est-à-dire un multiple de 94.

Commençons par chercher les nombres possibles :

$$1 \times 94 = 94 \rightarrow \text{trop petit, il n'a que 2 chiffres}$$

$$2 \times 94 = 188$$

$$3 \times 94 = 282$$

$$4 \times 94 = 376$$

$$5 \times 94 = 470$$

$$6 \times 94 = 564$$

$$7 \times 94 = 658$$

$$8 \times 94 = 752$$

$$9 \times 94 = 846$$

$$10 \times 94 = 940$$

$$11 \times 94 = 1034 \rightarrow \text{trop grand, il a 4 chiffres}$$

De plus, en modifiant l'ordre des chiffres, on obtient un nombre divisible par 49 (donc un multiple de 49). Il suffit donc de lister les multiples de 49 qui ont une écriture à 3 chiffres, puis de rechercher dans cette liste un nombre qui s'écrit avec les mêmes chiffres qu'un nombre de la liste des multiples de 94.

En parcourant les deux listes, on trouve  $376 = 4 \times 94$  et  $637 = 14 \times 49$ .

## Partie 2 : lister les diviseurs d'un nombre

Dans cette partie, nous allons nous intéresser plus particulièrement à la notion de diviseur, qui est importante dans la résolution d'un certain nombre de problèmes.

### Introduction

On s'intéresse au problème suivant :

Pour le 1er Mai, Julie dispose de 182 brins de muguet et 78 roses. Elle veut faire des bouquets identiques en utilisant toutes ses fleurs.

Combien de bouquets identiques pourra-t-elle faire ? A-t-elle une seule ou plusieurs possibilités ?

On cherche donc à répartir les 182 brins de muguet dans un nombre inconnu de bouquets (appelons-le  $n$ ). On peut donc en déduire que  $n$  est nécessairement un diviseur de 182. En effet, dans le cas contraire, il nous resterait des brins non utilisés.

On veut également répartir les 78 roses dans le même nombre de bouquets (toujours  $n$ ). On peut donc en déduire que  $n$  est un diviseur de 78. En effet, dans le cas contraire, il nous resterait des roses non utilisées.

On commence à comprendre qu'il faut trouver un nombre qui est à la fois un diviseur de 182 et un diviseur de 78.

### Trouver tous les diviseurs d'un nombre

Nous allons rechercher la liste de tous les diviseurs de 182 et celle de tous les diviseurs de 78.

Voici la méthode : <https://www.youtube.com/watch?v=lbWMfaZb2Qo>

À présent, pour t'assurer que tu as bien compris la méthode, utilise-la pour trouver les diviseurs de 182 et les diviseur de 78. Utilise les questionnaires suivants pour vérifier tes réponses :

Diviseurs de 182 : <https://forms.gle/7aZZYkBx31RyVbeWA>

Diviseurs de 78 : <https://forms.gle/UFwKp1ZP541aemwT9>

## Solutions de l'exercice

Reprenons l'exercice, on cherchait un nombre qui était à la fois diviseur de 182 et de 78. Il y a plusieurs possibilités. Trouve ces possibilités et vérifie tes réponses avec le questionnaire suivant :

<https://forms.gle/g5CfkJBwcwJacnGt6>

## Bilan

À l'issue de cette partie, tu dois être capable de :

→ lister tous les diviseurs d'un nombre donné.

## Exercice

Pour t'entraîner à utiliser ce que l'on vient de voir, fais l'exercice suivant, puis vérifie ton travail avec la correction.

Attention : ne regarde pas la correction sans avoir cherché, cela ne serait pas efficace !

Pierre a gagné 84 sucettes et 147 bonbons à un jeu. Étant très généreux, et ayant surtout très peur du dentiste, il décide de les partager avec des amis. Pour ne pas faire de jaloux, chacun doit avoir le même nombre de sucettes et le même nombre de bonbons.

- 1) Combien de personnes pourront bénéficier de ces friandises (Pierre étant inclus dans ces personnes) ? Expliquer votre raisonnement.
- 2) Parmi les possibilités trouvées, Pierre décide de répartir ses friandises avec le plus grand nombre de personnes possible. Combien de sucettes et de bonbons aura alors chaque personne ?

## Correction

1) Commençons par lister les diviseurs de 84 et de 147, en utilisant la méthode vue précédemment.

Diviseurs de 84 : 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84

Diviseurs de 147 : 1, 3, 7, 21, 49, 147

Il y a donc 4 diviseurs communs : 1, 3, 7 et 21

Pierre peut faire bénéficier de ces friandises, soit 1, soit 3, soit 7, soit 21 personnes.

2) Il choisit de partager en 21 personnes (le maximum). Ainsi, cherchons le nombre de friandises que chacun aura :

84 : 21 = 4 sucettes par personne

147 : 21 = 7 bonbons par personne

### **Partie 3 : nombres premiers**

Dans cette partie nous allons nous intéresser à des nombres particuliers : les nombres premiers. Ceux-ci sont très utilisés dans le domaine du numérique, et notamment en cryptographie pour assurer la sécurité informatique et bancaire.

#### Définition

Regarde la vidéo suivante pour bien comprendre la notion de nombre premier. Tu peux aussi te référer à la partie 1 de la page 44 du manuel.

<https://www.youtube.com/watch?v=kWMh9eZJlxQ>

Attention, la liste des nombres premiers inférieurs à 30 est à connaître !

Les voici : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

#### Méthode

Voici une méthode pour savoir si un nombre est premier :

<https://www.youtube.com/watch?v=Zkd7EbBJxr0>

À présent, pour t'assurer que tu as bien tout compris, réponds à ce questionnaire. Tu peux utiliser un brouillon pour t'aider à réfléchir si besoin. La correction sera disponible immédiatement après que tu aies validé tes réponses.

<https://forms.gle/bi95n52bGYTHkc71A>

#### **Bilan**

À l'issue de cette partie, tu dois être capable de :

→ déterminer si un nombre est premier ou non

→ restituer de mémoire les nombres premiers inférieurs à 30

## Exercice

Trouver les nombres premiers inférieurs à 100 en utilisant le crible d'Ératosthène. Pour cela, résoudre l'exercice 37 p 47 du manuel.

## Correction

[https://www.youtube.com/watch?v=\\_RJP7JvWrzk](https://www.youtube.com/watch?v=_RJP7JvWrzk)

## **Partie 4 : exercices d'application**

### Exercices du livre

Fais les exercices du livre suivants :

- Ex 7-8-9-13-17 p46
- Ex 25-26-31-33 p47